

# **Estimando a influência dos satélites na precessão do periélio de Mercúrio**

## **(Estimating the influence of the satellites in the precession of the perihelion of Mercury)**

**RESUMO** – Abandonamos a hipótese de que os satélites do sistema solar possam ser os responsáveis pela precessão de 43" de arco do periélio de Mercúrio. Os satélites juntos contribuem, pela nossa estimativa, com pouco mais de 1" para o valor desta precessão, sendo a Lua a maior responsável por este desvio.

**ABSTRACT** – Abandon the hypothesis that the satellites of the solar system may be responsible for the precession of 43" arc of the perihelion of Mercury. Satellites together contribute, by our estimate, with just over 1" to the value of this precession, the Moon being the most responsible for this deviation.

### **1 – Introdução**

Minha intenção neste artigo é analisar a primeira hipótese que foi formulada em [1]: os corpos não incluídos nos cálculos clássicos de Le Verrier e Newcomb, e hoje conhecidos, podem explicar a precessão "residual" de 43" de arco por século do periélio de Mercúrio?

Achei realmente que esta era uma boa hipótese, pois estamos no século XXI tratando de uma precessão que foi calculada primeiramente em meados do século XIX, e "explicada" por Einstein no começo do século XX, através da Relatividade Geral. Desde então, vários satélites de Júpiter e Saturno foram descobertos, dentre outros corpos.

Fiquei muito surpreso ao verificar em uma obra de Le Verrier<sup>[2]</sup> que nenhum satélite foi levado em consideração no cálculo da precessão secular do periélio de Mercúrio causada pelos outros planetas, valor este calculado por ele em 526,7", sem contar a precessão da excentricidade de Mercúrio (4,2") e, principalmente, a rotação da própria Terra (5.025"). Nem mesmo a Lua, tão próxima e familiar, entrou nos cálculos.

Aliás, um cálculo bem plural, muitos cálculos, procedimentos, algo quase artesanal, envolvendo uma grande quantidade de observações, que vão do século XVII ao XIX, várias fórmulas e tabelas envolvendo a passagem de Mercúrio pelo Sol e as ações dos planetas Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno e Urano sobre ele, etc. Se não for feita uma leitura (e tradução) bastante atenta, é muito fácil se perder entre o que foi apenas comentado, como as observações de Ptolomeu, no Almagesto, e o que foi efetivamente utilizado nos cálculos.

Le Verrier também utilizou séries aproximadas nestes cálculos. É possível encontrar, por exemplo, uma série de senos que vai até  $\sin(12\zeta)$  e uma série de cossenos até  $\cos(10\zeta)$ , dentre outras aproximações.

Mas Le Verrier foi um matemático e astrônomo da mais alta consideração, de grande conhecimento e importância. O professor Massae Sato cita que Le Verrier e Newcomb levaram a solução da questão do movimento planetário a ordens elevadíssimas de precisão, permitindo construir teorias analíticas para os movimentos planetários até hoje não ultrapassadas em precisão. Uma possível exceção é a teoria do movimento de Marte, de Gerald Maurice Clemence. As teorias de Le Verrier e Newcomb comparadas com as observações mostram resultados bastante satisfatórios, dentro dos limites dos erros observacionais da época.<sup>[3]</sup>

## 2 – A Estimativa

Observando a tabela 1 a seguir, construída a partir de dados astronômicos retirados da Wikipedia e de [2], verifica-se que os 43" que buscamos correspondem a cerca de 51,4% do desvio que é atribuído à influência da Terra (83,6"), cuja massa é de  $5,9736 \times 10^{24}$  kg e tem uma distância média ao Sol de aproximadamente 150 milhões de km, enquanto a soma da massa de todos os satélites do sistema solar corresponde a pouco mais de um décimo da massa da Terra e em média estes satélites localizam-se a uma distância maior do Sol (e de Mercúrio) do que a Terra, ou seja, a influência dos satélites não seria capaz de explicar (integralmente) a precessão residual de 43", nem somando a massa dos satélites de Netuno (lembramos que Mercúrio não tem satélite algum).

Planeta	Massa (kg)	Dist. ao Sol (Km)	Desvio(")	Satélites	$M_{\text{satélites}}(\text{kg})$	$D_{\text{satélites}}(\text{"})$
Vênus	$4,8685 \times 10^{24}$	107.476.000 108.942.000	280,6	0	0	0
Terra	$5,9736 \times 10^{24}$	147.098.290 152.098.232	83,6	1	$7,349 \times 10^{22}$	1,028
Marte	$6,4174 \times 10^{23}$	206.669.000 249.209.300	2,6	2	$1,26 \times 10^{16}$	$5,10 \times 10^{-8}$
Júpiter	$1,8986 \times 10^{27}$	740.573.600 816.520.800	152,6	67	$3,9701 \times 10^{23}$	$3,19 \times 10^{-2}$
Saturno	$5,6846 \times 10^{26}$	1.353.572.956 1.513.325.783	7,2	62	$1,4051 \times 10^{23}$	$1,78 \times 10^{-3}$
Urano	$8,6810 \times 10^{25}$	2.748.938.461 3.004.419.704	0,1	27	$9,1413 \times 10^{21}$	$1,05 \times 10^{-5}$
Total			526,7		$6,2015 \times 10^{23}$	1,0617

Tabela 1 – Desvio secular estimado causado em Mercúrio pelos satélites dos planetas do Sistema Solar, até Urano

A última coluna da tabela acima foi obtida através de uma regra de três simples, assumindo-se que a influência provocada por um planeta no desvio de Mercúrio é diretamente proporcional à massa deste planeta, e que seus satélites podem ser considerados como localizados no seu centro de massa, na estimativa do desvio adicional provocado por eles.

Se um planeta de massa  $M_p$  contribui com um desvio  $D_p$  no valor da precessão de Mercúrio, a soma das massas  $M_s$  de seus satélites contribuirão com um desvio  $D_s$ , dado por

$$D_s = \frac{M_s \times D_p}{M_p}. \quad (1)$$

Vejam que não pretendemos calcular o valor exato deste desvio provocado pelos satélites, até porque seria impossível de fazê-lo, se seguíssemos o método de Le Verrier. Não há observações nem tabelas com as ações da Lua, nem dos satélites de Júpiter e Saturno, tal como feito para os planetas, de Vênus a Urano, ao longo de vários anos. O que nos chama a atenção, no entanto, é que a maior contribuição ao desvio estimado é devida à Lua, de cerca de  $1,03''$ , enquanto o desvio total estimado para os satélites é de cerca de  $1,06''$ . Ao menos por estimativas, uma diferença de  $1''$  de arco para um desvio secular na precessão de Mercúrio já poderia ter uma explicação, dada pela influência dos satélites do sistema solar, em especial pela Lua (que por sua vez também deveria sofrer alguma influência de Mercúrio, pela lei da ação e reação).

Numa tentativa de ir mais longe no cálculo dessas estimativas, tentando inferir qual a fórmula aproximada para o valor da precessão de Mercúrio causada por um planeta em função do produto da sua massa ( $M$ ) e recíproco do quadrado da sua distância média ao Sol ( $R$ ), ou seja, do campo gravitacional médio provocado por ele ao Sol (e aproximadamente a Mercúrio) dividido pela constante  $G$  da gravitação, contruímos a tabela 2 a seguir. Pretendíamos com ela estimar a influência de Netuno, Plutão, anéis de Júpiter, cinturão de asteróides e dos outros planetas anões do sistema solar para esta precessão, ainda que de ínfima contribuição, mas verificamos que tal intenção não seria bem sucedida.

Planeta	Massa (kg)	Dist. ao Sol (km)	$f = M/R^2$	Período orbital(anos)	Desvio (")
Vênus	$4,8685 \times 10^{24}$	107.476.000 108.942.000	415,7846	0,62	280,6
Terra	$5,9736 \times 10^{24}$	147.098.290 152.098.232	266,9212	1,00	83,6
Marte	$6,4174 \times 10^{23}$	206.669.000 249.209.300	12,3515	1,88	2,6
Júpiter	$1,8986 \times 10^{27}$	740.573.600 816.520.800	3.132,30	11,86	152,6
Saturno	$5,6846 \times 10^{26}$	1.353.572.956 1.513.325.783	276,6529	29,46	7,2
Urano	$8,6810 \times 10^{25}$	2.748.938.461 3.004.419.704	10,4903	84,01	0,1

Tabela 2 – Desvio secular causado em Mercúrio pelos planetas em função do valor  $f=M/R^2$  e período orbital, até Urano

Da observação da tabela 2 vemos que os planetas Terra e Saturno, embora tenham valores de  $f$  próximos, são responsáveis por desvios bem diferentes, o mesmo ocorrendo para o par Marte e Urano. Júpiter, que tem o maior valor de  $f$  da tabela, um valor 7,5 vezes maior que o de Vênus, contribui com um desvio que é apenas pouco mais da metade da contribuição de Vênus. Assim não parece haver uma regra clara nestes valores, embora evidentemente que há uma lógica, decorrente dos longos cálculos de Le Verrier.

### 3 – Conclusão

Abandonaremos a hipótese de que os satélites são os responsáveis pela precessão “residual” do periélio de Mercúrio, os 43” de arco por século não explicados pela Mecânica de Newton. Eles podem explicar até pouco mais de 1” esta precessão, especialmente com a contribuição da Lua, que por sua vez deve receber influência de Mercúrio também, eventualmente não explicada ainda (veja, por exemplo, [4]). Talvez esta seja a maior contribuição deste artigo: a verificação da possível influência não “infinitesimal” da Lua no cálculo da precessão do periélio de Mercúrio (e vice-versa).

Não creio, entretanto, que seja conveniente dizermos que a Mecânica de Newton não é capaz de explicar esta precessão. Nem podemos dizer que este é um valor de precessão constante, uma precessão “permanente”, válida para sempre. No meio de tantos cálculos, e de tantas observações antigas, será que não há um acúmulo de pequenos erros, que seja de 0,5” por ano de observações, capaz de resultar num erro maior, próximo do procurado valor da precessão?

Da leitura de [2] não fui capaz de compreender (ainda que faltem mais 4 tomos anteriores para serem estudados) que esta é uma precessão permanente, calculada apenas com dados supostamente permanentes, ou mais ou menos constantes, por exemplo, massa, periélio, afélio, excentricidade, período orbital, inclinação da

eclíptica... Mais pareceu-me um resultado médio até determinado tempo, baseado em observações angulares antigas e da época, embora possa estar enganado.

A partir da página 102 Le Verrier menciona a hipótese de um novo planeta, ou de um conjunto de pequenos corpos, entre Mercúrio e o Sol, mas também menciona anteriormente, na página 100, que variações na massa de Vênus ou Terra poderiam explicar uma diferença de 38,3". Menciona ainda a obliquidade da eclíptica por um século e um valor médio adotado para as massas dos planetas, chegando a 45,76" e 47,48". São valores muito próximos dos 43" de precessão, que no meu entender, da leitura "corrida" de Le Verrier que fiz, são explicações clássicas, newtonianas.

Num próximo artigo, para analisar a hipótese 2, do envolvimento da latitude dos observatórios no valor da precessão de Mercúrio, chegaremos a Newcomb, autor de vários artigos importantes sobre movimento planetário, por exemplo, [5]. Pretendo até lá fazer um estudo mais completo.

#### 4 – Referências Bibliográficas

1. Godoi, V.M.S., *Três hipóteses para o avanço do periélio de Mercúrio*, disponível em <http://vixra.org/abs/1407.0034> (2014).
2. Le Verrier, U.J., *Theorie du Mouvement de Mercure*, Annales de L'Observatoire Impérial de Paris, Recherches Astronomiques, tome V, chapitre XV (1859).
3. Sato, M., *Dinâmica do Sistema Solar*, em *Astronomia e Astrofísica*, cap. 4, W.J.Maciél (editor), São Paulo: IAG/USP (1991).
4. Martins, R.A., *Alguns Aspectos da Teoria da Gravitação*. Perspicillum 4, 1, 9-15 (1990), disponível em <http://www.ghc.usp.br/server/pdf/ram-40.pdf>.
5. Newcomb, S., *Discussion of Observed Transits of Mercury from 1677 to 1881*, *Astronomical Papers of the American Ephemeris and Nautical Almanac* (1882), em [www.relativitycalculator.com/pdfs/mercury\\_perihelion\\_advance/S.Newcomb.pdf](http://www.relativitycalculator.com/pdfs/mercury_perihelion_advance/S.Newcomb.pdf)