Хмельник С. И.

Электромагнитная волна в сферическом конденсаторе и природа Земного магнетизма

Аннотация

Предлагается решение уравнений Максвелла для электромагнитной волны в сферическом конденсаторе, который включен в цепь переменного или постоянного тока. На основе этого решения предлагается гипотеза о природе Земного магнетизма.

Оглавление

1. Введение

В [1, 2] рассмотрена электромагнитная волна в конденсаторе, который включен в цепь переменного или постоянного тока. Ниже рассматривается сферический конденсатор в цепи синусоидального тока или постоянного тока. Обкладками такого конденсатора являются две сферы с общим центром и радиусами $R_2 > R_1$. На основе этого решения предлагается гипотеза о природе Земного магнетизма. Ранее в [3] аналогичным образом была обоснована модель шаровой молнии.

2. Уравнения Максвелла в сферических координатах

Вначале рассмотрим сферический конденсатор в цепи синусоидального тока. На рис. 1 показана система сферических координат (ρ,θ,φ). В табл. 1 приведены выражения для ротора и дивергенции вектора **E** в этих координатах [4]. Здесь и далее

E - напряженность электрического поля,

H - напряженность магнитного поля,

μ - абсолютная магнитная проницаемость,

ε - абсолютная диэлектрическая проницаемость.

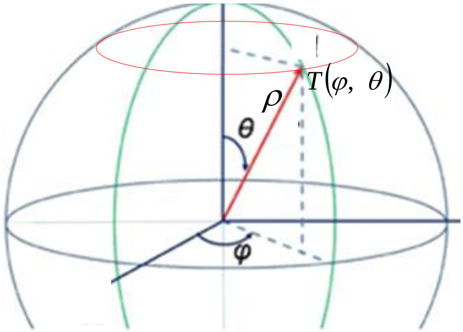

Рис. 1 (Sfera155.vsd).

Таблица 1.

1	2	3
1	$\mathrm{rot}_\rho(E)$	$\frac{E_\varphi}{\rho \mathrm{tg}(\theta)}+\frac{\partial E_\varphi}{\rho \partial \theta}-\frac{\partial E_\theta}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$
2	$\mathrm{rot}_\theta(E)$	$\frac{\partial E_\rho}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}-\frac{E_\varphi}{\rho}-\frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho}$
3	$\mathrm{rot}_\varphi(E)$	$\frac{E_\theta}{\rho}+\frac{\partial E_\theta}{\partial \rho}-\frac{\partial E_\rho}{\rho \partial \varphi}$
4	$\mathrm{div}(E)$	$\frac{E_\rho}{\rho}+\frac{\partial E_\rho}{\partial \rho}+\frac{E_\theta}{\rho \mathrm{tg}(\theta)}+\frac{\partial E_\theta}{\rho \partial \theta}+\frac{\partial E_\varphi}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$

Уравнения Максвелла в сферических координатах при отсутствии зарядов и токов <u>между</u> обкладками сферического конденсатора имеют вид, приведенный в табл. 2.

Таблица 2.

1	2
1.	$\mathrm{rot}_\rho H - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_\rho}{\partial t} = 0$
2.	$\mathrm{rot}_\theta H - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_\theta}{\partial t} = 0$
3.	$\mathrm{rot}_\varphi H - \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E_\varphi}{\partial t} = 0$
4.	$\mathrm{rot}_\rho E + \frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\rho}{\partial t} = 0$
5.	$\mathrm{rot}_\theta E + \frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\theta}{\partial t} = 0$
6.	$\mathrm{rot}_\varphi E + \frac{\mu}{c}\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = 0$
7.	$\mathrm{div}(E) = 0$
8.	$\mathrm{div}(H) = 0$

Далее мы будем искать решение в виде функций E, H, представленных в табл. 3, где функции вида $E_{\varphi\rho}(\rho)$ предстоит вычислить. Здесь важно отметить, что

- эти функции не зависят от аргумента φ;
- при $E(\theta) = \sin(\theta)$ выражение

$$\frac{E}{\mathrm{tg}(\theta)} + \frac{\partial E}{\partial \theta} = 2\cos(\theta). \tag{11}$$

Таблица 3.

1	2
	$E_\rho = E_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)\sin(\omega t)$
	$E_\theta = E_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)\sin(\omega t)$
	$E_\varphi = E_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)\sin(\omega t)$
	$H_\rho = H_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)\cos(\omega t)$
	$H_\theta = H_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)\cos(\omega t)$
	$H_\varphi = H_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)\cos(\omega t)$

Подставим функции E, H из табл. 3 в табл. 1 и учтем (11). Тогда получим табл. 4.

Таблица 4.

1	**2**	**3**
1	$\mathrm{rot}_\rho(E)$	$\frac{2E_{\varphi\rho}}{\rho}\cos(\theta)\ \sin(\omega t)$
2	$\mathrm{rot}_\theta(E)$	$-\left(\frac{E_\varphi}{\rho}+\frac{\partial E_\varphi}{\partial\rho}\right)\sin(\theta)\ \sin(\omega t)$
3	$\mathrm{rot}_\varphi(E)$	$\left(\frac{E_\theta}{\rho}+\frac{\partial E_\theta}{\partial\rho}\right)\sin(\theta)\ \sin(\omega t)$
4	$\mathrm{div}(E)$	$\left(\left(\frac{E_\rho}{\rho}+\frac{\partial E_\rho}{\partial\rho}\right)+\frac{2E_{\theta\rho}}{\rho}\right)\cos(\theta)\ \sin(\omega t)$

Выражения для ротора и дивергенции функции H отличаются от показанных в табл. 4 только тем, что вместо множителей $\sin(\omega t)$ стоят множители $\cos(\omega t)$. Подставляя выражения для роторов и дивергенций в уравнения Максвелла (см. табл. 2), дифференцируя по времени и сокращая общие множители, получаем новую форму уравнений Максвелла – см. табл. 5.

Таблица 5.

1	**2**
1	$\frac{2E_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\mu}{c}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\mu}{c}H_{\varphi\rho}=0$
4	$\left(\left(\frac{E_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$
5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega\varepsilon}{c}E_{\rho\rho}=0$

6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\varepsilon}{c}E_{\theta\rho}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\varepsilon}{c}E_{\varphi\rho}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

3. Решение уравнений Максвелла для вакуума

Вначале рассмотрим эти уравнения для вакуума, где в системе СГС

$$\varepsilon=\mu=1. \tag{12}$$

Тогда уравнения Максвелла становятся полностью симметричными относительно напряженностей E и H. Сложим попарно уравнения (1-4) и (5-8). Тогда получим:

$$\frac{2W_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega}{c}W_{\rho\rho}=0, \tag{13}$$

$$\left(\frac{W_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial W_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{\omega}{c}W_{\theta\rho}=0, \tag{14}$$

$$\left(\frac{W_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial W_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega}{c}W_{\varphi\rho}=0, \tag{15}$$

$$\left(\left(\frac{W_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial W_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2W_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0, \tag{16}$$

где

$$W=E+H,\ E=H=W/2. \tag{17}$$

Система 4-х уравнений (13-16) определяет 3 неизвестных функции – эта система является переопределенной. Мы покажем, что существует решение, удовлетворяющее всем 4-м уравнениям.

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что уравнения (14, 15) имеют следующее решение:

$$W_{\theta\rho}=A\cdot\frac{-i}{\rho}\exp\left(\frac{i\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{18}$$

$$W_{\varphi\rho}=-A\cdot\frac{1}{\rho}\exp\left(\frac{i\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{19}$$

где $A,\ R,\ \omega,\ \beta,\ c$ – константы. Из (13, 18) находим:

$$W_{\rho\rho}=\frac{2W_{\varphi\rho}}{\rho}\frac{c}{\omega}=-\frac{2Ac}{\omega\rho^2}\exp\left(\frac{i\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{20}$$

$$\frac{\partial W_{\rho\rho}}{\partial\rho}=A\left(\frac{2ci}{\omega\rho^3}-\frac{2}{\rho^2}\right)\exp\left(\frac{i\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right). \tag{21}$$

Подставляя (19-21) в (16) убеждаемся, что уравнение (16) превращается в тождество 0=0. Следовательно, три функции (18-20) удовлетворяют 4-м уравнениям (13-16), что и требовалось показать.

Найденное решение является комплексным. Известно, что реальная часть комплексного решения также является решением. Следовательно, в качестве решения вместо функций (18-20) можно принять их реальные части:

$$W_{\theta\rho}=A\frac{1}{\rho}\sin\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{22}$$

$$W_{\varphi\rho}=-A\cdot\frac{1}{\rho}\cos\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{23}$$

$$W_{\rho\rho}=-\frac{2Ac}{\omega\rho^2}\cos\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right). \tag{24}$$

Учитывая (17), окончательно получаем:

$$H_{\theta\rho}=E_{\theta\rho}=\frac{A}{2\rho}\sin\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{25}$$

$$H_{\varphi\rho}=E_{\varphi\rho}=-\frac{A}{2\rho}\cos\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right), \tag{26}$$

$$H_{\rho\rho}=E_{\rho\rho}=-\frac{Ac}{\omega\rho^2}\cos\left(\frac{\omega}{c}(\rho-R)+\beta\right). \tag{27}$$

Итак, решение уравнений Максвелла для сферического конденсатора в вакууме имеет вид уравнений (25-27).

Для нахождения этих функций достаточно знать значения констант $A,\ R,\ \omega,\ \beta,\ c$. Полученное решение означает, что **<u>в сферическом конденсаторе, который включен в цепь синусоидальнонго тока, существует электромагнитная волна</u>**.

Решение уравнений Максвелла для случая, когда диэлектрик не является вакуумом, дано в Приложении 1, а для случая, когда диэлектрик имеет некоторую электропроводность – в Приложении 2.

4. Электрические и магнитные напряженности

Рассмотрим на сфере радиуса ρ точку Т с координатами $\varphi,\ \theta$. Векторы $\vec{H}_\varphi$ и $\vec{H}_\theta$, исходящие из этой точки, лежат в плоскости P, касательной к этой сфере в этой точке $T(\varphi,\ \theta)$ - см. рис. 2. Эти векторы перпендикулярны друг другу. Следовательно, в каждой точке $(\varphi,\ \theta)$ суммарный вектор

$$\vec{H}_{\varphi\theta} = \vec{H}_\varphi + \vec{H}_\theta \tag{28}$$

лежит в плоскости P и направлен под углом ψ к линии параллели. Как следует из (25, 26) и табл. 3, модуль этого вектора и угол ψ определяются следующими формулами:

$$\left|\vec{H}_{\varphi\theta}\right| = \frac{A}{2\rho} \tag{29}$$

$$\cos(\psi) = \frac{H_{\theta\rho}}{\left|\vec{H}_{\varphi\theta}\right|} = \sin\left(\frac{\omega}{c}(\rho - R) + \beta\right)$$

или

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega}{c}(\rho - R) - \beta. \tag{30}$$

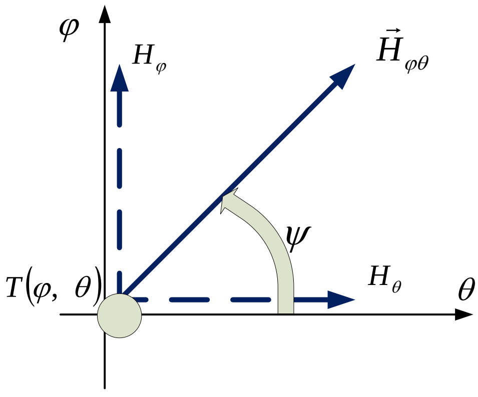

Рис. 2 (Sfera110.vsd).

Подобные соотношения существуют для векторов $\vec{E}_\varphi$ и $\vec{E}_\theta$ Следовательно, в сферическом конденсаторе можно рассматривать только один вектор электрической напряженности $\vec{E}_{\varphi\theta}$ и только один вектор магнитной напряженности $\vec{H}_{\varphi\theta}$. Поскольку эти векторы лежат на сфере, будем называть их сферическими.

На рис. 3 показаны векторы $\vec{H}_{\varphi\theta}$ и $\vec{E}_{\varphi\theta}$, лежащие на плоскости P, и векторы $\vec{H}_{\rho}$ и $\vec{E}_{\rho}$, лежащие на радиусе.

Заметим, что существует множество решений, отличающихся значением числа β. Этот факт отражает произвол в выборе математических осей координат.

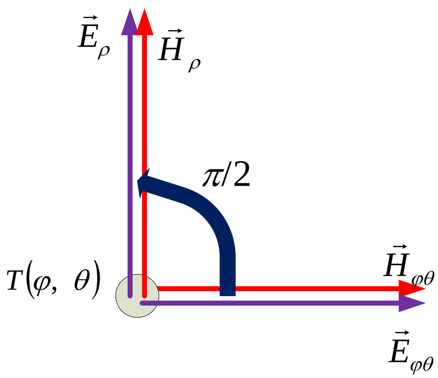

Рис. 3 (Sfera33.vsd).

Угол ψ (30) является постоянным для всех векторов $\vec{H}_{\varphi\theta}$ при данном радиусе ρ. Это означает, что на сфере с радиусом ρ направления всех векторов $\vec{H}_{\varphi\theta}$ составляют со всеми параллелями один и тот же угол ψ. Это означает, в свою очередь, что существует магнитная экваториальная плоскость, наклоненная к математической экваториальной плоскости на угол ψ, магнитная ось, магнитные полюса и магнитные меридианы, по которым направлены векторы $\vec{H}_{\varphi\theta}$ - см. рис. 4, где тонкими линиями обозначена математическая меридиональная сетка, толстыми линиями – магнитная меридиональная сетка, показаны математическая *mm* и магнитная *aa* оси. Важно отметить, что магнитные экваториальная плоскость, полюса и меридианы одновременно являются и электрическими, поскольку векторы $\vec{H}_{\varphi\theta}$ совпадают с векторами $\vec{E}_{\varphi\theta}$ по величине и направлению.

При $\dfrac{\omega}{c} \approx 0$ и $\beta = 0$ магнитная ось совпадает с математической.

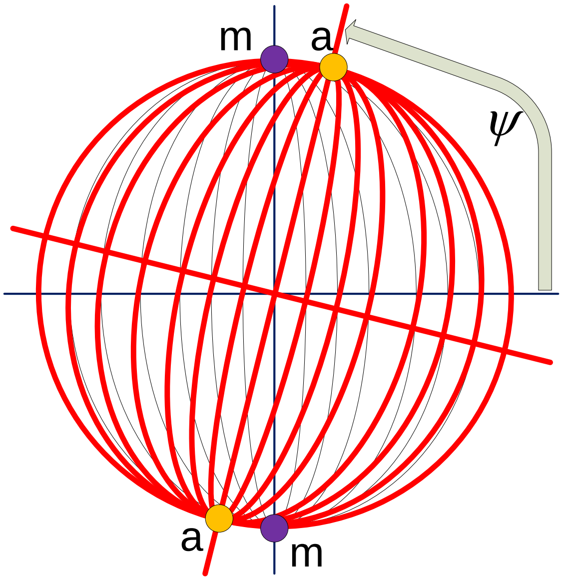

Рис. 4 (Sfera133.vsd).

Сферические векторы зависят от $\sin(\theta)$. Радиальные векторы зависят от $\cos(\theta)$ - см. табл. 3. Поэтому в точках, где сферические напряженности равны нулю, существуют только радиальные напряженности.

5. Электромагнитная волна в заряженном сферическом конденсаторе

Решение уравнений Максвелла для заряжаемого плоского конденсатора [2] является следствием решения этих уравнений для плоского конденсатора в цепи синусоидального тока [1]. Здесь мы воспользуемся методом, изложенным в [1], при решении уравнений Максвелла для заряжаемого сферического конденсатора.

Рассмотрим напряженности в виде функций, представленных в табл. 6. Эти функции отличаются от приведенных в табл. 3 только видом зависимости от времени: в табл. 3 эти зависимости у функций E, H имеет вид функций $\sin(\omega t)$, $\cos(\omega t)$ соответственно, а в табл. 6 эти зависимости у функций E, H имеет вид функций $(1-\exp(\omega t))$, $(\exp(\omega t)-1)$ соответственно. Несмотря на указанную замену, при этом решение уравнений Максвелла остается неизменным.

Таблица 6.

1	2
	$E_\rho = E_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)(1-\exp(\omega t))$
	$E_\theta = E_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)(1-\exp(\omega t))$
	$E_\varphi = E_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)(1-\exp(\omega t))$
	$H_\rho = H_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)(\exp(\omega t)-1)$
	$H_\theta = H_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)(\exp(\omega t)-1)$
	$H_\varphi = H_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)(\exp(\omega t)-1)$

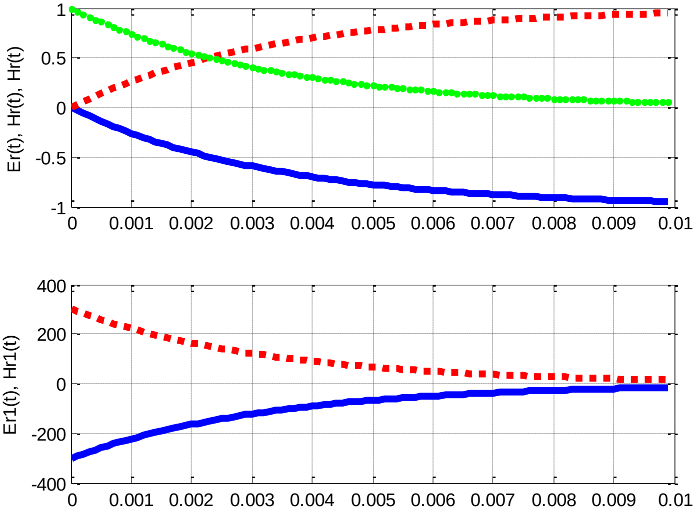

Fig.6. (SSMB6.1)

Ток смещения

$$J_\rho = \frac{d}{dt} E_\rho = -\omega E_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)\exp(\omega t) \qquad (31)$$

На рис. 6 показаны напряженности и их производные по времени, а также ток смещения, как функции времени, при $\omega = -300$: H_ρ - сплошные линии, E_ρ - пунктирные линии, J_ρ - точечная линия. Можно убедиться, что амплитуды всех напряженностей при $t \Rightarrow \infty$ одновременно стремятся к постоянному значению, а амплитуда тока стремится к нулю. Это соответствует заряду конденсатора через постоянное сопротивление.

После заряда конденсатора ток прекращается. Однако, как показывается в [2], стационарный поток электромагнитной энергии сохраняется.

Таким образом, решение уравнений Максвелла для заряжаемого конденсатора и для конденсатора в цепи синусоидального тока отличаются только тем, что в первом случае присутствуют экспоненциальные функции времени, а во втором - синусоидальные.

Структура электромагнитной волны остается прежней – см. раздел 3. Как показано там, в сферическом конденсаторе существует электромагнитная волна, у которой существуют только сферические $\vec{E}_{\varphi\theta}$, $\vec{H}_{\varphi\theta}$ и радиальные $\vec{E}_\rho$, $\vec{H}_\rho$ векторы.

Таким образом, можно говорить, что сферический конденсатор представляет собой устройство, эквивалентное магниту и, одновременно, электрету, которые расположены соосно.

6. Магнитное и электрическое поле Земли

Известно, что электрическое поле Земли можно рассматривать, как поле "между обкладками сферического конденсатора" [5]. Этими обкладками являются поверхность Земли заряженная отрицательно, и ионосфера, заряженная положительно. Заряд этих оболочек поддерживается постоянным грозовой деятельностью атмосферы

Известно также о существовании магнитного поля Земли. Однако в этом случае отсутствует общепринятое объяснение источника этого поля. "Проблема происхождения и сохранения поля не решена по сей день" [6].

Из вышеизложенного следует, что **магнитное поле Земли является следствие существования электрического поля Земли**.

Рассмотрим этот вопрос подробнее.

На рис. 8 показано векторное поле $\vec{H}_{\varphi\theta}$ в диаметральной плоскости, проходящей через магнитную ось. При этом $\left|\vec{H}_{\varphi\theta}\right| = 0.7;\ \rho = 1.$ На рис. 9 показано векторное поле $\vec{H}_\rho$ в диаметральной плоскости, проходящей через магнитную ось. При этом $\left|\vec{H}_\rho\right| = 0.4;\ \rho = 1.$ Наконец, на рис. 10 показано векторное поле $\vec{H} = \vec{H}_{\varphi\theta} + \vec{H}_\rho$ в диаметральной плоскости, проходящей через магнитную ось. При этом $\left|\vec{H}_{\varphi\theta}\right| = 0.3;\ \left|\vec{H}_\rho\right| = 0.2;\ \rho = 1.$

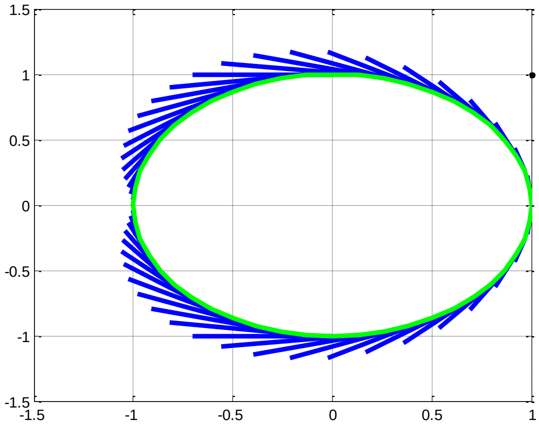

FIG. 8. (Sfera.88)

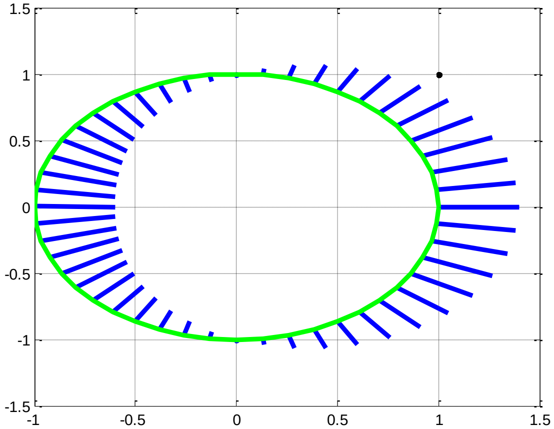

FIG. 9. (Sfera.88)

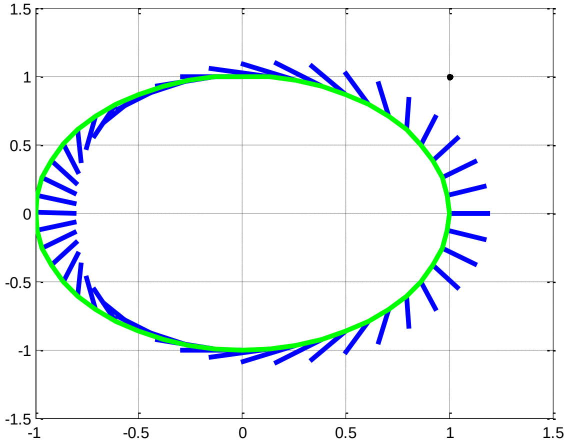

FIG. 10. (Sfera.88)

Приложение 1. Решение уравнений Максвелла для среды

Выше было рассмотрено решение уравнений для вакуума, где в системе СГС, $\varepsilon = \mu = 1$. Здесь мы рассмотрим более общий случай, где $\varepsilon \neq \mu$.

Рассмотрим снова табл. 5. Обозначим

$$E = E' \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} . \tag{52}$$

Тогда табл. 5 примет вид табл. 7. Выполним простые преобразования в табл. 7 и получим табл. 8. В табл. 8 уравнения Максвелла становятся полностью симметричными относительно напряженностей E' и H . Сложим попарно уравнения (1-4) и (5-8). Тогда получим:

$$\frac{2W_{\varphi\rho}}{\rho} - \frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon} W_{\rho\rho} = 0 , \tag{53}$$

$$\left(\frac{W_{\varphi\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\varphi\rho}}{\partial \rho} \right) + \frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon} W_{\theta\rho} = 0 , \tag{54}$$

$$\left(\frac{W_{\theta\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\theta\rho}}{\partial \rho} \right) - \frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon} W_{\varphi\rho} = 0 , \tag{55}$$

$$\left(\left(\frac{W_{\rho\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\rho\rho}}{\partial \rho} \right) + \frac{2W_{\theta\rho}}{\rho} \right) = 0, \tag{56}$$

где

$$W = E' + H , \; E' = H = W/2 . \tag{57}$$

Уравнения (53-57) решаются совершенно также, как уравнения (13-17) в разделе 3. В результате определяются функции

$$H_{\theta\rho} = E'_{\theta\rho} = \frac{A}{2\rho} \sin\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho - R) + \beta \right), \tag{58}$$

$$H_{\varphi\rho} = E'_{\varphi\rho} = -\frac{A}{2\rho} \cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho - R) + \beta \right), \tag{59}$$

$$H_{\rho\rho} = E'_{\rho\rho} = -\frac{Ac}{\omega\rho^2\sqrt{\mu\varepsilon}} \cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho - R) + \beta \right). \tag{60}$$

Далее по (52) определяются напряженности E.

Таблица 7.

1	2
1	$\frac{2E'_{\varphi\rho}}{\rho}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E'_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E'_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\varphi\rho}=0$
4	$\left(\left(\frac{E'_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E'_{\theta\rho}}{\rho}\right)\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=0$
5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega\varepsilon}{c}E'_{\rho\rho}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=0$
6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\varepsilon}{c}E'_{\theta\rho}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\varepsilon}{c}E'_{\varphi\rho}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

Таблица 8.

1	2
1	$\frac{2E'_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E'_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E'_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}H_{\varphi\rho}=0$
4	$\left(\left(\frac{E'_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E'_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E'_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}E'_{\rho\rho}=0$
6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}E'_{\theta\rho}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}E'_{\varphi\rho}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)\sqrt{\mu\varepsilon}=0$

Приложение 2. Решение уравнений Максвелла для электропроводного диэлектрика

В приложении1 было рассмотрено решение уравнений для диэлектрика, у которого $\varepsilon\neq\mu$. Далее предположим еще, что диэлектрик имеет некоторую электропроводность σ. В этом случае уравнение вида

$$\mathrm{rot}H-\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}=0 \qquad (61)$$

заменяется на уравнение вида

$$\mathrm{rot}H-\frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial E}{\partial t}-\sigma E=0 \qquad (62)$$

Вместо табл. 3 в этом случае будем использовать табл. 9, где ϕ - угол сдвига фаз между электрической и магнитной напряженностями.

Таблица 9.

1	2
	$E_\rho=E_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)(\sin(\phi)\sin(\omega t)+\cos(\phi)\cos(\omega t))$
	$E_\theta=E_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)(\sin(\phi)\sin(\omega t)+\cos(\phi)\cos(\omega t))$
	$E_\varphi=E_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)(\sin(\phi)\sin(\omega t)+\cos(\phi)\cos(\omega t))$
	$H_\rho=H_{\rho\rho}(\rho)\cos(\theta)\cos(\omega t)$
	$H_\theta=H_{\theta\rho}(\rho)\sin(\theta)\cos(\omega t)$
	$H_\varphi=H_{\varphi\rho}(\rho)\sin(\theta)\cos(\omega t)$

При этом систему уравнений Максвелла можно заменить на две независимых системы уравнений: в первой из них используется слагаемое $\sin(\phi)\sin(\omega t)$ из табл. 9, а во второй - слагаемое $\cos(\phi)\cos(\omega t)$ из табл. 9. После решения этих систем общее решение определяется как сумма найденных решений (в силу линейности систем). Решение первой системы приведено в приложении 1.

Табл. 5 для второй системы принимает вид табл. 10 (изменены формулы (5-7)). Далее будем рассуждать также, как и в приложении 1. Обозначим

$$E = gE'. \qquad (63)$$

где

$$g = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu}{c \cdot \sigma \cdot \cos(\phi)}}. \qquad (63a)$$

Тогда табл. 10 примет вид табл. 11. Выполним простые преобразования в табл. 11 и получим табл. 12. В табл. 12 уравнения Максвелла становятся полностью симметричными относительно напряженностей E' и H . Сложим попарно уравнения (1-4) и (5-8). Тогда получим:

$$\frac{2W_{\varphi\rho}}{\rho} - qW_{\rho\rho} = 0, \qquad (64)$$

$$\left(\frac{W_{\varphi\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\varphi\rho}}{\partial \rho}\right) + qW_{\theta\rho} = 0, \qquad (65)$$

$$\left(\frac{W_{\theta\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\theta\rho}}{\partial \rho}\right) - qW_{\varphi\rho} = 0, \qquad (66)$$

$$\left(\left(\frac{W_{\rho\rho}}{\rho} + \frac{\partial W_{\rho\rho}}{\partial \rho}\right) + \frac{2W_{\theta\rho}}{\rho}\right) = 0, \qquad (67)$$

где

$$q = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu \cdot \sigma \cdot \cos(\phi)}{c \cdot}}, \qquad (68)$$

$$W = E' + H, \ E' = H = W/2. \qquad (69)$$

Уравнения (64-67) решаются совершенно также, как уравнения (13-17) в разделе 3. В результате определяются функции

$$H_{\theta\rho}=E'_{\theta\rho}=\frac{A}{2\rho}\sin\left(q(\rho-R)+\beta\right), \qquad (70)$$

$$H_{\varphi\rho}=E'_{\varphi\rho}=-\frac{A}{2\rho}\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right), \qquad (71)$$

$$H_{\rho\rho}=E'_{\rho\rho}=-\frac{A}{q\rho^2}\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right). \qquad (72)$$

Далее по (63) определяются напряженности E. Объединяя это решение для второй системы с решением для первой системы и принимая во внимание (52, 63, 68), из (58-60, 70-72) окончательно получаем:

$$H_{\theta\rho}=\frac{A}{2\rho}\left(\sin\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\sin\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right), \qquad (73)$$

$$H_{\varphi\rho}=-\frac{A}{2\rho}\left(\cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right), \qquad (74)$$

$$H_{\rho\rho}=-\frac{A}{\rho^2}\left(\frac{c}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}\cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\frac{1}{q}\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right). \qquad (75)$$

$$E_{\theta\rho}=\frac{A}{2\rho}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\sin\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\frac{1}{g}\cdot\sin\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right), \qquad (76)$$

$$E_{\varphi\rho}=-\frac{A}{2\rho}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\frac{1}{g}\cdot\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right), \qquad (77)$$

$$E_{\rho\rho}=-\frac{A}{\rho^2}\left(\frac{c}{\omega\mu}\cos\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\mu\varepsilon}(\rho-R)+\beta\right)+\frac{1}{gq}\cos\left(q(\rho-R)+\beta\right)\right), \qquad (78)$$

Таблица 10.

1	**2**
1	$\frac{2E_{\varphi\rho}}{\rho}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\mu}{c}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\frac{\omega\mu}{c}H_{\varphi\rho}=0$

4	$\left(\left(\frac{E_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$
5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-\sigma\cos(\phi)E_{\rho\rho}=0$
6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\sigma\cos(\phi)E_{\theta\rho}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\sigma\cos(\phi)E_{\varphi\rho}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

Таблица 11.

1	**2**
1	$\frac{2E_{\varphi\rho}}{\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}-\frac{\omega\mu}{c}H_{\varphi\rho}=0$
4	$\left(\left(\frac{E_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E_{\theta\rho}}{\rho}\right)\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}=0$
5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-\sigma\cos(\phi)E_{\rho\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}=0$
6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\sigma\cos(\phi)E_{\theta\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\sigma\cos(\phi)E_{\varphi\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu}{c\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

Таблица 12.

1	**2**
1	$\frac{2E_{\varphi\rho}}{\rho}-\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c}}H_{\rho\rho}=0$
2	$-\left(\frac{E_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c}}H_{\theta\rho}=0$
3	$\left(\frac{E_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c}}H_{\varphi\rho}=0$
4	$\left(\left(\frac{E_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial E_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2E_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$
5	$\frac{2H_{\varphi\rho}}{\rho}-E_{\rho\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c\cdot}}=0$
6	$-\left(\frac{H_{\varphi\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\varphi\rho}}{\partial\rho}\right)-E_{\theta\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c\cdot}}=0$
7	$\left(\frac{H_{\theta\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\theta\rho}}{\partial\rho}\right)-E_{\varphi\rho}\sqrt{\frac{\omega\cdot\mu\cdot\sigma\cdot\cos(\phi)}{c\cdot}}=0$
8	$\left(\left(\frac{H_{\rho\rho}}{\rho}+\frac{\partial H_{\rho\rho}}{\partial\rho}\right)+\frac{2H_{\theta\rho}}{\rho}\right)=0$

Литература

1. Хмельник С.И. Электромагнитная волна в диэлектрической и магнитной цепи переменного тока, Vixra Funding, http://vixra.org/funding, 2016-04-28, http://vixra.org/abs/1604.0355.
2. Хмельник С.И. Электромагнитная волна в заряженном конденсаторе, Vixra Funding, http://vixra.org/funding, 2016-04-05, http://vixra.org/abs/1604.0061.
3. Хмельник С.И. Математическая модель шаровой молнии, Vixra Funding, http://vixra.org/funding, 2015-03-11, http://vixra.org/abs/1503.0076; Доклады независимых авторов, ISSN 2225-6717, http://dna.izdatelstwo.com/, № 33, 2015 - см. здесь.

4. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров, изд. «Наука», Москва, 1964, 772 с.
5. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Том 3. Электричество.
6. Магнитное поле Земли, Википедия, https://ru.wikipedia.org/wiki/Магнитное_поле_Земли