

Sobre la Paradoja de los Gemelos

A. Blato

Licencia Creative Commons Atribución 3.0

(2015) Buenos Aires, Argentina

(KINETICO)

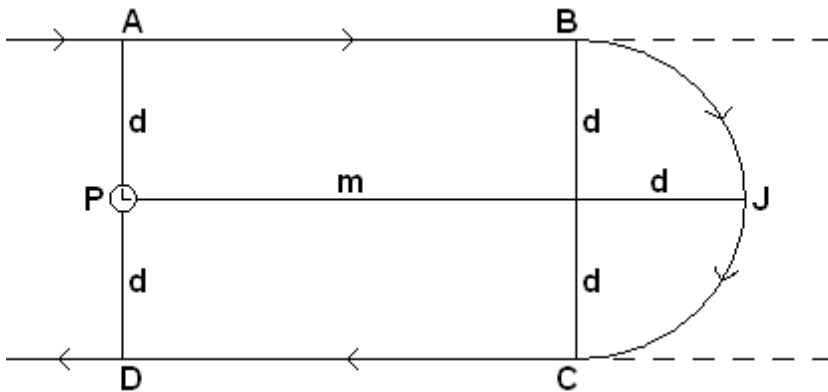
Introducción

Este artículo presenta un ejemplo didáctico y relativamente sencillo que podría ser muy útil para examinar la paradoja de los gemelos.

Por otro lado, este ejemplo podría también ser muy útil para examinar la geometría espacial desde un sistema no inercial.

Procedimiento

En este ejemplo hay dos observadores: **Pepe** (que siempre es un observador inercial) y **Juan** (que no siempre es un observador inercial)



Sistemas de Referencia Pepe, Juan y Auxiliares

Unidades de medida

Velocidad: 100000 km/s

Distancia: 100000 km

Tiempo: 1 s

Sistema de Referencia Inercial Pepe

Datos Iniciales

$$\overline{AB} + \widehat{BJC} + \overline{CD} = 24$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 2 \text{ m}$$

$$\widehat{BJC} = \pi \text{ d}$$

Ecuación Base

$$m = 12 - 0.5 \pi \text{ d}$$

Variable d

$$0 < d < 24/\pi$$

Notas

En este ejemplo la única variable independiente es **d**.

Si **d** tiende a **0** entonces **m** tiende a **12**. Es principalmente en esta opción donde el reloj pulsera de Pepe avanza de una manera vertiginosa respecto al sistema (no inercial) de Juan.

Si **d** tiende a $24/\pi$ entonces **m** tiende a **0**. Es principalmente en esta opción donde este ejemplo podría también ser muy útil para examinar la geometría espacial desde el sistema (no inercial) de Juan.

Antes de comenzar el experimento Pepe determina el valor de la variable **d** y coloca una estrella (o un meteoroido) en cada uno de los puntos **A**, **B**, **J**, **C** y **D** que permanecen fijos (en reposo) respecto al sistema de Pepe.

Cuando comienza el experimento el reloj pulsera de Pepe siempre indica 0 Seg. en el punto **P** (respecto al sistema de Pepe) y el reloj pulsera de Juan siempre indica 0 Seg. en el punto **A** (respecto al sistema de Pepe)

Cuando finaliza el experimento el reloj pulsera de Pepe siempre indica 10 Seg. en el punto **P** (respecto al sistema de Pepe) y el reloj pulsera de Juan siempre indica 6 Seg. en el punto **D** (respecto al sistema de Pepe)

La velocidad del reloj pulsera de Juan respecto al sistema de Pepe es siempre de: $v = |2.4|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Pepe respecto al sistema de Juan es siempre de: $v = |2.4|$ (constante)

Por lo tanto, tanto para Pepe y como para Juan el factor gamma es: $\gamma = 1.6$ y su inverso es: $\gamma^{-1} = 0.6$

El sistema de Pepe en todo el experimento es siempre un sistema inercial.

El sistema de Juan es siempre un sistema inercial en el recorrido que va desde el punto **A** hasta el punto **B** y el sistema de Juan es siempre también un sistema inercial en el recorrido que va desde el punto **C** hasta el punto **D**.

El sistema de Juan es siempre un sistema no inercial en el recorrido que va desde el punto **B** hasta el punto **C** (pero en los puntos **B** y **C** el sistema de Juan es siempre un sistema inercial)

El sistema de Juan puede ser representado por otro sistema inercial auxiliar en el recorrido que va desde el punto **A** hasta el punto **B**. Este sistema inercial auxiliar será llamado sistema inercial de la Nave 1 (la Nave 1 luego del punto **B** sigue su viaje según como indican las rayas suspensivas de arriba)

El sistema de Juan puede ser representado por otro sistema inercial auxiliar en el recorrido que va desde el punto **C** hasta el punto **D**. Este sistema inercial auxiliar será llamado sistema inercial de la Nave 2 (la Nave 2 antes del punto **C** viene de su viaje según como indican las rayas suspensivas de abajo)

El sistema de Juan puede ser representado por otros sistemas inerciales auxiliares en el recorrido que va desde el punto **B** hasta el punto **C**. En este recorrido cada sistema inercial auxiliar será llamado sistema inercial de la Nave X (donde $1 < X < 2$)

Acto A: Cuando el reloj pulsera de Juan pasa por el punto **A**.

Acto B: Cuando el reloj pulsera de Juan pasa por el punto **B**.

Acto J: Cuando el reloj pulsera de Juan pasa por el punto **J**.

Acto C: Cuando el reloj pulsera de Juan pasa por el punto **C**.

Acto D: Cuando el reloj pulsera de Juan pasa por el punto **D**.

1) Armando el relato del sistema de Pepe: Cada vez que sucede un Acto el sistema de Pepe debe anotar los siguientes datos:

Ubicación (x,y) del reloj pulsera de Juan (respecto al sistema de Pepe), tiempo (t) en que el sistema de Pepe hizo esa medición (x,y) y también debe anotar lo que está indicando el reloj pulsera de Juan (T)

2) Armando el relato del sistema de Juan: Cada vez que sucede un Acto el sistema de Juan debe anotar los siguientes datos:

Ubicación (x,y) del reloj pulsera de Pepe (respecto al sistema de Juan), tiempo (t) en que el sistema de Juan hizo esa medición (x,y) y también debe anotar lo que está indicando el reloj pulsera de Pepe (T)

Base

$$0 < d < 24/\pi$$

$$m = 12 - 0.5 \pi d$$

$$\gamma = 1.6 \widehat{\quad} \mapsto \gamma^{-1} = 0.6$$

$$v = |2.4| \widehat{\quad} \mapsto v^{-1} = 0.41\widehat{6}$$

Acto A [En este Acto A los valores de t y de T no dependen del valor de la variable **d**]

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: (x,y,t);(T) (0,d,0);(0)

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: (x,y,t);(T) (0,-d,0);(0)

Acto B [En este Acto B los valores de t y de T sí dependen del valor de la variable **d**]

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: (x,y,t);(T) (m,d,v⁻¹m);(γ⁻¹v⁻¹m)

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: (x,y,t);(T) (-γ⁻¹m,-d,γ⁻¹v⁻¹m);(γ⁻¹γ⁻¹v⁻¹m)

Acto J [En este Acto J los valores de t y de T no dependen del valor de la variable **d**]

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: (x,y,t);(T) (m+d,0,5);(3)

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: (x,y,t);(T) (-m-d,0,3);(5)

Acto C [En este Acto C los valores de t y de T sí dependen del valor de la variable **d**]

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: (x,y,t);(T) (m,-d,10-v⁻¹m);(6-γ⁻¹v⁻¹m)

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: (x,y,t);(T) (-γ⁻¹m,d,6-γ⁻¹v⁻¹m);(10-γ⁻¹γ⁻¹v⁻¹m)

Acto D [En este Acto D los valores de t y de T no dependen del valor de la variable **d**]

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: (x,y,t);(T) (0,-d,10);(6)

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: (x,y,t);(T) (0,d,6);(10)

Ej. 1

$$d = 4.8 \pi^{-1}$$

$$\mapsto m = 9.6$$

$$\gamma = 1.6 \widehat{} \mapsto \gamma^{-1} = 0.6$$

$$v = |2.4| \mapsto v^{-1} = 0.41 \widehat{6}$$

Acto A

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,d,0);(0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,-d,0);(0)$

Acto B

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (9.6,d,4);(2.4)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-5.76,-d,2.4);(1.44)$

Acto J

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (9.6+d,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-9.6-d,0,3);(5)$

Acto C

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (9.6,-d,6);(3.6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-5.76,d,3.6);(8.56)$

Acto D

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,-d,10);(6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,d,6);(10)$

Ej. 2

$$d = 8 \pi^{-1}$$

$$\mapsto m = 8$$

$$\gamma = 1.6 \widehat{} \mapsto \gamma^{-1} = 0.6$$

$$v = |2.4| \widehat{} \mapsto v^{-1} = 0.41\widehat{6}$$

Acto A

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,d,0);(0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,-d,0);(0)$

Acto B

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (8,d,3.33);(2.0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-4.8,-d,2.0);(1.2)$

Acto J

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (8+d,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-8-d,0,3);(5)$

Acto C

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (8,-d,6.66);(4.0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-4.8,d,4.0);(8.8)$

Acto D

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,-d,10);(6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,d,6);(10)$

Ej. 3

$$d \approx 0$$

$$\mapsto m \approx 12$$

$$\gamma = 1.6 \widehat{} \mapsto \gamma^{-1} = 0.6$$

$$v = |2.4| \widehat{} \mapsto v^{-1} = 0.41\widehat{6}$$

Acto A

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,0,0);(0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,0,0);(0)$

Acto B

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (12,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-7.2,0,3);(1.8)$

Acto J

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (12,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-12,0,3);(5)$

Acto C

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (12,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-7.2,0,3);(8.2)$

Acto D

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,0,10);(6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,0,6);(10)$

Ej. 4

$$d \approx 24 \pi^{-1}$$

$$\mapsto m \approx 0$$

$$\gamma = 1.6 \widehat{} \mapsto \gamma^{-1} = 0.6$$

$$v = |2.4| \mapsto v^{-1} = 0.41 \widehat{6}$$

Acto A

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,7.64,0);(0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,-7.64,0);(0)$

Acto B

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,7.64,0);(0)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,-7.64,0);(0)$

Acto J

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (7.64,0,5);(3)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (-7.64,0,3);(5)$

Acto C

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,-7.64,10);(6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,7.64,6);(10)$

Acto D

1) Para el sistema de Pepe el reloj pulsera de Juan: $(x,y,t);(T) (0,-7.64,10);(6)$

2) Para el sistema de Juan el reloj pulsera de Pepe: $(x,y,t);(T) (0,7.64,6);(10)$

Observaciones

- Los sistemas de referencia de Pepe y de Juan nunca rotan entre sí (el eje horizontal es el eje «x» con signo «+» a la derecha del origen y el eje vertical es el eje «y» con signo «+» por encima del origen)
- «Sistema de Pepe» = «Sistema de referencia de Pepe», «Sistema de Juan» = «Sistema de referencia de Juan», «Sistema de la Nave 1» = «Sistema de referencia de la Nave 1», etc.
- El reloj pulsera de Pepe siempre coincide con el origen del sistema de referencia Pepe y el reloj pulsera de Juan siempre coincide con el origen del sistema de referencia de Juan.
- «Tiempo del reloj pulsera de Pepe» = «Tiempo propio de Pepe como persona» y «Tiempo del reloj pulsera de Juan» = «Tiempo propio de Juan como persona».
- El suceso cuando el reloj pulsera de Pepe indica 0 Seg. en el punto **P** y el suceso cuando el reloj pulsera de Juan indica 0 Seg. en el punto **A** (Acto A) siempre son sucesos simultáneos tanto para el sistema de Pepe como para el sistema de Juan.
- El suceso cuando el reloj pulsera de Pepe indica 5 Seg. en el punto **P** y el suceso cuando el reloj pulsera de Juan indica 3 Seg. en el punto **J** (Acto J) siempre son sucesos simultáneos tanto para el sistema de Pepe como para el sistema de Juan.
- El suceso cuando el reloj pulsera de Pepe indica 10 Seg. en el punto **P** y el suceso cuando el reloj pulsera de Juan indica 6 Seg. en el punto **D** (Acto D) siempre son sucesos simultáneos tanto para el sistema de Pepe como para el sistema de Juan.
- El suceso cuando el reloj pulsera de Pepe indica 5 Seg. en el punto **P** y el suceso cuando el reloj pulsera de Juan indica 3 Seg. en el punto **J** (Acto J) nunca son sucesos simultáneos tanto para el sistema de la Nave 1 como para el sistema de la Nave 2.
- El reloj pulsera de Juan se atrasa siempre respecto al sistema de Pepe debido a la dilatación del tiempo por la velocidad que tiene Juan respecto al sistema de Pepe.
- Sin embargo, este artículo fue creado principalmente para obtener un relato correcto, detallado y completo del sistema de Juan puesto que es el sistema que siempre deja de ser un sistema inercial en cualquiera de los ejemplos dados sobre la paradoja de los gemelos.
- Según este artículo, el reloj pulsera de Pepe se adelanta siempre respecto al sistema de Juan cuando el sistema de Juan es un sistema no inercial.
- Por lo tanto, según este artículo, resolver «satisfactoriamente» la paradoja de los gemelos consiste fundamentalmente en explicar correctamente por qué el reloj pulsera de Pepe se adelanta siempre respecto al sistema de Juan cuando el sistema de Juan es un sistema no inercial.
- Por otro lado, en este artículo representar al sistema de Juan (Nave de Juan) por otros sistemas inerciales auxiliares (Naves del 1 al 2) no es necesario.
- Sin embargo, de este artículo se deduce que un relato correcto, detallado y completo del sistema de Juan nunca se podrá obtener utilizando solamente dos sistemas inerciales auxiliares (o sea, el de la Nave 1 y el de la Nave 2)
- El ejemplo presentado en este artículo puede ser fácilmente simulado utilizando MatLab o algún otro programa similar (Octave, etc.)
- Sigue ...

Una Posible Resolución

En la sección Observaciones se dijo que resolver «satisfactoriamente» la paradoja de los gemelos consiste fundamentalmente en explicar correctamente por qué el reloj pulsera de Pepe se adelanta siempre respecto al sistema de Juan cuando el sistema de Juan es un sistema no inercial.

En esta sección se tratará de resolver «satisfactoriamente» la paradoja de los gemelos del ejemplo presentado en este artículo.

A tal fin, al ejemplo dado en este artículo se lo dividirá en 3 intervalos:

Intervalo 1: Entre el punto **A** y el punto **B** (aquí el sistema de Pepe es siempre un sistema inercial y el sistema de Juan es siempre un sistema inercial)

Intervalo 2: Entre el punto **B** y el punto **C** (aquí el sistema de Pepe es siempre un sistema inercial y el sistema de Juan es siempre un sistema no inercial)

Intervalo 3: Entre el punto **C** y el punto **D** (aquí el sistema de Pepe es siempre un sistema inercial y el sistema de Juan es siempre un sistema inercial)

El relato del sistema de Pepe sobre el reloj pulsera de Juan:

Intervalo 1: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{1;j} = \Delta t_{1;p} \gamma^{-1}$

Intervalo 2: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{2;j} = \Delta t_{2;p} \gamma^{-1}$

Intervalo 3: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{3;j} = \Delta t_{3;p} \gamma^{-1}$

El relato del sistema de Juan sobre el reloj pulsera de Pepe:

Intervalo 1: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{1;p} = \Delta t_{1;j} \gamma^{-1}$

Intervalo 2: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{2;p} = \Delta t_{2;j} \gamma^{-1}$

Intervalo 2: Dilatación del tiempo por gravedad: $\Delta t_{2;p} = \Delta t_{2;j} \gamma \frac{24}{\pi} \frac{v^2}{d} c^{-2}$

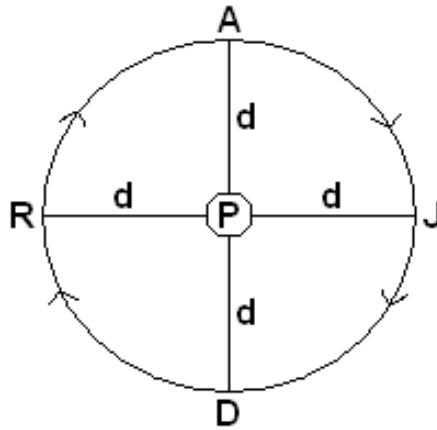
Intervalo 3: Dilatación del tiempo por velocidad: $\Delta t_{3;p} = \Delta t_{3;j} \gamma^{-1}$

Para obtener el relato completo del sistema de Pepe sobre el reloj pulsera de Juan hay que sumar las tres primeras ecuaciones de arriba.

Para obtener el relato completo del sistema de Juan sobre el reloj pulsera de Pepe hay que sumar las cuatro últimas ecuaciones de arriba.

Por otro lado, tratar de eliminar la dilatación del tiempo por gravedad (lo cual sería engañoso) en cualquier ejemplo sobre la paradoja de los gemelos sería como quitarle la parte más jugosa y fundamental del experimento.

La Paradoja de los Trillizos (Lite)



Sistemas de Referencia Pepe, Juan y Rafael

Unidades de medida: Velocidad: 100000 km/s, Distancia: 100000 km y Tiempo: 1 s.

Sistema de Referencia Inercial Pepe

Datos Iniciales

Recorrido de Juan : $\widehat{AJ} + \widehat{JD} = 24$ ($d = 24\pi^{-1}$)

Recorrido de Rafael : $\widehat{DR} + \widehat{RA} = 24$ ($d = 24\pi^{-1}$)

Notas

Al comenzar el experimento el reloj pulsera de Pepe siempre indica 0 Seg. en el punto **P**, el reloj pulsera de Juan siempre indica 0 Seg. en el punto **A** y el reloj pulsera de Rafael siempre indica 0 Seg. en el punto **D**.

Al finalizar el experimento el reloj pulsera de Pepe siempre indica 10 Seg. en el punto **P**, el reloj pulsera de Juan siempre indica 6 Seg. en el punto **D** y el reloj pulsera de Rafael siempre indica 6 Seg. en el punto **A**.

La velocidad del reloj pulsera de Juan respecto al sistema de Pepe es siempre de $v_{jp} = |2.4|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Pepe respecto al sistema de Juan es siempre de $v_{pj} = |2.4|$ (constante)

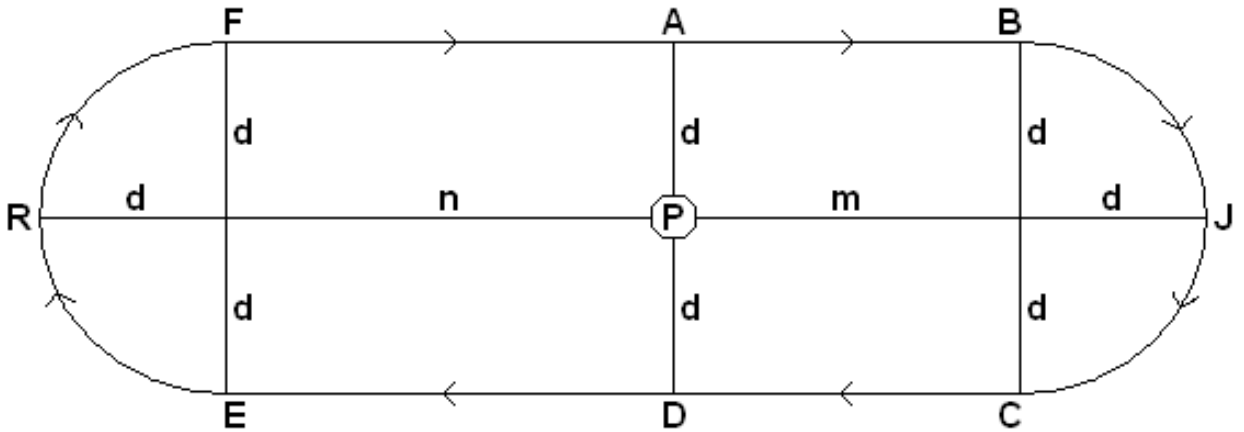
La velocidad del reloj pulsera de Rafael respecto al sistema de Pepe es siempre de $v_{rp} = |2.4|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Pepe respecto al sistema de Rafael es siempre de $v_{pr} = |2.4|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Juan respecto al sistema de Rafael es siempre de $v_{jr} = |2.92683|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Rafael respecto al sistema de Juan es siempre de $v_{rj} = |2.92683|$ (constante)

La Paradoja de los Trillizos (Full)



Sistemas de Referencia Pepe, Juan y Rafael

Unidades de medida: Velocidad: 100000 km/s, Distancia: 100000 km y Tiempo: 1 s.

Sistema de Referencia Inercial Pepe

Datos Iniciales

Recorrido de Juan : $\overline{AB} + \widehat{BJC} + \overline{CD} = m + \pi d + m = 24$

Recorrido de Rafael : $\overline{DE} + \widehat{ERF} + \overline{FA} = n + \pi d + n = \mu$

Ecuación Base

$$m = 12 - 0.5 \pi d$$

Variables **n** y **d**

$$m \leq n \leq 3 + m$$

$$0 < d < 24/\pi$$

Notas

Antes de comenzar el experimento Pepe determina los valores de las variables **d** y **n**.

Al comenzar el experimento el reloj pulsera de Pepe siempre indica 0 Seg. en el punto **P**, el reloj pulsera de Juan siempre indica 0 Seg. en el punto **A** y el reloj pulsera de Rafael siempre indica 0 Seg. en el punto **D**.

La velocidad del reloj pulsera de Juan respecto al sistema de Pepe es siempre de $v_{jp} = |24/10s|$ (constante)

La velocidad del reloj pulsera de Rafael respecto al sistema de Pepe es siempre de $v_{rp} = |\mu/10s|$ (constante)