

LA FORMATION DES NOMBRES PREMIERS

1/ Nombre premier et Base(np)

A/ Définition :

On considère 1 comme origine

Np : nombre premier, deuxième terme de la Base

Base : ensemble de nombre dont le deuxième terme est premier

Ex : Base (5) = {1 ; 5}

Cycle : (np-1) !

Ex : Base (5) à pour cycle (np-1) ! soit $1*2*3=6$

Champ : Limite supérieure de la Base soit np !

Ex : Les termes de la Base (5) ne peuvent être supérieurs à np ! soit $1*2*3*5=30$

B/ Principe :

Soit **Base(np)**

Ex : **Base(5)={1 ; 5}**

Base préparatoire = Base(np) + (0 à np-1)*cycle dans la limite du champ

Ex : Base préparatoire de la Base(5) où np=5 et cycle 6 : {1 ; 5 -7 ; 11 -13 ; 17- ; 19 ; 23-25 ; 29}

On enlève à cette Base préparatoire les termes égaux à $\text{Base}(np)*np$

Base préparatoire – Base(np)*np

Ex : Pour la Base(5) on enlève $1*5=5$ et $5*5=25$

On obtient la **Base suivante**

Ex : {1 ; 5 -7 ; 11 -13 ; 17- ; 19 ; 23-25 ; 29} – (5 ; 25) = {1 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29}

Le deuxième terme est 7 donc

Base (7) = {1 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29}

C/ Exemple d'enchaînement de Base(np)

Par simplification, en prenant pour principe que 1 et 2 sont premiers, l'étude commence en

Base(3)={1 ;3} np=3 cycle=2 (multiplication des np antérieurs 1*2) champ=cycle*np soit 1*2*3=6

Les termes obtenus pour la Base préparatoire sont 1 ;3-3 ;5 -5 ;7

7 est hors du champ limité à 6, on n'en tient pas compte

3 et 5 apparaissent à deux reprises on ne les prend en compte qu'une seule fois

Donc Base préparatoire={1 ;3-5 }

On enlève les multiples **Base(3)*3 soit 1*3=3 et 3*3=9(hors champ)**

La Base suivante est donc {1 ;5} soit Base(5)

Base(5)={1 ;5} np=5 cycle=6 champ 1*2*3*5=30

Base préparatoire={1 ;5-7 ;11-13 ;17-19 ;23-25 ;29}

On enlève les multiples de Base(5)*5 soit 5 et 25

La Base suivante est donc {1 ;7 ;11 ;13 ;17 ;19 ;23 ;29} soit Base(7)

Base(7)= {1 ;7 ;11 ;13 ;17 ;19 ;23 ;29} np=7 cycle=30 champ 1*2*3*5*7=210

Base préparatoire ={

1	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	49	53	59
61	67	71	73	77	79	83	89
91	97	101	103	107	109	113	119
121	127	131	133	137	139	143	149
151	157	161	163	167	169	173	179
181	187	191	193	197	199	203	209}

On enlève les multiples de Base(7)*7 soit 7 49 77 91 119 133 161 203

La Base suivante est donc {

1		11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47		53	59
61	67	71	73		79	83	89
	97	101	103	107	109	113	
121	127	131		137	139	143	149
151	157		163	167	169	173	179
181	187	191	193	197	199		209

} soit Base(11)

On constate que les nombres inférieurs à np² soit 11*11= 121 sont tous premiers

Base(11)={

1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
107	109	113	121	127	131	137	139	143	149	151	157
163	167	169	173	179	181	187	191	193	197	199	209}

np=11 cycle=210 champ 1*2*3*5*7*11=2310

Base préparatoire = {

1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
107	109	113	121	127	131	137	139	143	149	151	157
163	167	169	173	179	181	187	191	193	197	199	209
211	221	223	227	229	233	239	241	247	251	253	257
263	269	271	277	281	283	289	293	299	307	311	313
317	319	323	331	337	341	347	349	353	359	361	367
373	377	379	383	389	391	397	401	403	407	409	419
421	431	433	437	439	443	449	451	457	461	463	467
473	479	481	487	491	493	499	503	509	517	521	523
527	529	533	541	547	551	557	559	563	569	571	577
583	587	589	593	599	601	607	611	613	617	619	629
631	641	643	647	649	653	659	661	667	671	673	677
683	689	691	697	701	703	709	713	719	727	731	733
737	739	743	751	757	761	767	769	773	779	781	787
793	797	799	803	809	811	817	821	823	827	829	839
841	851	853	857	859	863	869	871	877	881	883	887
893	899	901	907	911	913	919	923	929	937	941	943
947	949	953	961	967	971	977	979	983	989	991	997
1003	1007	1009	1013	1019	1021	1027	1031	1033	1037	1039	1049
1051	1061	1063	1067	1069	1073	1079	1081	1087	1091	1093	1097
1103	1109	1111	1117	1121	1123	1129	1133	1139	1147	1151	1153
1157	1159	1163	1171	1177	1181	1187	1189	1193	1199	1201	1207
1213	1217	1219	1223	1229	1231	1237	1241	1243	1247	1249	1259
1261	1271	1273	1277	1279	1283	1289	1291	1297	1301	1303	1307
1313	1319	1321	1327	1331	1333	1339	1343	1349	1357	1361	1363
1367	1369	1373	1381	1387	1391	1397	1399	1403	1409	1411	1417
1423	1427	1429	1433	1439	1441	1447	1451	1453	1457	1459	1469
1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1501	1507	1511	1513	1517
1523	1529	1531	1537	1541	1543	1549	1553	1559	1567	1571	1573
1577	1579	1583	1591	1597	1601	1607	1609	1613	1619	1621	1627
1633	1637	1639	1643	1649	1651	1657	1661	1663	1667	1669	1679
1681	1691	1693	1697	1699	1703	1709	1711	1717	1721	1723	1727
1733	1739	1741	1747	1751	1753	1759	1763	1769	1777	1781	1783
1787	1789	1793	1801	1807	1811	1817	1819	1823	1829	1831	1837
1843	1847	1849	1853	1859	1861	1867	1871	1873	1877	1879	1889
1891	1901	1903	1907	1909	1913	1919	1921	1927	1931	1933	1937
1943	1949	1951	1957	1961	1963	1969	1973	1979	1987	1991	1993
1997	1999	2003	2011	2017	2021	2027	2029	2033	2039	2041	2047
2053	2057	2059	2063	2069	2071	2077	2081	2083	2087	2089	2099
2101	2111	2113	2117	2119	2123	2129	2131	2137	2141	2143	2147
2153	2159	2161	2167	2171	2173	2179	2183	2189	2197	2201	2203
2207	2209	2213	2221	2227	2231	2237	2239	2243	2249	2251	2257
2263	2267	2269	2273	2279	2281	2287	2291	2293	2297	2299	2309

On enlève les multiples de Base(11)*11 soit

11	121	143	187	209	253	319	341	407	451	473	517
583	649	671	737	781	803	869	913	979	1067	1111	1133
1177	1199	1243	1331	1397	1441	1507	1529	1573	1639	1661	1727
1793	1837	1859	1903	1969	1991	2057	2101	2123	2167	2189	2299

La Base suivante est donc {

1		13	17	19	23	29	31	37	41	43	47
53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
107	109	113		127	131	137	139		149	151	157
163	167	169	173	179	181		191	193	197	199	
211	221	223	227	229	233	239	241	247	251		257
263	269	271	277	281	283	289	293	299	307	311	313
317		323	331	337		347	349	353	359	361	367
373	377	379	383	389	391	397	401	403		409	419
421	431	433	437	439	443	449		457	461	463	467
	479	481	487	491	493	499	503	509		521	523
527	529	533	541	547	551	557	559	563	569	571	577
	587	589	593	599	601	607	611	613	617	619	629
631	641	643	647		653	659	661	667		673	677
683	689	691	697	701	703	709	713	719	727	731	733
	739	743	751		757	761	767	773	779		787
793	797	799		809	811	817	821	823	827	829	839
841	851	853	857	859	863		871	877	881	883	887
893	899	901	907	911		919	923	929	937	941	943
947	949	953	961	967	971	977		983	989	991	997
1003	1007	1009	1013	1019	1021	1027	1031	1033	1037	1039	1049
1051	1061	1063		1069	1073	1079	1081	1087	1091	1093	1097
1103	1109		1117	1121	1123	1129	1133	1139	1147	1151	1153
1157	1159	1163	1171		1181	1187	1189	1193		1201	1207
1213	1217	1219	1223	1229	1231	1237	1241		1247	1249	1259
1261	1271	1273	1277	1279	1283	1289	1291	1297	1301	1303	1307
1313	1319	1321	1327		1333	1339	1343	1349	1357	1361	1363
1367	1369	1373	1381	1387	1391		1399	1403	1409	1411	1417
1423	1427	1429	1433	1439		1447	1451	1453	1457	1459	1469
1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1501		1511	1513	1517
1523		1531	1537	1541	1543	1549	1553	1559	1567	1571	
1577	1579	1583	1591	1597	1601	1607	1609	1613	1619	1621	1627
1633	1637		1643	1649	1651	1657		1663	1667	1669	1679
1681	1691	1693	1697	1699	1703	1709	1711	1717	1721	1723	
1733	1739	1741	1747	1751	1753	1759	1763	1769	1777	1781	1783
1787	1789		1801	1807	1811	1817	1819	1823	1829	1831	
1843	1847	1849	1853		1861	1867	1871	1873	1877	1879	1889
1891	1901		1907	1909	1913	1919	1921	1927	1931	1933	1937
1943	1949	1951	1957	1961	1963		1973	1979	1987		1993
1997	1999	2003	2011	2017	2021	2027	2029	2033	2039	2041	2047
2053		2059	2063	2069	2071	2077	2081	2083	2087	2089	2099
2111	2113	2117	2119		2129	2131	2137	2141	2143	2147	2153
2159	2161		2171	2173	2179	2183		2197	2201	2203	2207
2209	2213	2221	2227	2231	2237	2239	2243	2249	2251	2257	2263
2267	2269	2273	2279	2281	2287	2291	2293	2297		2309}	

Soit Base (13)

On constate que les nombres inférieurs à np^2 soit $13 \cdot 13 = 169$ sont tous premiers

D/ Conclusion

Les Bases se calculent les unes après les autres sur le même principe

Les Bases font successivement apparaître par ordre croissant en deuxième termes les nombres premiers et elles montrent comment se forment les autres nombres premiers

Synthèse de la formule matricielle :

$$\text{Base}(np+1) = \left\{ {}_0^{np} \text{Base}(np) + (0 \text{ à } np-1) * (np-1) ! \right\} - \text{Base}(np) * np$$

Remarque complémentaire :

Il existe une symétrie dans les Bases de nombres premiers

Ex : Base(7)={1 ;7 ;11 ;13 ;17 ;19 ;23 ;29} dont le cycle est 30

On constate

$$1+29=30$$

$$7+23=30$$

$$11+19=30$$

$$13+17=30$$

2/ La mise en équation des nombres premiers par les Bases

On constate que la formation des nombres premiers dans les Bases est générée par les cycles

Ex : (voir tableau partiel en dernière page)

$$3=1+\text{cycle}2$$

$$5=1+2 \text{ cycle}2$$

$$7=1+\text{cycle}6$$

$$11= 1+2\text{cycle}2+\text{cycle}6$$

Et ainsi de suite

La synthèse de la mise en équation est

$$\mathbf{NP=1+(0\grave{a}2)*\text{cycle}(2)+(0\grave{a}4)*\text{cycle}(6)+(0\grave{a}6)*\text{cycle}(30)+\dots+(0\grave{a}(np-1))*\text{cycle}((np-1) !)}$$

Ou

$$NP=1+(0\grave{a}2)*\text{cycle}(2)+\dots+\frac{(0\grave{a}(np-1))*\text{cycle}((np-1) !)}{\text{Cycle}((np-1) !)*np}$$

La difficulté réside dans la maîtrise des (0 à (np-1))

NP		origine	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle	cycle
3		1	2									
5		1	2	2								
7		1			6							
11		1	2	2	6							
13		1			6	6						
17		1	2	2	6	6						
19		1			6	6	6					
23		1	2	2	6	6	6					
29		1	2	2	6	6	6	6				
31		1							30			
37		1			6				30			
41		1	2	2	6				30			
43		1			6	6			30			
47		1	2	2	6	6			30			
53		1	2	2	6	6	6		30			
59		1	2	2	6	6	6	6	30			
61		1							30	30		
67		1			6				30	30		
71		1	2	2	6				30	30		
73		1			6	6			30	30		
79		1			6	6	6		30	30		
83		1	2	2	6	6	6		30	30		
89		1	2	2	6	6	6	6	30	30		
97		1			6				30	30	30	
101		1	2	2	6				30	30	30	
103		1			6	6			30	30	30	
107		1	2	2	6	6			30	30	30	
109		1			6	6	6		30	30	30	
113		1	2	2	6	6	6		30	30	30	
127		1			6				30	30	30	30
131		1	2	2	6				30	30	30	30
137		1	2	2	6	6			30	30	30	30