ПЕРВАЯ ТЕОРЕМА КУРМЕТ И ПРОСТОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПОСЛЕДНЕЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

Султан К.С.

Абстракт: В статье приводиться Первая теорема Курмет и простое доказательство Последней теоремы Ферма, которое получено на основе Первой теоремы Курмет.
Ключевые слова: натуральные числа, степень, сумма, Первая теорема Курмет, Последняя теорема Ферма, простое доказательство.

1. ВВЕДЕНИЕ

Последняя Теорема Ферма формулируются следующим образом [1]:

Для любого натурального числа $n > 2$ *уравнение* $a^n + b^n = c^n$ *не имеет решений в натуральных числах* a, b, c.

Последнюю теорему Ферма в 1994 году доказал Эндрю Уайлс, причем с применением сложных математических аппаратов, основанных на эллиптических кривых, которые не были известны во времена Ферма [1]. При этом известно, что касательно своей теоремы Ферма писал: «Невозможно разложить куб на два куба, биквадрат на два биквадрата и вообще никакую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я нашёл этому поистине чудесное доказательство, но поля книги слишком узки для него» [1]. В этой связи нахождение простого доказательства последней теоремы Ферма является актуальной задачей.

2. ПЕРВАЯ ТЕОРЕМА КУРМЕТ

Автором проведено исследование остатков, получаемых при делении степени натурального числа на натуральное число, включая степень натурального числа.

В результате исследования установлено и доказано, что остатки получаемые при делении последовательности степени натуральных чисел на степень натурального числа повторяются с периодом равным делителю.

Утверждение 1. Пусть даны натуральные числа n и $m = a^n$, и последовательность чисел $b_i = i^n$, *i=1,2,3,…*. Тогда последовательность $r_i = rem\left(\frac{b_i}{m}\right), i = 1, 2, 3, \ldots$, остатков от деления элементов последовательности b_i на число m, является периодической последовательностью с периодом m.

Также на основе результатов исследования степенных вычетов было дополнено Малая Теорема Ферма следующим образом,

Дополненная Малая Теорема Ферма.

Если p – простое число и a – целое, не делящееся на p, то $a^{(p-1)k} - 1$ делится на p, где $k = 1, 2, 3, \ldots$. При этом $a^1 \equiv r\ (mod\, p)$ и $a^{1+(p-1)k} \equiv r\ (mod\, p)$. В частности, если k =1, то $a^1 \equiv r\ (mod\ p)$ и $a^p \equiv r\ (mod\ p)$.

Путем анализа результатов исследования получены также другие важные закономерности, на основе которых была сформулирована нижеследующая теорема, которая названа Первой теоремой Курмет.

Первая теорема Курмет.

Сумма любых двух натуральных чисел в общем виде имеет представление $a^x \cdot k_a + b^y \cdot k_b = c^z \cdot k_c$, *представленное уравнение имеет бесконечно много решений в натуральных числах* $a, b, c, x, y, z, k_a, k_b, k_c$ *в следующих условиях:*

1) *Если* $x, y, z = 1$, *то* $k_a = 1;\ k_b = 1;\ k_c = 1;$
2) *Если* $x, y, z = 2$, *то множители* k_a, k_b, k_c *будут соответствовать бесконечно много размещениям по три числа из множества натуральных чисел, включая размещение по три числа состоящих из единиц, т.е.* $k_a = 1, k_b = 1, k_c = 1;$

3) Если $x, y, z > 2$, в том числе $x = y = z > 2$, то множители k_a, k_b, k_c будут соответствовать бесконечно много размещениям по три числа из множества натуральных чисел, при этом хотя бы один из множителей k_a, k_b, k_c не будет равен 1.

Вышеприведенная Теорема Курмет предназначена для общего случая, когда показатели степени x, y, z могут быть разными или равными. Для случаев, когда показатели степени x, y, z равны, можно использовать следующий сокращенный вариант теоремы.

Первая теорема Курмет (Вариант для равных показателей степени).

Если показатели степени равны, то сумма натуральных степеней любых двух натуральных чисел в общем виде имеет представление $a^n \cdot k_a + b^n \cdot k_b = c^n \cdot k_c$, *и в частности будет соответствовать одному из следующих представлений:*

1) $a^n \cdot k_a + b^n = c^n$; 2) $a^n + b^n \cdot k_b = c^n$; 3) $a^n + b^n = c^n \cdot k_c$.
Представленные уравнения имеют бесконечно много решений в натуральных числах $a, b, c, n, k_a, k_b, k_c$ *в следующих условиях:*

- *Если* $n = 1$, *то* $k_a, k_b, k_c = 1$;
- *Если* $n = 2$, *то* $k_a, k_b, k_c \geq 1$;
- *Если* $n > 2$, *то* $k_a, k_b, k_c \neq 1$.

3. ПРОСТОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПОСЛЕДНЕЙ ТЕОРЕМЫ ФЕРМА

Основываясь на сокращенный вариант Первой теоремы Курмет, который предназначен для равных показателей степени, получено простое доказательство Последней теоремы Ферма формулируется следующим образом:

Для любого натурального числа $n > 2$ *уравнение* $a^n + b^n = c^n$ *не имеет решений в натуральных числах* a, b, c, n, *так как при* $n > 2$ *оно будет соответствовать одному из следующих уравнений:*

$$1)\ a^n \cdot k_a + b^n = c^n;\ 2)\ a^n + b^n \cdot k_b = c^n;\ 3)\ a^n + b^n = c^n \cdot k_c,$$

где $k_a, k_b, k_c \neq 1$.

Литература

1. Великая теорема Ферма // http://ru.wikipedia.org.

Kurmet's First Theorem and Simple Proof Fermat's Last Theorem

This is the Russian version of the manuscript. The paper describes the First theorem of Kurmet and a Simple Proof of the Last theorem of Fermat, which was obtained based on Kurmet's First Theorem.