Волновая функция и температура вакуума

Куюков Виталий Петрович

SFU, Russia
vitalik.kayukov@mail.ru

В данной работе изучается связь между волновой функцией квантовой частицы и термодинамическим состоянием вакуума. Имеется аналогия термодинамики черной дыры для квантовой частицы.

Синтез между квантовой механикой и общей теории относительности дает надежду описать все явления на малом и большом масштабе. Такая теория называется квантовая гравитация. Ее пока не существует, но известны некоторые эффекты в области черных дыр, которые имеют элементы обоих теорий. Например, черные дыры не совсем темные объекты. Они имеют температуру и энтропию. Такой вывод получается, если применить квантовую теорию поля в искривленном пространстве-времени, то есть в общую теорию относительности.

В данной работе, хочу показать влияние гравитации на некоторые эффекты квантовой механики. Для этого, можно пойти различными путями. Например, рассчитать гравитационный потенциал для квантовой частицы. Для начала рассмотрим плотность материи. Его можно определить как произведение массы на плотность вероятности волновой функции.

$$\rho = m|\psi|^2$$

Решение для уравнения Пуассона в виде гравитационного потенциала будет

$$\Delta\varphi = 4\pi G m|\psi|^2$$

$$\varphi = -\int \frac{Gm|\psi|^2}{r} dV$$

В малом элементе объема

$$\delta\varphi = -\frac{Gm|\psi|^2}{r}\delta V$$

Пусть элемент объема соответствует некоторой сферической оболочки

$$\delta V = 4\pi\, \delta r r^2$$

$$\delta\varphi = -Gm|\psi|^2 4\pi\, \delta r r$$

Проекция гравитационной напряженности в данной области на радиус-вектор будет

$$\delta g_r = -Gm|\psi|^2 4\pi\, r$$

Согласно принципу неопределенности минимальное расстояние определяется комптоновской длиной волны

$$r_{\min} \approx \frac{\hbar}{mc}$$

Отсюда получается минимальная флюктуация напряженности гравитационного поля квантовой частицы.

$$\delta g_{\min} \approx \frac{4\pi G\hbar}{c}|\psi|^2$$

Этот вклад в флюктуацию гравитационного поля пропорциональна плотности вероятности волновой функции. Причем напрямую не зависит от гравитации.
Такая флюктуация также влияет на вакуум. Согласно эффекту Унру, температура вакуума определяется напряженностью гравитационного поля.

$$T_U = \frac{\hbar g}{2\pi kc}$$

Отсюда получается, что температура вакуума также флюктуирует при гравитационной флюктуации поля

$$\delta T_U = \frac{\hbar \delta g}{2\pi kc} \approx \frac{2G\hbar^2}{kc^2}|\psi|^2$$

Как видно, имеется дополнительный вклад в температуру вакуума Унру. Эта флюктуация температуры пропорционально плотности вероятности волновой функции квантовой частицы. Причем этот вклад напрямую не зависит от выбора систем координат.

Данный вывод можно получить другим способом. С помощью квантового потенциала и квантовой механики Бома.

$$Q = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta|\psi|}{|\psi|}$$

В искривленном пространстве-времени квантовый потенциал имеет следующий вид

$$Q = -\frac{\hbar^2}{16m}R$$

$$R = -\frac{8\pi G}{c^2}\rho$$

Тогда можно рассмотреть поведение квантовой частицы в ее собственном гравитационном поле. Плотность материи получается

$$\rho = m|\psi|^2$$

$$R = -\frac{8\pi G}{c^2}m|\psi|^2$$

После преобразований находится квантовый потенциал в виде соотношения

$$Q = -\frac{\hbar^2}{16m} R = \frac{\pi\, G\hbar^2}{2c^2} |\psi|^2$$

Этот квантовый потенциал пропорционален плотности вероятности волновой функции. Поэтому его интерпретация должна быть статистической. В данном случае единственная статистическая интерпретация квантового потенциала с учетом написанного выше будет определение в виде температуры.

$$Q = kT$$

Отсюда получается, что волновая функция квантовой частицы нагревает вакуум до определенной температуры

$$T = \frac{\pi\, G\hbar}{2kc^2} |\psi|^2$$

Таким образом, термодинамическое состояние вакуума в области существования волновой функции частицы отличается от состояния абсолютно пустого пространства.

Короче говоря, аналогично теории черных дыр можно получить термодинамику для квантовой частицы. Для этого можно воспользоваться законом сохранения энергии.

$$< E >= U = \int TdS$$

Согласно квантовой механике средняя энергия частицы определяется

$$< E >= \int \psi^* i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} dV$$

Отсюда получается тождество

$$\int \psi^* i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} dV = \int TdS$$

Или в дифференциальной форме

$$\psi^* i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} dV = TdS$$

Для свободной частицы в вакууме тождество имеет вид

$$\hbar\omega |\psi|^2 dV = TdS$$

В данном случае вакуум имеет температуру, которая пропорциональна плотности волновой функции.

$$T = \frac{\pi\, G\hbar^2}{2kc^2} |\psi|^2$$

Теперь можно подставить температуру в общее тождество

$$\hbar\omega|\psi|^2 dV = \frac{\pi G\hbar^2}{2kc^2}|\psi|^2 dS$$

Отсюда получается термодинамическая энтропия состояния системы для квантовой частицы и вакуума.

$$dS = \frac{2kc^2}{\pi G\hbar}\omega\, dV$$

Как видно, энтропия пропорционально частоте волновой функции.

Таким образом, аналогично термодинамике черной дыре можно построить термодинамику для квантовой частицы . Энтропия, температура и закон сохранения энергии имеют следующий вид в квантовой системе для частицы и вакуума.

$$U = \int \psi^* i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} dV = \int TdS$$

$$T = \frac{\pi G\hbar^2}{2kc^2}|\psi|^2$$

$$dS = \frac{2kc^2}{\pi G\hbar}\omega\, dV$$

Наличие связи температуры вакуума и плотности вероятности квантовой частицы позволяет по-другому взглянуть на коллапс волновой функции . Если в веществе все частицы занимают ограниченный объем, то их плотности волновой функции имеют большие пики по сравнению со свободной частицы. Значит температура вакуума в веществе тоже больше, чем температура вакуума при свободной частице. При взаимодействии свободной частицы с веществом, вакуум приходит через локальное термодинамическое равновесие с выравниванием температур, а значит и увеличения пика плотности вероятности бывшей свободной частицы до плотности частиц в веществе.

---

[1] S.W. Hawking, MNRAS 152 (1971) 75.
[2] S.W. Hawking, Comm.Math.Phys. 43 (1975) 199.
[3] S.W. Hawking, Phys. Lett. B. 231 (1989) 237.
[4] Rapoport, Diego L. (2007). "Torsion fields, Cartan-Weyl space-time, and state-space quantum geometries, Brownian motion, and their topological dimension". In Smarandache, F.; Christianto, V. Quantization in Astrophysics, Brownian Motion, and Supersymmetry. Chennai, Tamil Nadu: MathTiger. pp. 276–328. ISBN 81-902190-9-X. CiteSeerX: 10.1.1.75.6580
[5] D. Bohm, B. J. Hiley: On the intuitive understanding of nonlocality as implied by quantum theory, Foundations of Physics, Volume 5, Number 1, pp. 93-109, 1975, doi:10.1007/BF01100319 (abstract).