**Хмельник С.И.**

# Силы Лоренца, Ампера и закон сохранения импульса. Количественный анализ и следствия.

## Аннотация

Известно, что силы Лоренца и Ампера противоречат третьему закону Ньютона, но не противоречат более общему закону сохранения импульса, поскольку электромагнитное поле обладает импульсом. Из этого следует, что эти силы должны уравновешиваться потоком импульса электромагнитного поля. Однако, насколько известно автору, нет соответствующего количественного сопоставления и поэтому оно рассматривается ниже. При этом, в частности, показывается, что из закона сохранения импульса можно найти некоторые следствия.

## Оглавление

1. Вступление
2. Конфигурация поля
3. Сила Лоренца
4. Сила Ампера
5. Обсуждение
Литература

## 1. Вступление

Известно, что сила Ампера противоречит третьему закону Ньютона, но не противоречит более общему закону сохранения импульса, поскольку электромагнитное поле обладает импульсом. Важно отметить, что стационарное электромагнитное поле также может обладать импульсом, и поэтому сила Ампера не противоречит закону сохранения импульса и в том случае, когда она возникает при взаимодействии постоянного тока с постоянным магнитным полем. Из этого следует, что сила Ампера должна уравновешиваться потоком импульса электромагнитного поля. Однако, насколько известно автору, нет количественного сопоставления силы Ампера с потоком импульса электромагнитного поля. Именно это сопоставление и рассматривается ниже. При этом определяются некоторые параметры и с их учетом показывается, что силы Лоренца и Ампера можно рассматривать как следствия существования потока импульса электромагнитного поля и закона сохранения импульса.

## 2. Конфигурация поля

Обозначим для электромагнитного поля:

$W$ - плотность энергии (скаляр), кг$\cdot$м$^{-1}\cdot$с$^{-2}$,

$S$ - плотность потока энергии (вектор), кг$\cdot$с$^{-3}$,

$p$ - плотность импульса (скаляр), кг$\cdot$м$^{-2}\cdot$с$^{-1}$,

$f$ - плотность потока импульса (вектор), кг$\cdot$м$^{-1}\cdot$с$^{-2}$

$V$ - объем электромагнитного поля (скаляр), м$^{3}$,

На рис. 1 показаны проводник длиной $L$ с током $I$, находящийся в магнином поле с индукцией $B$ и двигающийся со скоростью $v$ под действаием силы Ампера $F$. Векторы напряженности $E$ электрического поля, создающего ток, и индукции $B$ взаимно перпендикулярны. Поэтому возникает поток электромагнитной энергии с плотностью $S$, показанный на рис. 1 окружностями. Можно представить его в виде двух сфер, объединяющихся в теле проводника и пронизывающего проводник в вертикальном направлении. Этот поток эквивалентен потоку импульса электромагнитного поля $f$.

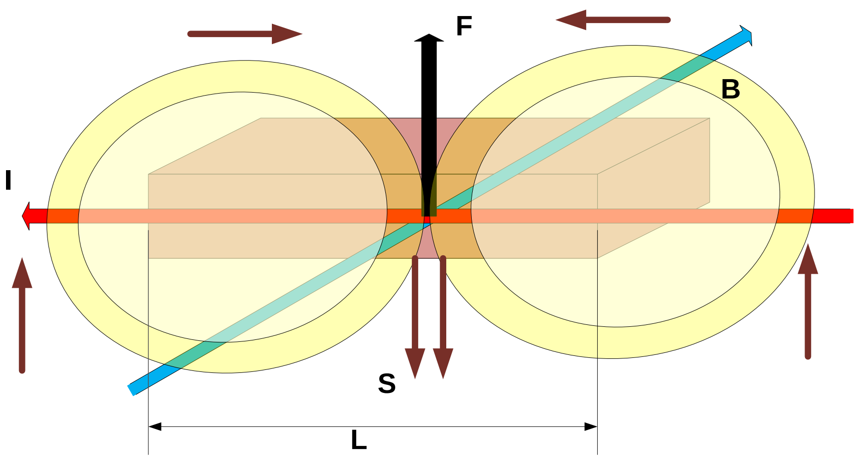


Рис. 1.

На рис. 1а для наглядности показано несколько линий тока, индукции и потока. "Лес" коричневых линий потока начинается в точках пересечения линий тока и линий индукции, что показано кружочками. Линии потока пронизывают тело, проходят вне тела и замыкаются так, как показано на рисунке горизонтальными стрелками. На рис. 1 эти замыкающиеся линии показаны окружностями.

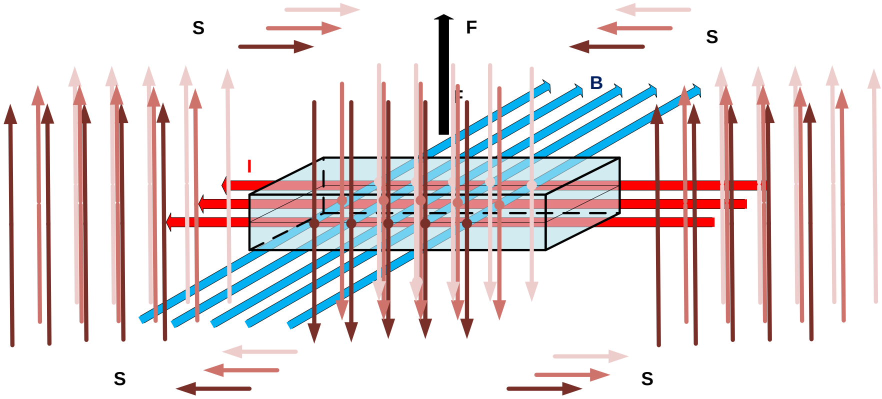


Рис. 1а.

Известно [1, 2], что

$$|f| = W . \tag{1}$$

$$S = W \cdot c , \tag{2}$$

$$p = W/c , \;\; p = S/c^2 , \tag{3}$$

$$f = p \cdot c , \;\; f = S/c . \tag{4}$$

Интеграл от плотности по объему будем обозначать как

$$A_V = \int_V A \cdot dV . \tag{4a}$$

Поток энергии $S_V$ может существовать и в статическом электромагнитном поле [3]. Следовательно, поток импульса $f_V$ существует и в статическом электромагнитном поле, создаваемом постоянным током и постоянным магнитным полем.

Закон сохранения импульса для устройства, взаимодействующего с электромагнитным полем, можно записать в следующем виде [3]:

$$-\frac{\partial}{\partial t}(J) = \frac{\partial}{\partial t}(pV) + fV , \tag{5}$$

где

$J$ – механический импульс устройства,

$V$ - объем устройства; объем, в котором импульс электромагнитного поля взаимодействует с устройством (суммарный поток импульса во всем объеме поля равен нулю).

Известно, что сила, действующая на устройство,

$$F = -\frac{\partial}{\partial t}(J). \tag{6}$$

Следовательно,

$$F = \left(\frac{\partial}{\partial t}(p_V) + f_V\right). \tag{7}$$

Объединяя (7) и (3, 4), получаем:

$$F = \left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{S_V}{c^2}\right) + \frac{S_V}{c}\right). \tag{8}$$

Таким образом, <u>если устойство находится в потоке электромагнитной энергии $S_V$, то на него действует сила (8), зависящая только от потока электромагнитной энергии $S_V$</u>. Эта сила существует и при постоянном потоке $S_V$, и тогда

$$F = \frac{S_V}{c}. \tag{9}$$

В том случае, если <u>поток электромагнитной энергии</u> распространяется в веществе с относительными диэлектрической $\varepsilon$ и магнитной $\mu$ проницаемостями, в формулы (8, 9) вместо скорости света $c$ в вакууме необходимо подставить скорости света в веществе

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \tag{10}$$

Рассмотрим случай (показанный на рис. 1), когда векторы электрической $E$ и магнитной $H$ напряженностей перпендикулярны. Тогда

$$S = EH \tag{11}$$

Пусть еще поле в устройстве является равномерным и сосредоточено в объеме $V$. Тогда из (8, 10, 11) получаем:

$$F = V\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{EH\varepsilon\mu}{c^2}\right) + \frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\right). \tag{12}$$

Если, кроме того, поле является постоянным, то

$$F = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{13}$$

## 3. Сила Лоренца

Рассмотрим магнитную силу Лоренца, действующую на тело с зарядом $q$, двигающееся со скоростью $v$ перпендикулярно вектору магнитной индукции $B$:

$$F_L = qvB. \tag{14}$$

Мы будем пренебрегать индукцией собственного магнитного поля движущегося заряда (по сравннению с индукцией внешнего магнитного поля) и собственным импульсом движущегося заряда. Тогда надо принять, что сила (14) вызвана потоком импульса электромагнитного поля, пронизывающего тело заряда. При этом из (13, 14) получаем:

$$F_L = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{15}$$

где $V$ – объем тела. Отсюда находим:

$$qvB = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \tag{16}$$

или, при $B = \mu_o\mu H$,

$$qvc = \frac{VE\sqrt{\varepsilon/\mu}}{\mu_o}. \tag{17}$$

Следовательно, внутри тела должна существовать напряженность электрического поля, направленная вдоль скорости, и равная

$$E = \frac{qvc\mu_o}{V\sqrt{\varepsilon/\mu}}. \tag{18}$$

Заметим, что

$$c\mu_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} \approx 377 \tag{19}$$

При этом

$$E\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{qvc\mu_o}{V} \approx 377\frac{q}{V}v. \tag{20}$$

Следовательно, <u>**внутри** заряженного тела, движущегося в магнитном поле и находящегося под действием силы Лоренца, существует</u>

напряженность электрического поля, пропорциональная скорости движения.

**Пример с электроном**

У него заряд $q_o = 1.6 \cdot 10^{-19}$, класси́ческий ра́диус $r_o = 2.8 \cdot 10^{-15}$, объем, сответствующий этому радиусу, $V_o = \frac{4\pi r_o^3}{3} = 92 \cdot 10^{-45}$. При этом $E\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \approx 7 \cdot 10^{26} \cdot v$. Можно таже сказать, что на диаметре электрона вдоль направления скорости существует разность потенциалов – напряжение $U_o = 2E_o r_o \approx 4 \cdot 10^{12} \cdot v\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$. Рассматривая рассуждения Фейнмана [3] о внутренних силах электрона, удерживающих заряды электрона на поверхности сферы, можно заметить, что это напряжение является той силой, которая "подтягивает" отстающие заряды к своему месту на сфере тогда, когда он движется под действием силы Лоренца.

## 4. Сила Ампера

Рассмотрим силу Ампера, действующую на проводник с током $I$, двигающийся со скоростью $v$ перпендикулярно вектору магнитной индукции $B$:

$$F_A = IBL. \tag{21}$$

Если эта сила вызвана потоком импульса электромагнитного поля, пронизывающего проводник, то

$$F_A = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{22}$$

где $V$ – объем проводника. Отсюда находим:

$$IBL = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \tag{23}$$

или, при $B = \mu_o \mu H$,

$$IHL\mu_o\mu = V\frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}. \tag{24}$$

Следовательно, напряженность электрического поля в этом случае

$$E = \frac{ILc\mu_o}{V\sqrt{\varepsilon/\mu}}. \tag{24a}$$

Если $s$ - площадь сечения, $L$ - длина проводника, то

$$V = sL. \tag{25}$$

Если напряжение на проводнике постоянно и равно $U$ , то

$$E = U/L. \tag{26}$$

Если удельное сопротивление проводника равно $\rho$ , то

$$U = I\rho L/s = j\rho L \tag{27}$$

и

$$E = j\rho \tag{28}$$

Тогда

$$j\rho = \frac{jsc\mu_o}{s\sqrt{\varepsilon/\mu}} \tag{29}$$

или

$$\varepsilon = \left(\frac{c\mu_o}{\rho}\right)^2 \mu. \tag{30}$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость проводника с током зависит только от $\mu$ и $\rho$.

> **Например**, при $\mu = 1$, $\rho = 2\cdot 10^{-6}$ (ом*м) из (30) находим, что $\varepsilon \approx 7\cdot 10^{16}$.

Для проверки подставим (30) в (22) или в (13) получим

$$F_A = VEH\frac{\mu_o\mu}{\rho} = \frac{VEB}{\rho}. \tag{31}$$

и далее с учетом (28) получим (21). Аналогично, подставляя (30, 28) в (12), получим

$$F_A = V\left(\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{EH}{c}\left(\frac{\mu_o\mu}{\rho}\right)^2\right) + \frac{EH\sqrt{\varepsilon\mu}}{c}\right) = V\left(\frac{\mu_o\mu}{c\rho}\frac{\partial}{\partial t}\left(EH\frac{\mu_o\mu}{\rho}\right) + EH\frac{\mu_o\mu}{\rho}\right)$$

или

$$F_A = \frac{L\mu_o\mu}{c\rho}\frac{\partial}{\partial t}(IB) + IBL. \tag{32}$$

Следовательно, сила Ампера должна зависить также и от скорости изменения тока и/или магнитной индукции. Эти изменения могут быть вызваны изменением тока, изменением поля или изменением положения тока относительно поля. Практически такая зависимость может быть обнаружена только при очень высокой частоте (из-за коэффициента $\frac{\mu_o}{c} \approx 4\cdot 10^{-15}$).

Подставляя (28) в (31), находим:

$$F = VjB\,, \tag{32a}$$

где (напомним) $V$ – объем токопровода.

> **Например**, при $B = 1[T],\ j = 4\left[A/sm^2\right] = 4\cdot 10^4\left[A/m^2\right]$ из (32a) находим, что $F[N] = 4\cdot 10^4 V[m^3]$. В частности, при $V = 10^{-3}[m^3]$ находим, что $F = 40[N]$.

## 5. Обсуждение

Из вышесканного следует, что <u>силу Ампера можно рассматривать как следствие</u> существования потока импульса электромагнитного поля и закона сохранения импульса. Но при этом надо еще предположить, что диэлектрическая проницаемость проводника с током зависит от $\mu$ и $\rho$ по (30). В этом случае обнаруживается также зависимость силы Ампера от скорости изменения тока и/или магнитной индукции.

Совмещая (20) и (30), найдем

$$E\left(\frac{c\mu_o}{\rho}\right) = \frac{qvc\mu_o}{V}\,. \tag{33}$$

или

$$E = \frac{q\rho v}{V}\,. \tag{34}$$

Качественно эту силу можно объяснить тем, что свободные электроны "отстают" от тела и скапливаются в "хвосте" ускоряющегося тела – такое явление рассмотрено Фейнманом для ускоряющегося электрона [3]. Электрическое сопротивление материала тормозит равномерное распределение зарядов. На это расходуется дополнительная энергия. Следовательно, движение заряженного тела с постоянной скоростью происходит с затратой энергии на тепловые потери. При этом обеспечивается постоянство энергии электрического поля внутри заряженного тела.

Таким образом, <u>силу Лоренца можно рассматривать как следствие</u> существования потока импульса электромагнитного поля и закона сохранения импульса. Но при этом придется еще предположить, что <u>**внутри** движущегося заряженного тела существует напряженность электрического поля вида (34)</u>, пропорциональная скорости движения.

Итак, заряженное тело, двигающееся с некоторой скоростью в магнитном поле, оказывается в электромагнитном поле с

- потоком электромагнитной энергии,
- импульсом электромагнитного поля и
- потоком импульса электромагнитного поля.

Из закона сохранения импульса следует, что производная по времени от механического импульса этого тела (т.е. действующая на тело **сила**) зависит от

1) производной по времени от импульса электромагнитного поля и
2) потока импульса электромагнитного поля.

Эта сила и является силой Лоренца.

## Литература


1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля.
2. Иванов В.К. Курс общей физики. http://lms.physics.spbstu.ru/pluginfile.php/2134/mod_resource/content/1/opt_1_03.pdf
3. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Феймановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. Москва, изд. "Мир", 1966.