Una Formulación Alternativa de la Relatividad Especial

A. Blato

(2016) Buenos Aires

Argentina

Este artículo presenta una formulación alternativa de la relatividad especial que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia inercial. Además, una nueva fuerza universal es presentada.

Introducción

La masa invariante (m) y el factor frecuencia (f) de una partícula masiva están dados por:

$$m \doteq m_o$$

$$f \doteq \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{c^2}\right)^{-1/2}$$

donde (m_o) es la masa en reposo de la partícula masiva, $(\mathbf{v})$ es la velocidad de la partícula masiva y (c) es la velocidad de la luz en el vacío.

La masa invariante (m) y el factor frecuencia (f) de una partícula no masiva están dados por:

$$m \doteq \frac{h \, \kappa}{c^2}$$

$$f \doteq \frac{\nu}{\kappa}$$

donde (h) es la constante de Planck, (ν) es la frecuencia de la partícula no masiva, (κ) es una constante universal positiva con dimensión de frecuencia y (c) es la velocidad de la luz en el vacío.

En este artículo, una partícula es masiva cuando su masa en reposo no es cero y es no masiva cuando su masa en reposo es cero.

Cinemática Alternativa

La posición especial ($\bar{\mathbf{r}}$), la velocidad especial ($\bar{\mathbf{v}}$) y la aceleración especial ($\bar{\mathbf{a}}$) de una partícula (masiva o no masiva) están dadas por:

$$\bar{\mathbf{r}} \doteq \int f\,\mathbf{v}\,dt$$

$$\bar{\mathbf{v}} \doteq \frac{d\bar{\mathbf{r}}}{dt} = f\,\mathbf{v}$$

$$\bar{\mathbf{a}} \doteq \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = f\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{df}{dt}\,\mathbf{v}$$

donde (f) y ($\mathbf{v}$) son el factor frecuencia y la velocidad de la partícula.

Dinámica Alternativa

Sea una partícula (masiva o no masiva) con masa invariante m entonces el momento lineal $\mathbf{P}$ de la partícula, el momento angular $\mathbf{L}$ de la partícula, la fuerza neta $\mathbf{F}$ que actúa sobre la partícula, el trabajo W realizado por la fuerza neta que actúa sobre la partícula y la energía cinética K de la partícula, para un sistema de referencia inercial, están dados por:

$$\mathbf{P} \doteq m\,\bar{\mathbf{v}} = m\,f\,\mathbf{v}$$

$$\mathbf{L} \doteq \mathbf{P} \times \mathbf{r} = m\,\bar{\mathbf{v}} \times \mathbf{r} = m\,f\,\mathbf{v} \times \mathbf{r}$$

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = m\,\bar{\mathbf{a}} = m\left[\,f\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{df}{dt}\,\mathbf{v}\right]$$

$$\mathrm{W} \doteq \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_1^2 \frac{d\mathbf{P}}{dt} \cdot d\mathbf{r} = \Delta\,\mathrm{K}$$

$$\mathrm{K} \doteq m\,f\,c^2$$

donde (f, $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$, $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{\mathbf{a}}$) son el factor frecuencia, la posición, la velocidad, la velocidad especial y la aceleración especial de la partícula respecto al sistema de referencia inercial y (c) es la velocidad de la luz en el vacío. La energía cinética (K_o) de una partícula masiva en reposo es ($m_o\,c^2$)

Fuerza Cinética

En un sistema aislado de partículas (masivas y/o no masivas) la fuerza cinética $\mathbf{K}_{ij}$ ejercida sobre una partícula i con masa invariante m_i por otra partícula j con masa invariante m_j está dada por:

$$\mathbf{K}_{ij} \;=\; - \left[\frac{m_i \, m_j}{\mathrm{M}} \, (\, \bar{\mathbf{a}}_i - \bar{\mathbf{a}}_j \,) \right]$$

donde $\bar{\mathbf{a}}_i$ es la aceleración especial de la partícula i, $\bar{\mathbf{a}}_j$ es la aceleración especial de la partícula j y M ($= \sum_z m_z$) es la masa invariante del sistema aislado de partículas.

De la ecuación anterior se deduce que la fuerza cinética neta $\mathbf{K}_i$ ($= \sum_z \mathbf{K}_{iz}$) que actúa sobre la partícula i está dada por:

$$\mathbf{K}_i \;=\; - \, m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i$$

donde m_i es la masa invariante de la partícula i y $\bar{\mathbf{a}}_i$ es la aceleración especial de la partícula i.

Ahora, reemplazando ($\mathbf{F}_i = m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i$) y reordenando, se obtiene:

$$\mathbf{T}_i \;\doteq\; \mathbf{K}_i + \mathbf{F}_i \;=\; 0$$

Por lo tanto, en un sistema aislado de partículas (masivas y/o no masivas) la fuerza total $\mathbf{T}_i$ que actúa sobre una partícula i es siempre cero.

Bibliografía

A. Einstein, Sobre la Teoría de la Relatividad Especial y General.

E. Mach, La Ciencia de la Mecánica.

C. Møller, La Teoría de Relatividad.

A. French, Relatividad Especial.

Apéndice I

Sistema de Ecuaciones I

$$
\begin{tikzcd}
 & \boxed{[1]} \arrow[d, "dt"] & \\
\boxed{[4]} \arrow[d, "dt"] & \boxed{[2]} \arrow[l, "\times \mathbf{r}"'] \arrow[d, "dt"] & \\
\boxed{[5]} & \boxed{[3]} \arrow[l, "\times \mathbf{r}"'] \arrow[r, "\int d\mathbf{r}"] & \boxed{[6]}
\end{tikzcd}
$$

$$[\,1\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\int \mathbf{P}\,dt - \iint \mathbf{F}\,dt\,dt\right] = 0$$

$$[\,2\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\mathbf{P} - \int \mathbf{F}\,dt\right] = 0$$

$$[\,3\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\frac{d\mathbf{P}}{dt} - \mathbf{F}\right] = 0$$

$$[\,4\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\mathbf{P} - \int \mathbf{F}\,dt\right] \times \mathbf{r} = 0$$

$$[\,5\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\frac{d\mathbf{P}}{dt} - \mathbf{F}\right] \times \mathbf{r} = 0$$

$$[\,6\,] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\int \frac{d\mathbf{P}}{dt}\cdot d\mathbf{r} - \int \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}\right] = 0$$

$[\,\mu\,]$ es una constante arbitraria con dimensión de masa $(\,\mathrm{M}\,)$

Apéndice II

Sistema de Ecuaciones II

$$
\begin{tikzcd}
 & \boxed{[1]} \arrow[d, "dt"] & \\
\boxed{[4]} \arrow[d, "dt"] & \boxed{[2]} \arrow[l, "\times \mathbf{r}"'] \arrow[d, "dt"] & \\
\boxed{[5]} & \boxed{[3]} \arrow[l, "\times \mathbf{r}"'] \arrow[r, "\int d\mathbf{r}"] & \boxed{[6]}
\end{tikzcd}
$$

$$[1] \qquad \frac{1}{\mu}\left[\int m\,\bar{\mathbf{v}}\,dt - \iint \mathbf{F}\,dt\,dt\right] = 0$$

$$[2] \qquad \frac{1}{\mu}\left[m\,\bar{\mathbf{v}} - \int \mathbf{F}\,dt\right] = 0$$

$$[3] \qquad \frac{1}{\mu}\left[m\,\bar{\mathbf{a}} - \mathbf{F}\right] = 0$$

$$[4] \qquad \frac{1}{\mu}\left[m\,\bar{\mathbf{v}} - \int \mathbf{F}\,dt\right] \times \mathbf{r} = 0$$

$$[5] \qquad \frac{1}{\mu}\left[m\,\bar{\mathbf{a}} - \mathbf{F}\right] \times \mathbf{r} = 0$$

$$[6] \qquad \frac{1}{\mu}\left[m\,f\,c^2 - \int \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}\right] = 0$$

$[\,\mu\,]$ es una constante arbitraria con dimensión de masa (M)