

Fale Grawitacyjne w Grawitacji Newtona oraz Propozycja Testu Laserowego Interferometru Fali Grawitacyjnej (LIGO)

Roman Szostek¹, Paweł Góralski², Kamil Szostek³

¹Politechnika Rzeszowska, Katedra Metod Ilościowych
e-mail: rszostek@prz.edu.pl

²Kolegium Badań Nad Grawitacją, Jednostka Analiz Mechaniki Nieba
e-mail: pg.pomylki@vp.pl

³Akademia Górniczo Hutnicza, Student Wydziału EAIiB
e-mail: kamil.szostek97@gmail.com

Streszczenie

W artykule wykazane zostało, że z prawa ciężenia Newtona wynika istnienie fal grawitacyjnych.

W artykule pokazane zostały różnice pomiędzy przebiegiem fal grawitacyjnych wynikających z grawitacji Newtona oraz przebiegiem fal grawitacyjnych wynikających z Ogólnej Teorii Względności, których pomiar został ogłoszony przez zespół LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) [1], [2] oraz [5].

Według obu teorii fale grawitacyjne są cyklicznymi zmianami natężenia pola grawitacyjnego.

W artykule zaproponowana została metoda testowania interferometru laserowego do pomiaru fali grawitacyjnej używanego w obserwatorium LIGO. Przedstawiona została także krytyka wyników opublikowanych przez zespół LIGO.

Słowa kluczowe: fala grawitacyjna, grawitacja Newtona, interferometr LIGO

Gravity Waves in Newton's Gravitation and Test Proposition of Laser Interferometer Gravitational-Wave (LIGO)

Roman Szostek¹, Paweł Góralski², Kamil Szostek³

¹Rzeszow University of Technology, Department of Quantitative Methods
e-mail: rszostek@prz.edu.pl

²Council of Gravity Research, Unit of Analysis Celestial Mechanics
e-mail: pg.pomylki@vp.pl

³AGH University of Science and Technology, Student the Faculty EAIiB
e-mail: kamil.szostek97@gmail.com

Abstract

The article shows that the gravitational waves result from Newton's gravitational law.

The article presents differences between the course of gravitational waves resulting from Newton's gravity and the course of gravitational wave resulting from the General Relativity, the measurement of which was announced by the LIGO team (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) [1], [2] and [5].

According to both theories, gravitational waves are cyclical changes in the intensity of the gravitational field.

The article proposed a method of testing a laser interferometer for measuring the gravitational wave used in the LIGO observatory. A criticism of the results published by the LIGO team was also presented.

Key words: gravitational wave, Newton's gravity, LIGO interferometer

1. Wstęp

W mechanice klasycznej, ciała poruszające się względem obserwatora są źródłem pola grawitacyjnego o zmiennym natężeniu. Jeżeli ruch ciał jest cykliczny, wtedy są źródłem cyklicznych zmian natężenia pola grawitacyjnego, które będziemy nazywali falą grawitacyjną. Zmiany natężenia pola grawitacyjnego są spowodowane zmieniającą się odległością ciał w stosunku do obserwatora. W rozdziałach, 3 oraz 4 pokazane zostały przykłady fal grawitacyjnych wynikających z prawa ciężenia Newtona.

W Ogólnej Teorii Względności ciała obiegające wspólny środek mas także są źródłem fali grawitacyjnej, która objawia się jako rozchodzące się drgania pola grawitacyjnego (zmarszczki czasoprzestrzeni) [7].

W rozdziale 5 przedstawione zostały wyniki ogłoszone przez zespół Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) na temat detekcji fali grawitacyjnej przewidzianej przez Ogólną Teorię Względności.

Fala grawitacyjna wynikająca z prawa ciężenia Newtona ma inny przebieg niż fala grawitacyjna zarejestrowana przez zespół LIGO. Wynika z tego, że któraś z tych teorii błędnie opisuje to zjawisko, albo, że przy badaniu fali grawitacyjnej w ramach Ogólnej Teorii Względności posłużono się zbyt dużymi uproszczeniami skomplikowanego modelu.

W obliczeniach przedstawionych w tym artykule nie uwzględniono przesunięcia czasowego wynikającego ze skończonej prędkości rozchodzenia się oddziaływania grawitacyjnego. Jeżeli ciało oddala się od obserwatora, wtedy czas dotarcia zmian pola grawitacyjnego do tego obserwatora wydłuża się. Jeżeli ciało przybliży się, wtedy czas dotarcia zmian pola grawitacyjnego skraca się. Jednak jeżeli prędkość ciała jest mała w stosunku do prędkości rozchodzenia się oddziaływania grawitacyjnego, wtedy ten efekt jest zanedbywalny.

W rozważanych przypadkach zmianom ulega nie tylko natężenie pola grawitacyjnego, ale także kierunek działania grawitacji. W artykule zajmujemy się głównie natężeniem. Rozważania będą dotyczyły tylko takich sytuacji, w których obserwator znajduje się w płaszczyźnie wirujących ciał.

Zgodnie z prawem ciężenia Newtona dwie jednorodne kule o masie m oraz M , znajdujące się w odległości R przyciągają się z siłą

$$F = G \frac{mM}{R^2} \quad (1)$$

Ze względu na II zasadę dynamiki Newtona, przyspieszenie jakie ciało o masie m nadaje ciału o masie M wyraża się wzorem

$$a = \frac{F}{M} = G \frac{m}{R^2} \quad (2)$$

W obliczeniach przyjmujemy, że stała grawitacji ma wartość

$$G = 6.67408(31) \cdot 10^{-11} \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \right] \quad (3)$$

2. Fala grawitacyjna wytwarzana przez układ dwóch obiegających się ciał

Rozważamy dwa ciała obiegające wspólny środek mas w sposób pokazany na rysunku 1. Ciałami są jednorodne kule o masach m_1 oraz m_2 . Okręgi, po których ciała obiegają wspólny środek mas mają promienie odpowiednio r_1 oraz r_2 . W dowolnej chwili ciała znajdują się zawsze po przeciwnych stronach wspólnego środka mas. Aby ciała były związane grawitacyjnie w naturalny sposób, będziemy w symulacjach przyjmowali, że

$$r_1 m_1 = r_2 m_2 = I \quad (4)$$

Dla przedstawionego układu zachodzi

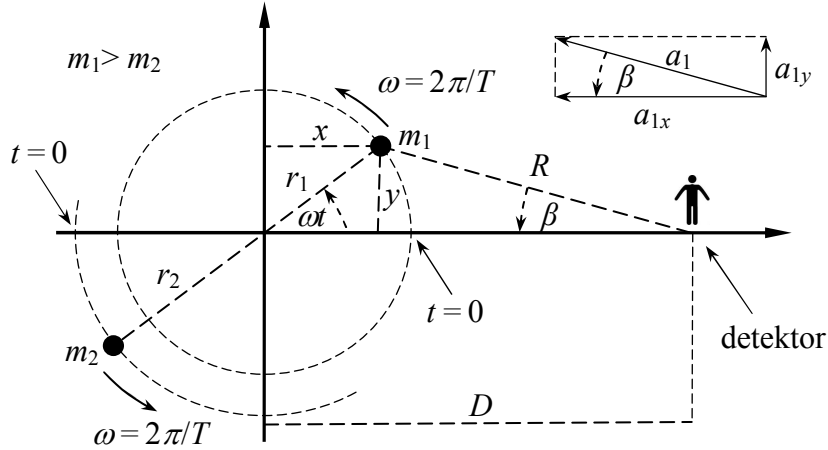
$$R^2 = (D - x)^2 + y^2 \quad (5)$$

$$r_1^2 = x^2 + y^2 \quad (6)$$

$$x = r_1 \cos(\omega t) \quad (7)$$

$$y = r_1 \sin(\omega t) \quad (8)$$

$$\omega = 2\pi / T \quad (9)$$



Rys. 1. Dwa ciała o masach m_1 oraz m_2 wirujące po okręgu o promieniach r_1 oraz r_2 .

Na tej podstawie otrzymujemy

$$R^2 = D^2 + x^2 + y^2 - 2xD = D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t) \quad (10)$$

Na podstawie (2) natężenie pola grawitacyjnego pochodzącego od masy m_1 ma w punkcie detektora wartość

$$a_1 = G \frac{m_1}{R^2} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right] \quad (11)$$

Po uwzględnieniu (10) otrzymujemy

$$a_1 = G \frac{m_1}{D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t)} \quad (12)$$

Składowe natężenia pola grawitacyjnego, pokazane na rysunku 1, mają wartość

$$a_{1x} = a_1 \cos \beta = a_1 \frac{D - x}{R} \quad (13)$$

$$a_{1y} = a_1 \sin \beta = a_1 \frac{y}{R} \quad (14)$$

Na podstawie (7), (8), (10) oraz (12) otrzymujemy

$$a_{1x} = G \frac{m_1}{D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t)} \frac{D - r_1 \cos(\omega t)}{\sqrt{D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t)}} \quad (15)$$

$$a_{1y} = G \frac{m_1}{D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t)} \frac{r_1 \sin(\omega t)}{\sqrt{D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t)}} \quad (16)$$

Na tej podstawie otrzymujemy

$$a_{1x} = Gm_1 \frac{D - r_1 \cos(\omega t)}{(D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t))^{3/2}} \quad (17)$$

$$a_{1y} = Gm_1 \frac{r_1 \sin(\omega t)}{(D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t))^{3/2}} \quad (18)$$

W przypadku ciała o masie m_2 powyższe wzory różnią się jedynie kątem, który wynosi nie ωt , tylko $\omega t + \pi$. Dla ciała m_2 zależności (12), (17), (18) przyjmują postać

$$a_2 = G \frac{m_2}{D^2 + r_2^2 - 2Dr_2 \cos(\omega t + \pi)} = G \frac{m_2}{D^2 + r_2^2 + 2Dr_2 \cos(\omega t)} \quad (19)$$

$$a_{2x} = Gm_2 \frac{D - r_2 \cos(\omega t + \pi)}{(D^2 + r_2^2 - 2Dr_2 \cos(\omega t + \pi))^{3/2}} = Gm_2 \frac{D + r_2 \cos(\omega t)}{(D^2 + r_2^2 + 2Dr_2 \cos(\omega t))^{3/2}} \quad (20)$$

$$a_{2y} = Gm_2 \frac{r_2 \sin(\omega t + \pi)}{(D^2 + r_2^2 - 2Dr_2 \cos(\omega t + \pi))^{3/2}} = Gm_2 \frac{-r_2 \sin(\omega t)}{(D^2 + r_2^2 + 2Dr_2 \cos(\omega t))^{3/2}} \quad (21)$$

Składowe natężenia pola grawitacyjnego pochodzące łącznie od dwóch ciał wynoszą

$$a_x = a_{1x} + a_{2x} = G \left[\frac{m_1(D - r_1 \cos(\omega t))}{(D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t))^{3/2}} + \frac{m_2(D + r_2 \cos(\omega t))}{(D^2 + r_2^2 + 2Dr_2 \cos(\omega t))^{3/2}} \right] \quad (22)$$

$$a_y = a_{1y} + a_{2y} = G \sin(\omega t) \left[\frac{r_1 m_1}{(D^2 + r_1^2 - 2Dr_1 \cos(\omega t))^{3/2}} - \frac{r_2 m_2}{(D^2 + r_2^2 + 2Dr_2 \cos(\omega t))^{3/2}} \right] \quad (23)$$

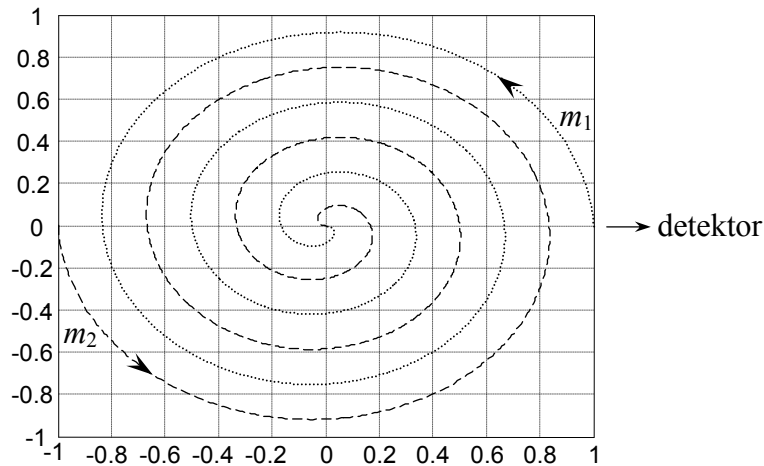
Natężenie pola grawitacyjnego pochodzące łącznie od dwóch ciał wynosi

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (24)$$

* * *

W niektórych przypadkach będziemy przyjmować, że odległość obiegających się ciał może się zmieniać. Wtedy ich odległość będzie malała liniowo w czasie, zgodnie z zależnością

$$r_i(t) = r_i(0) \cdot \left(1 - \frac{t}{3T}\right) \quad (25)$$



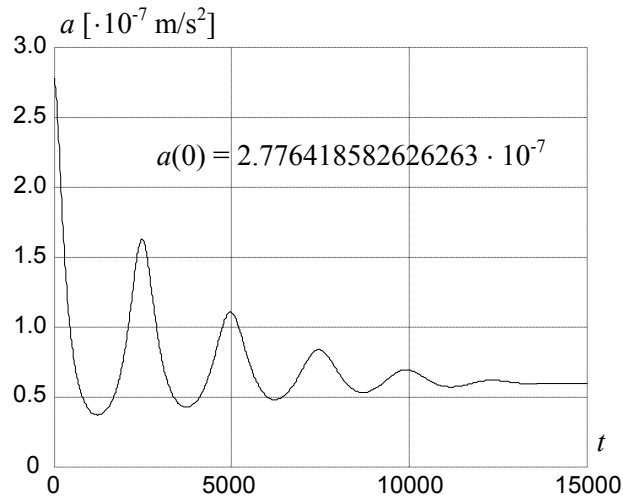
Rys. 2. Przyjmowana w niektórych symulacjach trajektoria ruchu ciał, dla $r_1(0) = r_2(0) = 1$ m.

W takim przypadku ciała nie są naturalnie związane grawitacyjnie, a ich ruch jest wymuszony sztucznie. W takim przypadku ciała spadają na siebie po spirali w czasie $3T$ (rysunek 2).

2.1. Dwa ciała o identycznych masach

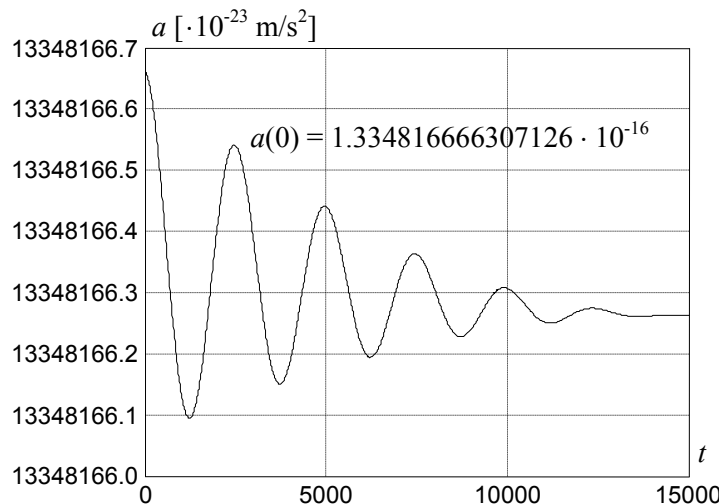
Przyjmujemy, że dwa wirujące ciała mają identyczne masy $m_1 = m_2 = m$.

Na rysunku 3 przedstawione jest natężenie pola grawitacyjnego (24) w odległości $D = 1.5$ m od wirujących ciał. Jak widać z rysunku dla $D \approx r$ zmiany natężenia nie są sinusoidalne.



Rys. 3. Natężenie pola grawitacyjnego dla $D = 1.5$ m, $r(0) = 1$ m, $m_1 = m_2 = 1\ 000$ kg, $T = 5\ 000$.

Na rysunku 4 przedstawione jest natężenie pola grawitacyjnego (24) w odległości $D = 100\ 000$ m, którego źródłem są ciała o masie $m = 10\ 000$ kg. Dla $D \gg r$ zmiany natężenia są zbliżone do przebiegu sinusoidalnego.

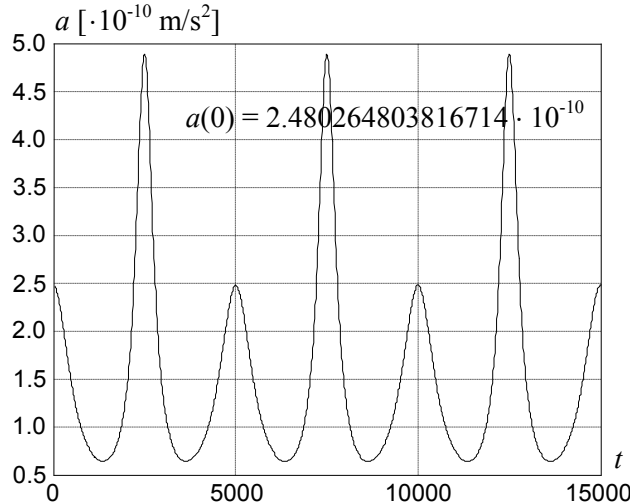


Rys. 4. Natężenie pola grawitacyjnego dla $D = 100\ 000$ m, $r(0) = 10$ m, $m_1 = m_2 = 10\ 000$ kg, $T = 5\ 000$.

Z przedstawionej analizy wynika, że gdy dwa ciała wirują wokół siebie, to są źródłem pola grawitacyjnego o zmiennym natężeniu. Jeżeli ciała zbliżają się do siebie po spirali, wtedy amplituda zmian maleje. Maksima lokalne występują dwa razy w czasie jednego pełnego obrotu ciał.

2.2. Dwa ciała o różnych masach

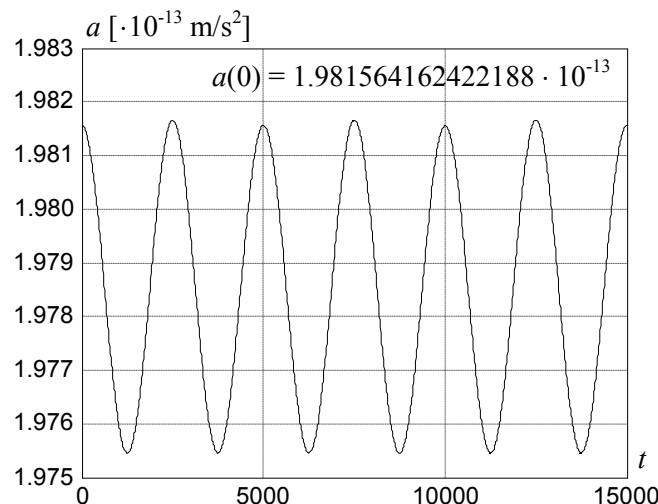
Przyjmujemy, że dwa wirujące ciała mają różne masy $m_1 > m_2$. Na rysunku 5 przedstawione jest natężenie pola grawitacyjnego (24) w odległości $D = 20$ m, którego źródłem są ciała o masach $m_1 = 350$ kg oraz $m_2 = 250$ kg. Tym razem odległość wirujących ciał jest stała, czyli $r_1(t) = \text{constans} = 10$ m. Po uwzględnieniu (4) otrzymujemy, że $r_2(t) = \text{constans} = 14$ m.



Rys. 5. Natężenie pola grawitacyjnego dla $D = 20$ m, $r_1(t) = \text{constans} = 10$ m, $r_2(t) = \text{constans} = 14$ m, $m_1 = 350$ kg, $m_2 = 250$ kg, $T = 5\ 000$.

Na rysunku 5 występują dwa maksima lokalne w czasie pełnego obrotu ciał. Mniejsze z nich powstaje wtedy, gdy ciało o większej masie znajduje się bliżej detektora niż ciało o mniejszej masie. Większe z nich występuje wtedy, gdy ciało o mniejszej masie znajduje się bliżej detektora niż ciało o większej masie. Jest tak dlatego, że mniejsze ciało krąży po większej orbicie, dlatego bardziej zbliża się do detektora (obowiązuje wzór (4)).

Gdy detektor jest bardziej oddalony od wirujących ciał, wtedy różnica pomiędzy maksimami zanika. Na przykład dla takiego samego układu ciał jak dla rysunku 5, wykres natężenia pola grawitacyjnego widzianego z odległości $D = 450$ m posiada dwa, niemal identyczne, maksima w czasie pełnego obrotu ciał (rysunek 6).



Rys. 6. Natężenie pola grawitacyjnego dla $D = 450$ m, $r_1(t) = \text{constans} = 10$ m, $r_2(t) = \text{constans} = 14$ m, $m_1 = 350$ kg, $m_2 = 250$ kg, $T = 5\ 000$.

2.3. Fala grawitacyjna spowodowana czterema księżycami Jowisza

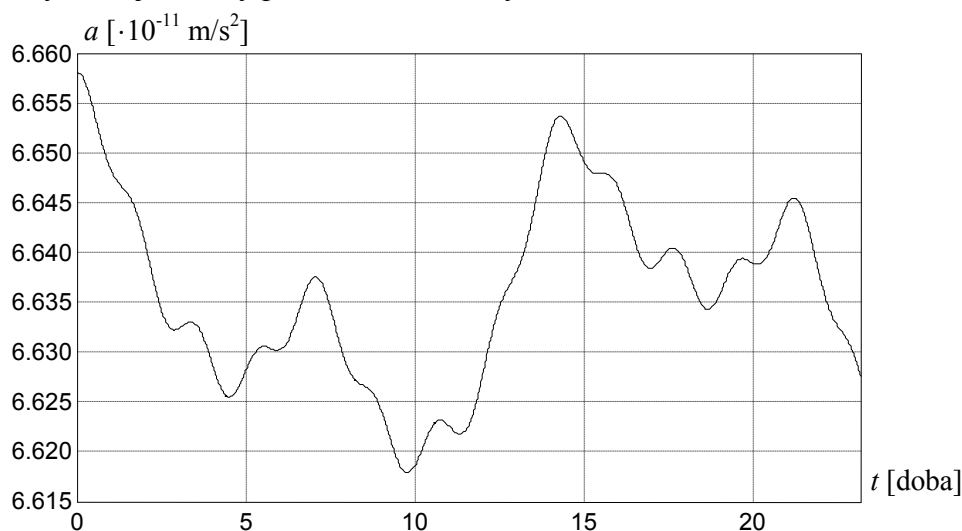
W celu wyznaczenia natężenia pola grawitacyjnego pochodzącego od czterech Galileuszowych księżyców Jowisza, wykonaliśmy symulację numeryczną (dla danych z tabeli 1). Na jej podstawie wyznaczone zostało natężenie pola grawitacyjnego widziane z Ziemi, którego źródłem są cztery Galileuszowe księżyce Jowisza.

Dla uproszczenia przyjęte zostało, że orbity tych czterech księżyców znajdują się w tej samej płaszczyźnie, w której znajduje się Ziemia. Przyjęto także, że w chwili początkowej $t = 0$ Jowisz i wszystkie księżyce Jowisza są w koniunkcji z Ziemią, czyli leżą na odcinku łączącym środek Ziemi ze środkiem Jowisza. Ponieważ masa Jowisza jest znacznie większa od mas księżyców, dlatego dla uproszczenia przyjęto, że Jowisz jest nieruchomy względem Ziemi. Z tego powodu Jowisz nie wpływa na zmiany natężenia pola grawitacyjnego od jego księżyców i nie został uwzględniony w symulacji.

| | |
|----------------------------|---|
| Odległość Jowisza od Ziemi | $D = 6,3 \cdot 10^{11}$ m |
| Masa Io | $m_I = 8,9 \cdot 10^{22}$ kg |
| Promień orbity Io | $r_I = 4,2 \cdot 10^8$ m |
| Prędkość obiegu Io | $\omega_I = 2\pi / T_I = 2\pi / (1,5 \cdot 10^5 \text{ s}) = 2,1 \cdot 10^{-5}$ 1/s |
| Masa Europy | $m_E = 4,8 \cdot 10^{22}$ kg |
| Promień orbity Europy | $r_E = 6,7 \cdot 10^8$ m |
| Prędkość obiegu Europy | $\omega_E = 2\pi / T_E = 2\pi / (3,1 \cdot 10^5 \text{ s}) = 2,0 \cdot 10^{-5}$ 1/s |
| Masa Ganimedesa | $m_G = 1,5 \cdot 10^{23}$ kg |
| Promień orbity Ganimedesa | $r_G = 1,1 \cdot 10^9$ m |
| Prędkość obiegu Ganimedesa | $\omega_G = 2\pi / T_G = 2\pi / (6,2 \cdot 10^5 \text{ s}) = 1,0 \cdot 10^{-5}$ 1/s |
| Masa Kallista | $m_K = 1,1 \cdot 10^{23}$ kg |
| Promień orbity Kallista | $r_K = 1,9 \cdot 10^9$ m |
| Prędkość obiegu Kallista | $\omega_K = 2\pi / T_K = 2\pi / (1,4 \cdot 10^6 \text{ s}) = 4,4 \cdot 10^{-6}$ 1/s |

Tabela 1. Wielkości przyjęte w obliczeniach dla Jowisza i jego czterech księżyców.

Wyniki symulacji zostały przedstawione na rysunku 7.



Rys. 7. Natężenie pola grawitacyjnego czterech księżyców Jowisza, widziane z Ziemi (tabela 1).
 Natężenie pola grawitacyjnego pochodzące od Jowisza nie jest uwzględnione.

3. Fala grawitacyjna widziana przez wirującego obserwatora

Rozważamy obserwatora wirującego w sposób pokazany na rysunku 8. Na obserwatora grawitacyjnie oddziałuje jednorodna kula o masie m . Dla przedstawionego układu zachodzi

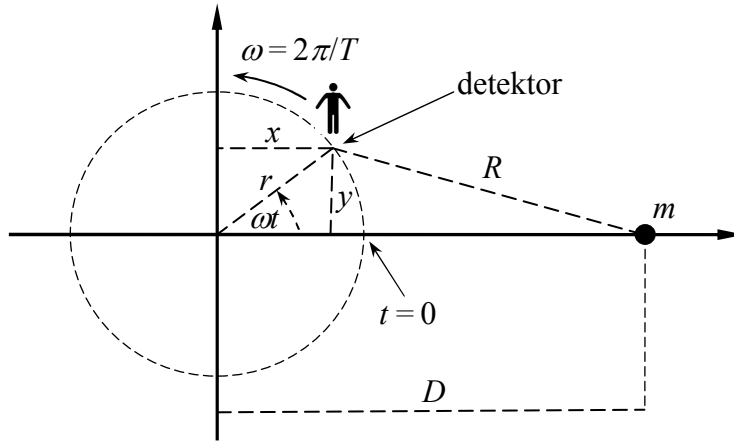
$$R^2 = (d - x)^2 + y^2 \quad (26)$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (27)$$

$$x = r \cos(\omega t) \quad (28)$$

$$y = r \sin(\omega t) \quad (29)$$

$$\omega = 2\pi / T \quad (30)$$



Rys. 8. Obserwator wirujący po okręgu o promieniu r .

Na tej podstawie otrzymujemy

$$R^2 = D^2 + x^2 + y^2 - 2xD = D^2 + r^2 - 2Dr \cos(\omega t) \quad (31)$$

Po wstawieniu do (11) otrzymujemy zależność na natężenie pola grawitacyjnego identyczną jak zależność (12), czyli

$$a = G \frac{m}{D^2 + r^2 - 2Dr \cos(\omega t)} \quad (32)$$

Przypadek, w którym wiruje obserwator jest jakościowo inny niż przypadek pokazany w rozdziale 2, w którym obiegają się dwa ciała. W tym przypadku, fala grawitacyjna nie rozchodzi się w przestrzeni, w której źródło grawitacji jest nieruchome. Zmiany natężenia pola grawitacyjnego występują jedynie dla ruchomego obserwatora. Ale wzór (32) będzie obowiązywał także w sytuacji symetrycznej, gdy obserwator jest nieruchomy, a źródło fali obiega go po odpowiedniej trajektorii. Wzór (32) będzie obowiązywał także wtedy, gdy zamieni się miejscami ciało oraz obserwatora.

3.1. Fala grawitacyjna pochodząca od Księżyca

Sytuacja przedstawiona na rysunku 8 może być modelem układu Ziemia-Księżyc. Obserwator znajduje się na powierzchni Ziemi w płaszczyźnie orbity Księżyca. Źródłem grawitacji jest Księżyc. W układzie Księżyca obserwator obraca się wokół środka Ziemi. Przyjmujemy wartości przedstawione w tabeli 2. Okres obrotu obserwatora jest nieco większy niż 24 h, ze względu na ruch Księżyca wokół Ziemi.

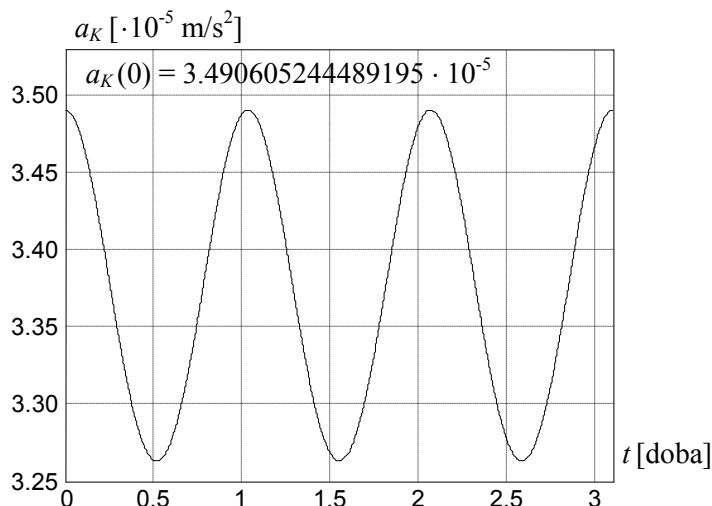
| | |
|--------------------------------|--|
| Średni promień Ziemi | $r = 6371,0 \text{ km} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ |
| Średni promień orbity Księżyca | $D = 384404 \text{ km} = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$ |
| Masa Księżyca | $m = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ |
| Prędkość obrotowa obserwatora | $\omega = 2\pi / T = 2\pi / (24,84 \text{ h}) = 2\pi / (89428 \text{ s}) = 7,02 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}$ |

Tabela 2. Wielkości przyjęte w obliczeniach dla Księżyca.

Wykres fali grawitacyjnej pochodzącej od Księżyca obliczony na podstawie (32) został przedstawiony na rysunku 9. Ta fala grawitacyjna jest przyczyną przyływów oraz odpływów morskich.

Amplituda fali grawitacyjnej pochodzącej od Księżyca wynosi

$$\frac{a_{K_max} - a_{K_min}}{2} = \frac{a_K(0) - a_K(T/2)}{2} = \frac{2.2743 \cdot 10^{-6}}{2} \text{ m/s}^2 = 1.1372 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad (33)$$



Rys. 9 . Natężenie pola grawitacyjnego pochodzącego od Księżyca (tabela 2).

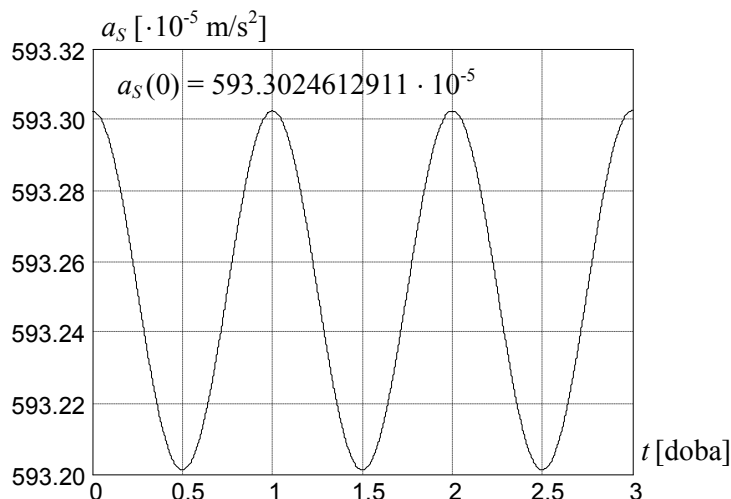
3.2. Fala grawitacyjna pochodząca od Słońca

Sytuacja przedstawiona na rysunku 8 może być także modelem układu Ziemia-Słońce. Obserwator znajduje się na powierzchni Ziemi. Źródłem grawitacji jest Słońce. W układzie Słońca obserwator obraca się wokół środka Ziemi. Przyjmujemy wartości przedstawione w tabeli 3.

| | |
|-------------------------------|---|
| Średni promień Ziemi | $r = 6371,0 \text{ km} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ |
| Średni promień orbity Ziemi | $D = 149,6 \cdot 10^6 \text{ km} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ |
| Masa Słońca | $m = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ |
| Prędkość obrotowa obserwatora | $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(24\text{h}) = 2\pi/(86400\text{s}) = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}$ |

Tabela 3. Wielkości przyjęte w obliczeniach dla Słońca.

Wykres fali grawitacyjnej pochodzącej od Słońca obliczony na podstawie (32) został przedstawiony na rysunku 10.



Rys. 10 . Natężenie pola grawitacyjnego pochodzącego od Słońca (tabela 3).

Amplituda fali grawitacyjnej pochodzącej od Słońca wynosi

$$\frac{a_{S_max} - a_{S_min}}{2} = \frac{a_S(0) - a_S(T/2)}{2} = \frac{1.0125 \cdot 10^{-6}}{2} \text{ m/s}^2 = 0.5063 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2 \quad (34)$$

Fale grawitacyjne pochodzące od Księżyca oraz Słońca powodują na Ziemi pływy morskie. Czyli zjawisko fal grawitacyjnych jest znane i obserwowane na Ziemi od zawsze. Z obserwacji tych wynika, że fala grawitacyjna deformuje kształt ciał.

Natężenie pola grawitacyjnego a_K pochodzącego od Księżyca (rysunek 9) jest kilkaset razy mniejsze niż natężenie pola grawitacyjnego a_S pochodzącego od Słońca (rysunek 10). Jednak Księżyc znajduje się znacznie bliżej Ziemi, dlatego maksymalna zmiana natężenia pola grawitacyjnego od Księżyca (33) jest 2.25 razy większa od maksymalnej zmiany natężenia pola grawitacyjnego od Słońca (34). Z tego powodu przyplawy i odpływy morskie wywoływane przez Księżyc są większe niż wywoływane przez Słońce.

4. Bezwzględne zmiany natężenia pola grawitacyjnego (amplituda)

Według Ogólnej Teorii Względności masa wpływa na geometrię czasoprzestrzeni. Według twórców detektora LIGO, dekodery ten potrafi mierzyć względne zmiany długości dwóch ramion tego interferometru [1]. Na tej podstawie, w sposób pośredni, można zmierzyć zmiany natężenia pola grawitacyjnego. Interferometr LIGO nie potrafi zmierzyć bezwzględnej wartości natężenia pola grawitacyjnego. Jego zadaniem jest pośredni pomiar zmian natężenia pola grawitacyjnego.

Na taki pomiar nie wpływa to, jak duże jest pole grawitacyjne, ale jakie są zmiany wartości tego pola (zmiany bezwzględne). Dlatego w poniższych podpunktach wyznaczmy zmiany bezwzględne natężenia pola grawitacyjnego dla dwóch rozważanych wcześniej przypadków.

4.1. Amplituda fali grawitacyjnej spowodowana dwoma obiegającymi się ciałami

Wyznamy teraz bezwzględne zmiany natężenia pola grawitacyjnego dla przypadku omówionego w rozdziale 2, dwóch ciał związanych grawitacyjnie.

4.1.1. Składowa y fali grawitacyjnej

Najpierw wyznaczmy zmiany składowej y . Na podstawie (23), po uwzględnieniu warunku (4), otrzymujemy

$$a_y = G \frac{1}{D^3} \sin(\omega t) \left[\frac{r_1 m_1}{\left(1 + \frac{r_1^2}{D^2} - 2 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} - \frac{r_1 m_1}{\left(1 + \frac{r_2^2}{D^2} + 2 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} \right] \quad (35)$$

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_y \approx G \frac{r_1 m_1}{D^3} \sin(\omega t) \left[\frac{1}{\left(1 - 2 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} - \frac{1}{\left(1 + 2 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} \right] \quad (36)$$

Na podstawie rozwinięcia w szereg Taylora można wykazać, że

$$x \approx 0 \Rightarrow \frac{1}{(1-2x)^{3/2}} \approx 1+3x \quad \wedge \quad \frac{1}{(1+2x)^{3/2}} \approx 1-3x \quad (37)$$

Na tej podstawie wzór (36) można zapisać w przybliżonej postaci

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_y \approx G \frac{r_1 m_1}{D^3} \sin(\omega t) \left[\left(1 + 3 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)\right) - \left(1 - 3 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)\right) \right] \quad (38)$$

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_y \approx 3G \frac{r_1 m_1 (r_1 + r_2)}{D^4} \sin(\omega t) \cos(\omega t) \quad (39)$$

Na podstawie oznaczenia przyjętego w (4) oraz wzoru trygonometrycznego otrzymujemy

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_y \approx \frac{3}{2} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \sin(2\omega t) \quad (40)$$

Wynika stąd, że amplituda składowej y natężenia pola grawitacyjnego wynosi

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow A_y \approx \frac{3}{2} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \quad (41)$$

4.1.2. Składowa x fali grawitacyjnej

Teraz wyznaczmy zmiany składowej x . Na podstawie (22) otrzymujemy

$$a_x = G \frac{1}{D^2} \left[m_1 \frac{1 - \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)}{\left(1 + \frac{r_1^2}{D^2} - 2 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} + m_2 \frac{1 + \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)}{\left(1 + \frac{r_2^2}{D^2} + 2 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} \right] \quad (42)$$

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{1}{D^2} \left[m_1 \frac{1 - \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)}{\left(1 - 2 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} + m_2 \frac{1 + \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)}{\left(1 + 2 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t)\right)^{3/2}} \right] \quad (43)$$

Na podstawie rozwinięcia w szereg Taylora można wykazać, że

$$x \approx 0 \Rightarrow \frac{1-x}{(1-2x)^{3/2}} \approx 1 + 2x + \frac{9}{2}x^2 \quad \wedge \quad \frac{1+x}{(1+2x)^{3/2}} \approx 1 - 2x + \frac{9}{2}x^2 \quad (44)$$

Na tej podstawie wzór (43) można zapisać w przybliżonej postaci

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{1}{D^2} \left[m_1 \left[1 + 2 \frac{r_1}{D} \cos(\omega t) + \frac{9}{2} \frac{r_1^2}{D^2} \cos^2(\omega t) \right] + m_2 \left[1 - 2 \frac{r_2}{D} \cos(\omega t) + \frac{9}{2} \frac{r_2^2}{D^2} \cos^2(\omega t) \right] \right] \quad (45)$$

Na podstawie (4) otrzymujemy

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{1}{D^2} \left[m_1 + m_2 + \frac{9}{2} \frac{r_1^2 m_1}{D^2} \cos^2(\omega t) + \frac{9}{2} \frac{r_2^2 m_2}{D^2} \cos^2(\omega t) \right] \quad (46)$$

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{1}{D^2} \left[m_1 + m_2 + \frac{9}{2} \frac{I(r_1 + r_2)}{D^2} \cos^2(\omega t) \right] \quad (47)$$

Na podstawie wzoru trygonometrycznego

$$\cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}(\cos(2\omega t) + 1) \quad (48)$$

otrzymujemy

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{m_1 + m_2}{D^2} + \frac{9}{4} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} (\cos(2\omega t) + 1) \quad (49)$$

Na podstawie (4) można wykazać, że

$$D \gg \sqrt{r_1 \cdot r_2} \Rightarrow \frac{m_1 + m_2}{D^2} \gg \frac{9}{4} \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \quad (50)$$

Czyli wzór (49) można zapisać w przybliżonej postaci

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow a_x \approx G \frac{m_1 + m_2}{D^2} + \frac{9}{4} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \cos(2\omega t) \quad (51)$$

Natężenie a_x (51) składa się z części stałej w czasie o wartości

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow \bar{a}_x \approx G \frac{1}{D^2} (m_1 + m_2) \quad (52)$$

oraz części zmiennej w czasie o wartości

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow \Delta a_x \approx \frac{9}{4} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \cos(2\omega t) \quad (53)$$

Wynika stąd, że amplituda składowej x natężenia pola grawitacyjnego wynosi

$$D \gg (r_1 + r_2) \Rightarrow A_x \approx \frac{9}{4} G \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} \quad (54)$$

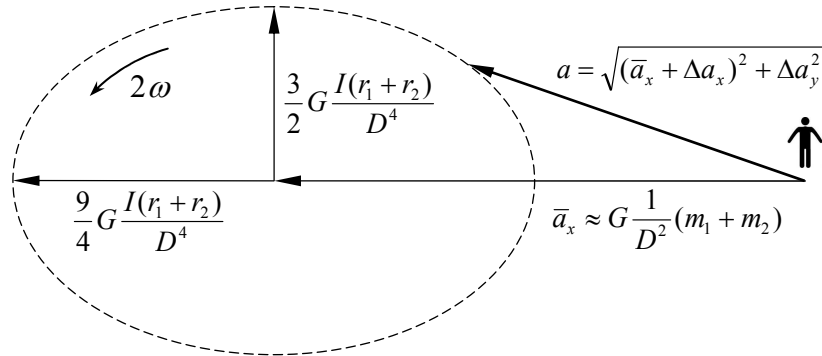
4.1.3. Prawo dla amplitudy fali grawitacyjnej

Uprozczone wzory (40), (41) oraz (52), (53), (54) zostały zweryfikowane numerycznie i w zadawalający sposób zgadzają się z dokładnymi wzorami (23) oraz (22).

Zgodnie z (52), gdy obiegają się dwa ciała, wtedy wypadkowe natężenie pola grawitacyjnego jest odwrotnie proporcjonalne do D^2 oraz proporcjonalne do sumy mas.

Wzory (41) oraz (54) wyrażają zmiany składowych natężenia pola grawitacyjnego (amplitudy). Wynika z nich, że amplituda fali grawitacyjnej, wytworzonej przez dwa związane grawitacyjnie ciała, jest odwrotnie proporcjonalna do D^4 , proporcjonalna do odległości $r_1 + r_2$ pomiędzy obiegającymi się ciałami oraz proporcjonalna do momentu bezwładności I (4).

Na rysunku 11 przedstawione zostały składowe natężenia pola grawitacyjnego: stała w czasie składowa (52) oraz dwie zmienne w czasie składowe (40) i (53). Dla obserwatora składowa y powoduje zmianę kierunku wektora natężenia pola grawitacyjnego. Składowa x powoduje zmianę wartości wektora natężenia pola grawitacyjnego.



Rys. 11. Składowe natężenia pola grawitacyjnego spowodowanego dwoma związanymi grawitacyjnie, obiegającymi się ciałami, gdy $D \gg r_1 + r_2$.

Ze wzorów (40) oraz (53) wynika, że częstotliwość fali grawitacyjnej jest dwa razy większa niż częstotliwość z jaką obiegają się ciała.

Na podstawie powyższych rozważań możemy sformułować prawo dla amplitudy fali grawitacyjnej pochodzącej od dwóch związanych grawitacyjnie ciał. Jeżeli indeksem μ oznaczymy parametry dwóch obiegających się ciał, natomiast indeksem η oznaczymy parametry dwóch innych obiegających się ciał, wtedy zachodzi

$$\frac{I_\eta(r_{\eta 1} + r_{\eta 2})}{D_\eta^4} \approx \frac{I_\mu(r_{\mu 1} + r_{\mu 2})}{D_\mu^4} \quad \begin{matrix} D_\eta \gg r_{\eta 1} + r_{\eta 2} \\ D_\mu \gg r_{\mu 1} + r_{\mu 2} \end{matrix} \Rightarrow A_\eta \approx A_\mu \quad (55)$$

4.2. Amplituda fali grawitacyjnej widziana przez wirującego obserwatora

Wyznamy teraz bezwzględne zmiany natężenie pola grawitacyjnego dla przypadku omówionego w rozdziale 3.

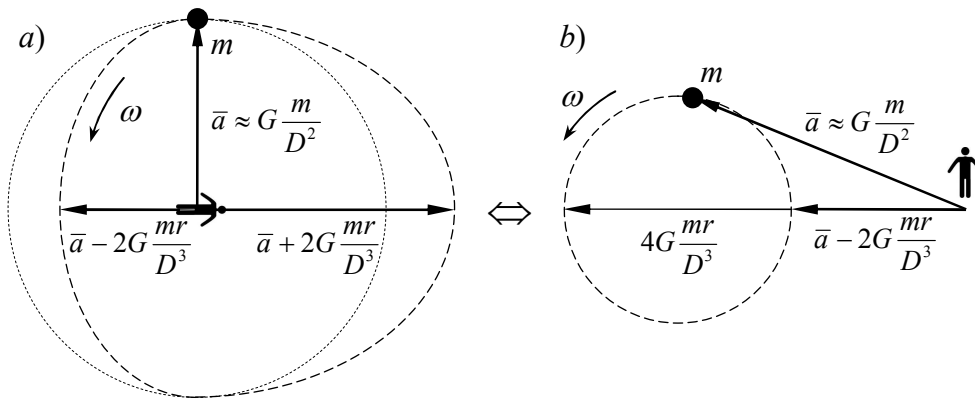
Zgodnie z wzorem (32) otrzymujemy

$$a_{\max}(t) = G \frac{m}{D^2 + r^2 - 2Dr} \quad (56)$$

$$a_{\min}(t) = G \frac{m}{D^2 + r^2 + 2Dr} \quad (57)$$

Połowa zmian bezwzględnych (amplituda) wynosi

$$\Delta a = \frac{a_{\max}(t) - a_{\min}(t)}{2} \quad (58)$$



Rys. 12. Składowe natężenia pola grawitacyjnego ($D \gg r$): a) widzianego przez wirującego obserwatora, b) spowodowanego jednym ciałem obiegającym wokół oddalonego punktu.

Po uwzględnieniu (56) oraz (57) otrzymujemy

$$\Delta a = \frac{G}{2} \frac{m}{D^2 + r^2 - 2Dr} - \frac{G}{2} \frac{m}{D^2 + r^2 + 2Dr} \quad (59)$$

$$\Delta a = \frac{G}{2} m \frac{(D^2 + r^2 + 2Dr) - (D^2 + r^2 - 2Dr)}{(D^2 + r^2)^2 - 4D^2r^2} \quad (60)$$

$$\Delta a = \frac{G}{2} m \frac{4Dr}{D^4 + 2D^2r^2 + r^4 - 4D^2r^2} = 2Gm \frac{Dr}{D^4 - 2D^2r^2 + r^4} \quad (61)$$

$$\Delta a = 2G \frac{Dmr}{(D^2 - r^2)^2} = 2G \frac{mr}{D^3} \frac{1}{(1 - (r/D)^2)^2} \stackrel{D > r}{>} 2G \frac{mr}{D^3} \quad (62)$$

$$D \gg r \quad \Rightarrow \quad \Delta a \cong 2G \frac{mr}{D^3} \sim \frac{mr}{D^3} \quad (63)$$

W tym przypadku amplituda fali grawitacyjnej jest odwrotnie proporcjonalna do trzeciej potęgi odległości obserwatora od źródła, czyli D^3 , rysunek 12. Jeżeli $D \gg r$, wtedy różne ciała będą źródłem fali grawitacyjnej o podobnej amplitudzie, jeżeli dla tych ciał podobna jest wartość mr/D^3 .

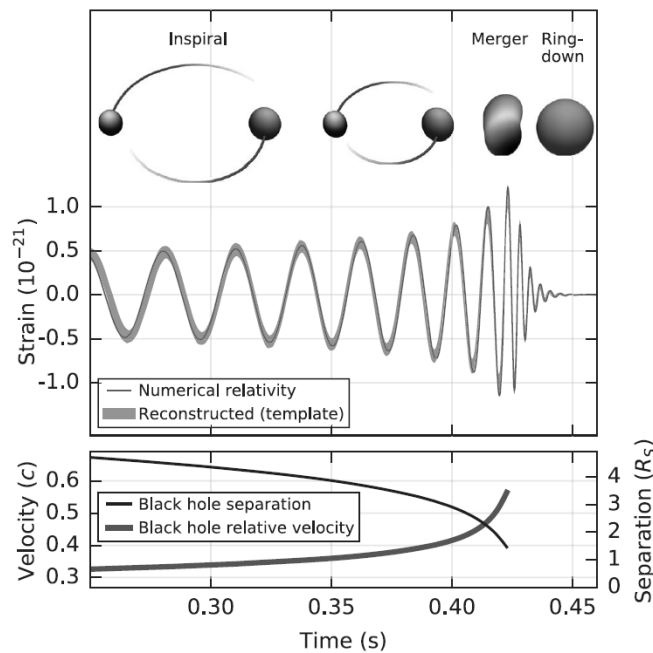
Z obydwu analizowanych przypadków wynika, że zmiany natężenia pola grawitacyjnego pochodzące od ciężkich obiektów znajdujących się w dużych odległościach od obserwatora będą podobne jak zmiany natężenia pola grawitacyjnego pochodzących od lekkich obiektów znajdujących się w mniejszych odległościach od obserwatora.

5. Eksperyment LIGO

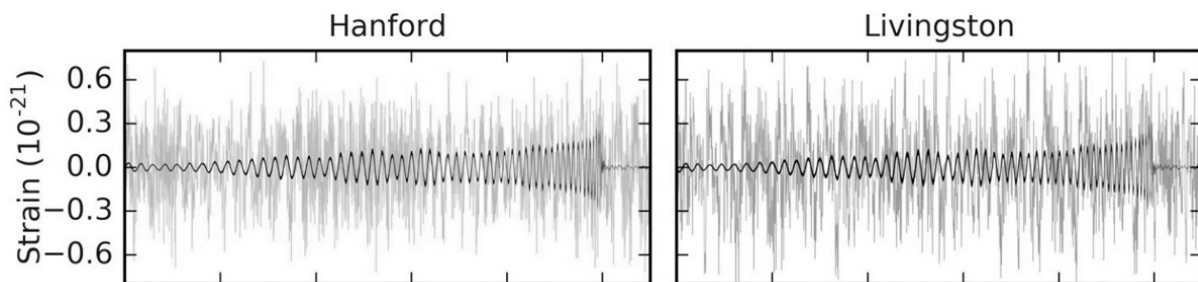
W 2016 roku zespół wykonujący badania w Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) [1] ogłosił, że pośrednio zmierzył falę grawitacyjną zgodną z przewidywaniami OTW. Pomiary były wykonywane jednocześnie w dwóch ośrodkach w Hanford oraz Livingston. Obydwa zmierzone sygnały były zgodne z przebiegiem fali grawitacyjnej wynikającym z OTW. Fala, którą zmierzono miała pochodzić od dwóch wirujących wokół siebie i spadających na siebie czarnych dziur. Masy czarnych dziur oszacowano na 36 mas Słońca ($\approx 7,2 \cdot 10^{31}$ kg) oraz 29 mas Słońca ($\approx 5,8 \cdot 10^{31}$ kg). Gdy się zderzyły, były od nas oddalone o 410 Mpc = 1 337 260 000 lat świetlnych ($\approx 1,27 \cdot 10^{25}$ m). Czarne dziury spadając na siebie po spirali były według przewidywań OTW źródłem fali grawitacyjnej rozumianej jako cykliczne zmiany natężenia pola grawitacyjnego.

Eksperyment LIGO polega na szukaniu korelacji pomiędzy sygnałami mierzonymi w dwóch ośrodkach Hanford oraz Livingston oraz sygnałem teoretycznym wynikającym z modelu OTW. Jeżeli te trzy sygnały są skorelowane, wtedy wyciągany jest wniosek, że w LIGO zmierzono prawdziwy sygnał. Ponieważ fala grawitacyjna propaguje ze skończoną prędkością światła, dlatego dwa zmierzone sygnały mogą być przesunięte w czasie.

Na rysunku 13 pokazany jest pierwszy pośredni pomiar fali grawitacyjnej ogłoszony przez LIGO (GW150914). Fala ta ma amplitudę, która rośnie w ostatniej fazie zbliżania się ciał do siebie. Z rysunku wynika, że gdy czarne dziury zbliżają się do siebie, wtedy zwiększa się amplituda fali grawitacyjnej. Amplituda fali grawitacyjnej zanika dopiero po zderzeniu ciał.



Rys. 13. Wykres fali grawitacyjnej podany przez LIGO (GW150914). Góra: amplituda wynikająca z numerycznego modelu. Dół: prędkość czarnych dziur oraz ich odległość podana w promieniach Schwarzschild'a. Źródło [1] oraz [5].



Rys. 14. Sygnał mierzony w LIGO jest na poziomie szumu (GW151226). Wykresy przedstawiają sygnał po filtrowaniu z naniesionym najlepiej dopasowanym przebiegiem wynikającym z modelu. Źródło [2].

Na rysunku 14 pokazany jest drugi pomiar fali grawitacyjnej ogłoszony przez LIGO (GW151226). Jak widać na rysunku sygnały mierzone w LIGO mają wartości poniżej poziomu szumu. Szukana fala grawitacyjna musiała być odzyskana przy pomocy filtrów zrealizowanych w postaci komputerowej analizy. W takim przypadku zawsze jest ryzyko, że odnaleziony sygnał jest skutkiem zastosowanych filtrów, a nie faktycznym pomiarem. Dodatkowo w szumie można odnaleźć korelację z dowolnym, zadany z góry sygnałem. Badania na ten temat prowadził Granger Clive, który odkrył zjawisko koincydencji w makroekonomicznych szeregach czasowych [4], za co otrzymał w 2003 roku nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii. Czyli jeżeli w Hanford oraz Livingston mierzono jakieś stochastyczne sygnały, to jest niemal pewne, że w wystarczająco długim okresie obserwacji zostaną tam zaobserwowane dwa bardzo krótkie sygnały odpowiadające poszukiwanemu sygnałowi. Korelacja takich sygnałów może być całkowicie przypadkowa, a nie wynikająca ze wspólnej przyczyny. W przypadku pomiarów wykonywanych w LIGO ryzyko takiej sytuacji jest wyjątkowo duże, ponieważ każde zderzenie czarnych dziur jest jednorazowe. W wyniku zderzenia, układ wirujących czarnych dziur ulegają zniszczeniu i pomiar nigdy nie będzie mógł być powtórzony.

Powyższe wątpliwości są potwierdzone przez badania opublikowane w pracy [3]. Autorzy wykonali analizę szumu udostępnionego przez zespół LIGO. Wykryli oni, że szумы z obu ośrodków, chociaż powinny być niezależne, to często są skorelowane. Dodatkowo korelacja pomiędzy szumami zmierzonymi w Hanford oraz Livingston występuje dla przesunięcia czasowego, pomiędzy tymi szumami, podobnego do tego jakie wystąpiło pomiędzy zarejestrowanymi sygnałami, które miały pochodzić z czarnych dziur.

Istnieje możliwość weryfikacji, czy przy pomiarze fali grawitacyjnej występuje zjawisko koincydencji. Należy sprawdzić, jak często poszukiwany sygnał fali grawitacyjnej występuje tylko w jednym interferometrze. Jeżeli szukany sygnał pojawia się w jednym, ale w tym samym czasie (z dopuszczalnym przesunięciem czasowym) nie występuje w drugim interferometrze, wtedy nie jest to pomiar fali grawitacyjnej, tylko przypadkowa korelacja (koincydencja). Pojawianie się takich sytuacji będzie świadczyło o tym, że w szumie występują przypadkowe korelacje z poszukiwanym sygnałem. Jeżeli przypadkowe korelacje pojawiają się w jednym interferometrze, to oczywiście odpowiednio rzadziej pojawiają się jednocześnie w dwóch interferometrach. Taka sytuacja będzie odczytywana błędnie jako pomiar prawdziwej fali grawitacyjnej. Natomiast jeżeli korelacje mierzonego szumu z szukanym sygnałem występują tylko jednocześnie w obydwu interferometrach, wtedy korelacje nie są przypadkowe, ale mają wspólną przyczynę.

Przebieg fali grawitacyjnej przedstawionej przez zespół LIGO różni się znacznie od przebiegu, który wynika z prawa ciężenia Newtona. Porównanie dotyczy dwóch wirujących ciał. Według LIGO amplituda fali grawitacyjnej rośnie, gdy ciała zbliżają się do siebie (rysunki 13 oraz 14). Amplituda newtonowskiej fali grawitacyjnej maleje proporcjonalnie do tego jak ciała zbliżają się do siebie (rysunek 4).

Z powyższego wynika, że fala grawitacyjna przewidywana przez OTW ma inną przyczynę, niż newtonowska fala grawitacyjna. Fala newtonowska wynika ze zmiennego, geometrycznego ustawienia ciał w przestrzeni. Gdyby fala wynikająca z OTW miała taką samą przyczynę, to powinna mieć podobny przebieg. Należy przy tym pamiętać, że prawo ciężenia Newtona jest jednym z najlepiej zweryfikowanych eksperymentalnie praw fizycznych. Oczywiście, zostało eksperymentalnie zweryfikowane dla ciał o stosunkowo niedużych masach. Pomiary LIGO dotyczą ciał o znacznie większych masach. Jeżeli przebieg fali grawitacyjnej ma być taki, jaki opublikował zespół LIGO, to dla dużych obiegających się mas musi ujawniać się zupełnie nowe zjawisko nie występujące w prawie ciężenia Newtona. Jest bardzo interesujące, że udało się wykryć takie nowe zjawisko tylko na podstawie równań OTW, które zostały zaproponowane bez wcześniejszej świadomości, że takie zjawisko istnieje.

Na podstawie OTW wywnioskowano, że czarne dziury, w czasie całego procesu spadania na siebie, utraciły dużą część swojej masy. Ich masa miała wypromieniować w postaci pola grawitacyjnego [1]. Po zderzeniu powstała czarna dziura o masie około 63 masy Słońca, czyli o 3

masy Słońca mniejsza niż łączna masa zderzających się czarnych dziur. Według prawa ciężenia Newtona, siła grawitacji nie zużywa masy ciała wytwarzającego tą siłę. Wydaje się, że jest to zgodne ze stanem wiedzy na temat budowy materii. Gdyby ciała traciły masę z powodu wytwarzania grawitacji, to przynajmniej niektóre atomy materii musiałyby ulegać dezintegracji w wyniku tego procesu (lub starzeniu polegającemu na zmniejszeniu ich masy). Takie zjawisko nie jest w żaden sposób zbadane ani potwierdzone w warunkach laboratoryjnych.

Według symulacji przedstawionych przez LIGO czarne dziury, które były źródłem fali grawitacyjnej spadały na siebie po spirali kołowej w czasie zaledwie ułamka sekundy. Warto wspomnieć o tym, że taki sposób ich wirowania jest odmienny od tego, który bezpośrednio obserwowano w przypadku podwójnego układu PSR B1913+16 złożonego z pulsara i gwiazdy neutronowej [6]. Układ ten był obserwowany przez kilka lat. Oceniono, że pulsar i gwiazda neutronowa, które wirują wokół siebie w średniej odległości około 2,65 promienia Słońca, spadną na siebie po upływie dopiero 300 milionów lat.

Według LIGO, w obydwu ogłoszonych przypadkach, czarne dziury spadały na siebie po spirali. W przypadku prawa ciężenia Newtona dwa ciała związane grawitacyjnie nie spadają na siebie po spirali. Ciała mogłyby spadać na siebie po spirali wtedy, gdy z jakiegoś powodu tracą pęd, na przykład poruszając się w gęstym ośrodku. Potwierdziliśmy to licznymi symulacjami.

6. Propozycja sposobu testowania interferometru LIGO

Każde techniczne urządzenie pomiarowe wymaga wzorcowania (inaczej kalibracji) lub strojenia (inaczej adiustacji), gdyż w innym przypadku nie wiadomo co ono mierzy. W przypadku LIGO nie zastosowano, ani wzorcowania, ani strojenia, ze względu na brak kontrolowalnego źródła fali grawitacyjnej o znanych parametrach, które mogłyby posłużyć za wzorzec. Sprawdzenie, co tak naprawdę mierzy LIGO będzie możliwe tylko wtedy, gdy będzie dostępne takie wzorcowe źródło fali grawitacyjnej.

Z przedstawionej w tym artykule analizy wynika, że wytworzenie wzorcowej fali grawitacyjnej, która może posłużyć do strojenia LIGO, jest możliwe. Można w tym celu wykorzystać np. układ ciał pokazany na rysunku 1. Czarne dziury GW150914 tworzyły przed zderzeniem taki układ. Z rysunku 13 można odczytać, że, gdy czarne dziury miały prędkość $v = 0,35c$, to wykonywały pełny obrót w czasie $t = 0,05$ s. Na tej podstawie można przyjąć, że $r_1 \approx 850$ km. Na podstawie (54), po uwzględnieniu zależności (4), otrzymujemy

$$\frac{4A'_x}{9G} \approx \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} = \frac{r_1 m_1 \left(r_1 + r_1 \frac{m_1}{m_2} \right)}{D^4} \quad (64)$$

$$\frac{4A'_x}{9G} \approx \frac{850000 \cdot 7,2 \cdot 10^{31} \left(850000 + 850000 \frac{7,2 \cdot 10^{31}}{5,8 \cdot 10^{31}} \right)}{(1,27 \cdot 10^{25})^4} = 4,6 \cdot 10^{-57} \quad (65)$$

Zgodnie z (52), średnie natężenie pola grawitacyjnego pochodzące od czarnych dziur GW150914 wynosiło

$$\bar{a}'_x \approx G \frac{m_1 + m_2}{D^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{7,2 \cdot 10^{31} + 5,8 \cdot 10^{31}}{(1,27 \cdot 10^{25})^2} = 5,4 \cdot 10^{-29} \quad (66)$$

Jeżeli dla układu z rysunku 1 przyjmiemy, że $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 10$ kg, $r_1 = 10$ m, $D = 10\,000$ km, wtedy zachodzi

$$\frac{4A''_x}{9G} \approx \frac{I(r_1 + r_2)}{D^4} = \frac{10 \cdot 10 \left(10 + 10 \frac{10}{10} \right)}{(10 \cdot 10^6)^4} = 2,0 \cdot 10^{-25} \gg 4,6 \cdot 10^{-57} \quad (67)$$

Zgodnie z (52), średnie natężenie pola grawitacyjnego pochodzące od rozważanych lekkich ciał wynosi

$$\bar{a}_x'' \approx G \frac{m_1 + m_2}{D^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{10 + 10}{(10 \cdot 10^6)^2} = 1,3 \cdot 10^{-23} \gg 5,4 \cdot 10^{-29} \quad (68)$$

Na podstawie prawa (55) dla amplitudy fali grawitacyjnej, lub bezpośrednio z (65) oraz (67) wynika, że amplituda fali grawitacyjnej wytworzonej przez rozważane dwa lekkie ciała jest ponad 10^{30} rzędów wielkości większa niż amplituda fali grawitacyjnej wytwarzanej przez czarne dziury GW150914, gdy $r_1 = 850$ km. Nawet jeżeli przy zbliżaniu się do siebie czarnych dziur, ujawniają się jakieś relatywistyczne efekty wynikające z OTW, których nie przewiduje prawo ciążenia Newtona, to różnica tych amplitud jest tak olbrzymia, że system LIGO powinien móc wykryć falę pochodzącą od tych lekkich ciał.

Źródło sztucznej fali grawitacyjnej musi znajdować się w wystarczająco dużej odległości od LIGO, aby fala docierająca do LIGO była praktycznie płaska. Ramiona interferometru LIGO mają długość 4 km, dlatego wydaje się, że oddalenie źródła fali o $D = 10\,000$ km powinno być wystarczające. Aby uniknąć oszustw, zupełnie inny zespół ludzki powinien wytwarzać sztuczną falę grawitacyjną, rozpędzając wirujące ciała. Zespół LIGO powinien umieć wykryć, kiedy te ciała wirują.

Jedynym problemem technicznym przy wytwarzaniu sztucznej fali grawitacyjnej jest wirowanie ciałami z wystarczająco dużą częstotliwością. Według danych LIGO, system ten może mierzyć tylko fale o częstotliwości większej niż 40-150 Hz (na rysunku 13 częstotliwość fali grawitacyjnej wynosi 40 Hz). To ograniczenie powoduje, że nie można wirować dowolnie dużymi ciałami, ale można wirować ciałami powiedzmy o masach 1 kg na promieniu $r = 1$ m.

7. Podsumowanie

Wyniki ogłoszone przez zespół LIGO są przedstawiane jako eksperymentalne potwierdzenie poprawności Ogólnej Teorii Względności. Jednak, aby pomiary wykonane przez LIGO były niepodważalne, to konieczne jest wykonanie strojenia tego urządzenia. Dopiero wtedy będzie wiadomo, czy LIGO jest w stanie wykryć fale grawitacyjne oraz, co tak naprawdę mierzy. Do tego celu można wykorzystać obiegające się ciała, nawet o niedużych masach, dyskutowane w rozdziale 6.

Istnienie fal grawitacyjnych wynika z prawa ciążenia Newtona.

Cykliczne drgania natężenia pola grawitacyjnego występują zarówno w mechanice klasycznej jak w Ogólnej Teorii Względności. Mają one jednak inne własności. Różnice są następujące:

1. Według mechaniki klasycznej, gdy ciała zbliżają się do siebie amplituda natężenia pola grawitacyjnego maleje (rysunek 3 oraz 4). Według Ogólnej Teorii Względności, gdy ciała zbliżają się do siebie amplituda fali grawitacyjnej rośnie (rysunek 13 oraz 14).

Ta różnica w przebiegu fali grawitacyjnej świadczy o tym, że według OTW obiegającym się dużym masom towarzyszy zjawisko nie występujące w prawie ciążenia Newtona, które jest jednym z najlepiej zweryfikowanych eksperymentalnie praw fizycznych. Jest bardzo interesujące, że udało się wykryć takie nowe zjawisko tylko na podstawie równań OTW, które zostały zaproponowane bez wcześniejszej świadomości, że takie zjawisko istnieje.

2. W mechanice klasycznej oddziaływanie grawitacyjne nie wiąże się z utratą energii przez ciało emitujące to oddziaływanie. Według Ogólnej Teorii Względności obiekty emitujące falę grawitacyjną tracą masę, unoszoną w postaci fali grawitacyjnej [1].

3. Według mechaniki klasycznej ciała nie mogą na siebie spadać po spirali, jeżeli nie tracą pędu. Mogą spadać na siebie po spirali, jeżeli poruszają się w gęstym ośrodku i tracą swój pęd. Dlatego trajektorie podobne do pokazanej na rysunku 2 (fala na rysunkach 3 oraz 4) nie dotyczą ciał naturalnie związanych grawitacyjnie w pustej przestrzeni. Według wyników ogłoszonych przez LIGO, w ramach OTW ciała mogą spadać na siebie po spirali.

Pomiary wykonywane w LIGO są na poziomie szumu. Urządzenie to ma mierzyć względne zmiany długości dwóch, 4 kilometrowych ramion na poziomie wymiarów jednego atomu. Tymczasem cała materia jest wypełniona przeróżnego rodzaju drganiami. Problemem przy pomiarze wykonanym na poziomie szumu jest zjawisko koincydencji. Okazuje się bowiem, że bardzo często w szeregach nie powiązanych związkami przyczynowo skutkowymi występują przypadkowe korelacje. Odkrycie tego zjawiska przez Granger'a Clive'a zostało uhonorowane nagrodą Nobla z ekonomii w 2003 roku. Zjawisko koincydencji poważnie podważa wiarygodność pomiarów ogłoszonych przez zespół LIGO.

Według prawa ciężenia Newtona, jeżeli obserwator oddala się od źródła fali grawitacyjnej, wtedy natężenie pola grawitacyjnego maleje wolniej niż amplituda fali grawitacyjnej. Natężenie pola grawitacyjnego maleje jak D^2 . Jeżeli źródłem fali jest układ dwóch ciał związanych grawitacyjnie, przedstawiony na rysunku 1, wtedy amplituda maleje jak D^4 . Jeżeli źródłem fali jest jedno ciało przedstawione na rysunku 8, wtedy amplituda maleje jak D^3 .

8. Bibliografia

- [1] Abbott B. P. et al., *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*, Physical Review Letters, Vol. 116, Iss. 6, 061102, 1-16, 2016.
- [2] Abbott B. P. et al., *GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence*, Physical Review Letters, Vol. 116, Iss. 24, 241103, 1-14, 2016.
- [3] Creswell James, Hausegger Sebastian, Jackson Andrew D., Liu Hao, Naselsky Pavel, *On the time lags of the LIGO signals*, arXiv 2017, 1-28, <https://arxiv.org/abs/1706.04191>.
- [4] Granger Clive W. J., *Some Properties of Time Series Data and Their Use in Econometric Model Specification*, Journal of Econometrics, Vol. 16, 121-130, 19981.
- [5] Royal Swedish Academy of Sciences. *The laser interferometer gravitational-wave observatory and the first direct observation of gravitational waves*, Stockholm, Scientific Background on the Nobel Prize in Physics, 1-18, 2017.
- [6] Taylor J. H., Weisberg J.M. *A new test of general relativity – Gravitational radiation and the binary pulsar PSR 1913+16*, Astrophysical Journal 253, 908-920, 1982.
- [7] Hartle James B., *Grawitacja. Wprowadzenie do ogólnej teorii względności Einsteina*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego 2010.