

Elastisitas Batang Lurus Komposit Biner dengan Model Pegas-Titik Massa dalam Serat Lurus Sejajar tak Berinteraksi: Studi Awal Kasus Serat Tunggal

S. Viridi^{1,*}, Widayani², S. N. Khotimah³

KK Fisika Nuklir dan Biofisika, FMIPA, Institut Teknologi Bandung

Jalan Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia

¹dudung@fi.itb.ac.id, ²widayani@fi.itb.ac.id, ³nurul@fi.itb.ac.id

Abstrak

Material komposit biner berbentuk batang, yang tersusun atas material A dan B, disederhanakan dengan serat-serat lurus sejajar, yang masing-masingnya dalam bentuk 1-d dan dimodelkan dengan menggunakan N_s titik massa. Dua titik massa berurutan dihubungkan dengan pegas berkonstanta tertentu k_{AA} , k_{AB} , atau k_{BB} bergantung pada jenis titik massa yang mengapitnya. Tiga jenis ikatan komposit dibahas di sini, yaitu untuk ikatan komposit lebih lemah dari [$k_{AB} < \min(k_{AA}, k_{BB})$], berada di antara [$\min(k_{AA}, k_{BB}) < k_{AB} < \max(k_{AA}, k_{BB})$], dan lebih kuat dari [$k_{AB} > \max(k_{AA}, k_{BB})$] ikatan masing-masing material penyusunnya, yang masing-masing dinyatakan dengan jenis I, II, dan III, berturut-turut. Aturan elastisitas material komposit isostrain menyatakan $E_{AB} = (1 - c) E_A + c E_B$, dengan c adalah konsentrasi material B. Jenis II memiliki kesesuaian dengan aturan tersebut, sedangkan kedua jenis lainnya menghasilkan sedikit deviasi darinya.

Kata kunci: material komposit, satu dimensi, pegas, kombinasi, urutan.

PACS: 46.25.-y, 62.20.D-, 81.40.Jj, 88.30.mj.

Pendahuluan

Komposit biner merupakan hal yang menarik untuk diteliti, dan telah dibahas dalam eksperimen 3-d [1] dan simulasi 2-d berbasis butiran [2], di mana pencampurannya dapat bersifat merata [1] atau masih terbedakan [3]. Dalam tulisan ini komposit dimodelkan sebagai sistem partikel-pegas-partikel yang tersusun seri dan paralel.

Model batang berserat lurus sejajar

Sebuah batang berluas penampang A , bermassa M , dan memiliki panjang L_0 dimodelkan terdiri dari serat-serat lurus sejajar tak berinteraksi. Terdapat N_p serat lurus sejajar bermassa m_j . Masing-masing serat lurus dimodelkan terdiri dari N_s titik massa m_i tak berdimensi, yang di antara dua titik massa berurutan, m_i dan m_{i+1} , dihubungkan dengan pegas berkonstanta $k_{i,i+1}$ dan panjang normal l_0 , di mana

$$l_0 = \frac{L_0}{N_s}, \quad (1)$$

$$m_j = \frac{M}{N_p}, \quad (2)$$

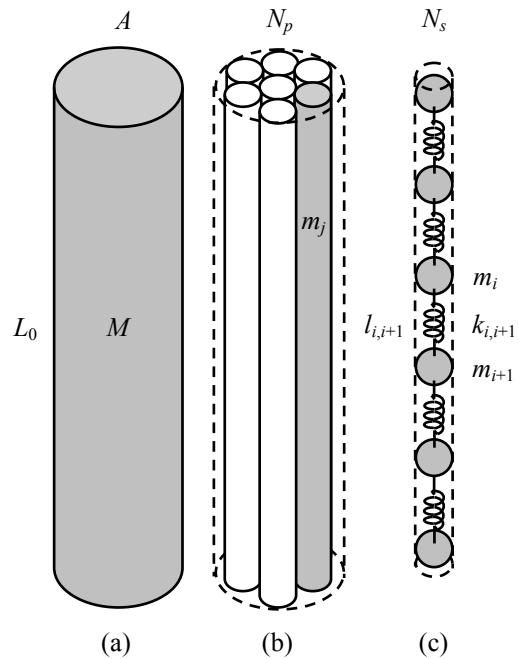
$$m_i = \frac{m_j}{N_s}. \quad (3)$$

Ilustrasi batang yang dimodelkan diberikan dalam Gambar 1. Bila gaya F diberikan pada kedua ujung batang dalam Gambar 1.(a) pada arah sejajar panjang batang sehingga terjadi pertambahan panjang batang ΔL , maka elastisitas batang adalah

$$E = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}. \quad (4)$$

Hukum Hooke yang memiliki bentuk

$$F = k\Delta L, \quad (5)$$



Gambar 1. (a). Batang berluas penampang A , panjang L_0 , dan massa M . (b) Terdapat N_p serat lurus sejajar yang merepresentasikan batang. (c) Terdapat N_s titik massa yang saling terikat pegas, yang mewakili setiap serat lurus.

akan memberikan hubungan

$$k = \frac{EA}{L_0}. \quad (6)$$

Konstanta pegas dalam Persamaan (6) merupakan hasil susunan konstanta pegas paralel dari serat-serat lurus sejajar k_j

$$k = \sum_{j=1}^{N_p} k_j, \quad (7)$$

di mana konstanta pegas ini merupakan hasil susunan pegas seri $k_{i,i+1}$ yang menghubungkan titik-titik massa m_i dan m_{i+1}

$$\frac{1}{k_j} = \sum_{i=1}^{N_s-1} \frac{1}{k_{i,i+1}}. \quad (8)$$

Bila semua konstanta pegas $k_{i,i+1}$ bernilai sama, misalnya saja k_A , maka konstanta pegas batang juga harus bernilai sama. Untuk itu Persamaan (7) akan memberikan

$$k_j = \frac{k}{N_p} \quad (9)$$

dan

$$k_{i,i+1} = (N_s - 1)k_j. \quad (10)$$

Substitusi Persamaan (9) ke Persamaan (10) akan memberikan

$$k_{i,i+1} = \frac{(N_s - 1)}{N_p} k. \quad (11)$$

Persamaan (8) dengan menggunakan ungkapan dalam Persamaan (11) akan menjadi

$$\frac{1}{k_j} = \sum_{i=1}^{N_s-1} \frac{N_p}{(N_s - 1)k} = \frac{N_p}{k}, \quad (12)$$

yang tak lain adalah Persamaan (9). Substitusi hasil ini ke Persamaan (7) akan menghasilkan

$$k = \sum_{j=1}^{N_p} \frac{k}{N_p} = k. \quad (13)$$

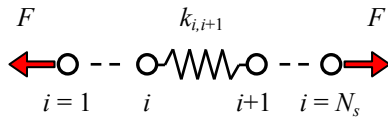
Persamaan (13) merupakan suatu konfirmasi bahwa Persamaan (11) adalah benar.

Dengan menggunakan Persamaan (6) dan (11) dapat dituliskan bahwa

$$k_{i,i+1}^\alpha = \left(\frac{N_s - 1}{N_p} \right) \left(\frac{E_\alpha A}{L_0} \right), \quad (14)$$

sehingga inisiasi nilai konstanta pegas tiap-tiap titik massa dapat dilakukan dengan $\alpha = A, B$.

Ilustrasi gaya F yang bekerja kedua ujung suatu serat dengan susunan seri titik massa – pegas – titik massa diberikan dalam Gambar 2, yang tak lain merupakan penyajian dari Gambar 1(c).



Gambar 2. Model material elastis 1-d dalam suatu serat menggunakan sejumlah titik massa i dan pegas setiap segmen $k_{i,i+1}$.

Untuk sistem yang ditinjau ini serat-serat lainnya juga mendapatkan gaya F yang sama. Gaya interaksi antar serat diabaikan dalam tulisan ini.

Komposit biner $N_p = 1$

Untuk suatu komposit biner yang masing-masing bahan murninya, misalnya A dan B, memiliki elastisitas E_A dan E_B maka akan terdapat konstanta pegas $k_{i,i+1}$ yang dapat bernilai k_{AA} , k_{BB} , dan k_{AB} . Dua konstanta pegas pertama terdapat pada masing-masing bahan murni A dan B, sedangkan konstanta pegas terakhir terdapat antara titik massa bahan A dan B.

Perbedaan konstanta ini mirip dengan ikatan antar atom yang berbeda, yang telah umum digunakan, misalnya parameter potensial Lennard-Jones 12-10 dan 12-6 [4] dalam piranti lunak AutoDoc [5].

Konsentrasi material komposit c dimodelkan dengan mengubah jumlah titik massa jenis A dan B

$$c = \frac{N_B}{N_A + N_B}, \quad (15)$$

di mana nilai $c = 0$ menyatakan material komposit hanya mengandung titik massa jenis A dan $c = 1$ berarti bahwa material komposit hanya mengandung titik massa jenis B. Dengan jumlah total titik massa

$$N = N_A + N_B, \quad (16)$$

maka untuk suatu konsentrasi tertentu c dapat ditentukan nilai N_A dan N_B

$$N_A = (1 - c)N \quad (17)$$

dan

$$N_B = cN. \quad (18)$$

Bila terdapat K jenis titik massa yang harus diletakkan pada N lokasi titik massa, di mana jumlah suatu jenis tidak dibatasi, maka akan terdapat

$$C = K^N \quad (19)$$

kombinasi yang mungkin, yang untuk kasus ini dibatasi $K = 2$ karena hanya terdapat jenis titik massa A dan B untuk komposit biner. Dengan demikian dapat dituliskan dapat dituliskan bahwa

$$C = 2^N. \quad (20)$$

Urutan jenis titik-titik massa dalam suatu susunan S dari sejumlah 2^N kombinasi yang ada akan menentukan konstanta pegas tiap segmen $k_{i,i+1}$ dikaitkan dengan konstanta pegas bahan utuh k_{AA} , k_{AB} , atau k_{BB} lewat Persamaan (14) dengan mengambil $N_p = 1$ untuk kasus serat tunggal yang dibahas dalam tulisan ini.

Hasil dan diskusi

Untuk nilai $N_s = 1, 2, 3, 4$, kemungkinan komposisi yang terbentuk diberikan dalam Tabel 1. Sementara itu, perhitungan dengan $N_s = 5$ memberikan 64 susunan urutan dan tujuh macam konsentrasi c sebagaimana diberikan dalam Gambar 3-5. Aturan pencampuran komposit (rule of mixture) untuk isostrain meramalkan bahwa

$$k = k_{AA}(1 - c) + ck_{BB}, \quad (21)$$

yang terlihat hanya cocok untuk jenis II dengan

$$k_{AA} < k_{AB} < k_{BB}, \quad (22)$$

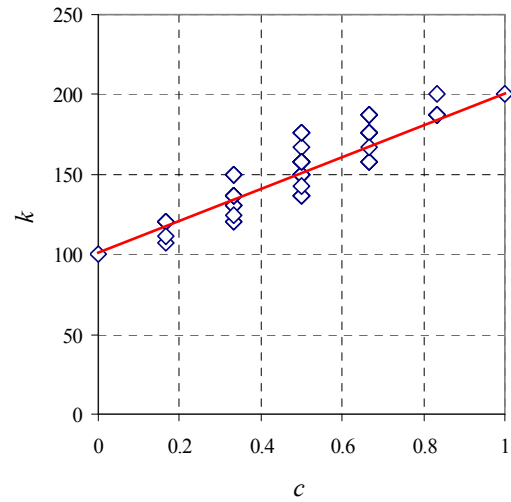
sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 3. Untuk jenis lain seperti dalam Gambar 4 (jenis I) dan 5 (jenis III) terlihat bahwa aturan pencampuran komposit tidak terlalu baik.

Tabel 1. Ilustrasi sistem material komposit 1-d dengan berbagai jumlah titik massa $N = 1 \dots 4$, dan konsentrasi yang mungkin c , serta urutan material penyusunnya S dan konstanta pegasnya untuk tiap segmen $k_{i,i+1}$.

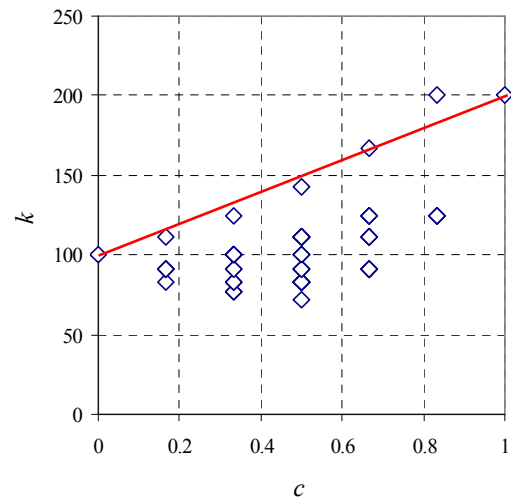
N	c_{AB}	S	$N k'_i$
2	0	AA	k_{AA}
	0.5	AB	k_{AB}
	0.5	BA	k_{AB}
	1	BB	k_{BB}
3	0	AAA	$k_{AA} k_{AA}$
	0.33	AAB	$k_{AA} k_{AB}$
		ABA	$k_{AB} k_{AB}$
		BAA	$k_{AB} k_{AA}$
	0.67	ABB	$k_{AB} k_{BB}$
		BAB	$k_{AB} k_{AB}$
		BAA	$k_{AB} k_{AA}$
	1	BBB	$k_{BB} k_{BB}$
4	0	AAAA	$k_{AA} k_{AA} k_{AA}$
	0.25	AAAB	$k_{AA} k_{AA} k_{AB}$
		AABA	$k_{AA} k_{AB} k_{AB}$
		ABAA	$k_{AB} k_{AB} k_{AA}$
		BAAA	$k_{AB} k_{AA} k_{AA}$
	0.5	AABB	$k_{AA} k_{AB} k_{AA}$
		ABAB	$k_{AB} k_{AB} k_{AB}$
		ABBA	$k_{AB} k_{BB} k_{AB}$
		BAAB	$k_{AB} k_{AA} k_{AB}$
	0.75	BABA	$k_{AB} k_{AB} k_{AB}$
		BBAA	$k_{BB} k_{AB} k_{AA}$
		ABBB	$k_{AB} k_{BB} k_{BB}$
		BABB	$k_{AB} k_{AB} k_{BB}$
	1	BBAB	$k_{BB} k_{AB} k_{AB}$
		BBBA	$k_{BB} k_{BB} k_{AB}$
		BBBB	$k_{BB} k_{BB} k_{BB}$

Untuk mendapatkan nilai-nilai c yang lebih halus diperlukan nilai N_s yang lebih besar, yang akan merupakan kelanjutan dari penelitian ini.

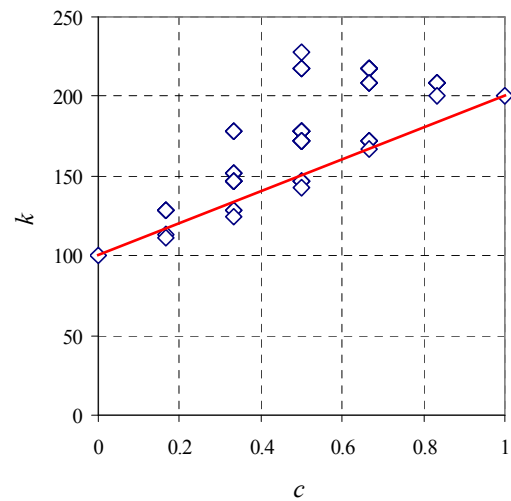
Selain itu, untuk penelitian berikutnya perlu juga dibahas invers dari aturan pencampuran (inverse rule of mixtures) yang merupakan batas bawah konstanta pegas k (atau modulus elastisitas) [6], sehingga dapat diperoleh rentang yang membatasi validitas dari hasil perhitungan dengan model yang diusulkan ini.



Gambar 3. Konstanta pegas k sebagai fungsi konsentrasi c dengan $k_{AA} = 100$, $k_{AB} = 150$, dan $k_{BB} = 200$.



Gambar 4. Konstanta pegas k sebagai fungsi konsentrasi c dengan $k_{AA} = 100$, $k_{AB} = 50$, dan $k_{BB} = 200$.



Gambar 5. Konstanta pegas k sebagai fungsi konsentrasi c dengan $k_{AA} = 100$, $k_{AB} = 250$, dan $k_{BB} = 200$.

Kesimpulan

Perhitungan konstanta pegas komposit dengan menggunakan model titik massa – pegas telah dilakukan dan hasil perhitungan dengan $N_s = 5$ dan $N_p = 1$ menunjukkan bahwa hanya komposit jenis II yang memenuhi aturan pencampuran isostrain.

Ucapan terima kasih

Penelitian ini didukung oleh Penelitian Unggulan Perguruan Tinggi – Desentralisasi Dikti 2015 dengan nomor kontrak 310i/I1.C01/PL/2015.

Referensi

1. Widayani, Y.Susanah, L. S. Utami, S. N. Khotimah, S. Viridi, "Compressive Elastic Modulus of Natural Fiber Based Binary Composites", in International Conference on Physics and Its Applications-2011, edited by K. Basar et al., AIP Conference Proceedings 1454, American Institute of Physics, Melville, NY, 2012, pp. 286-289.
2. S. Viridi, Widayani, S. N. Khotimah, "2-D Granular Model of Composite Elasticity using Molecular Dynamics Simulation", in International Conference on Physics and Its Applications-2011, edited by K. Basar et al., AIP Conference Proceedings 1454, American Institute of Physics, Melville, NY, 2012, pp. 219-222.
3. I. D. Aditya, Widayani, S. Viridi, S. N. Khotimah, "Study of Internal Response of Epoxy Due to Compressive Load via Experiment and Simulation using Abaqus FEA Software", Advanced Materials Research 896 (8), 549-552 (2014).
4. C. Mulakala, P. J. Reilly, "Force calculations in automated docking: Enzyme–substrate interactions in *Fusarium oxysporum* Cel7B", Proteins: Structure, Function, and Bioinformatics 61 (3), 590-596 (2005).
5. CSB Staff , "Parameters from AutoDock Version 1", Center for Structural Biology, Yale University, 08-Jul-2004 12:58:40, URL http://www.csb.yale.edu/userguides/datamanip/autodock/html/Using_AutoDock_305.20.html [20150110].
6. Wikipedia Contributors, "Rule of Mixtures", Wikipedia, The Free Encyclopedia, 23 April 2015, 19:25 UTC, oi:658884258 [20150610].