

Grawitoelektromagnetyzm. I.

Grawitacyjne prawo Faradaya i grawitacyjne prawo Ampère'a

Zbigniew Osiak

E-mail: zbigniew.osiak@gmail.com

<http://orcid.org/0000-0002-5007-306X>

http://vixra.org/author/zbigniew_osiak

Streszczenie

Ze zmodyfikowanych równań Maxwella-Hertza w postaci trójwymiarowej wynika, że fale grawitacyjne mają wpływ na zjawiska elektromagnetyczne. Możliwa jest zatem bardzo prosta metoda detekcji pól grawitacyjnych o zmieniającej się w czasie wartości wyznacznika tensora metrycznego.

Słowa kluczowe: równania Maxwella-Hertza, wyznacznik tensora metrycznego, fale grawitacyjne.

01. Wprowadzenie

Aby przyrzeć się, jakie treści fizyczne zawierają ogólnie kowariantne równania Maxwella-Hertza, zapiszemy je w zmodyfikowanej postaci trójwymiarowej. Omówimy oddziaływanie niestacjonarnego pola grawitacyjnego ze stacjonarnym polem magnetycznym oraz stacjonarnym polem elektrycznym.

02. Równania Maxwella-Hertza

Równania opisujące pole elektromagnetyczne zostały sformułowane przez Maxwella w 1865 [1]. Współczesna postać równań Maxwella została podana przez Hertza w 1890 [2].

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{E} &= -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div}\mathbf{D} &= \rho \end{aligned}$$

\mathbf{E} – natężenie pola elektrycznego
 \mathbf{D} – indukcja elektryczna
 \mathbf{B} – indukcja magnetyczna
 \mathbf{H} – natężenie pola magnetycznego
 \mathbf{j} – gęstość prądu
 ρ – gęstość ładunku elektrycznego

03. Równania Maxwella-Hertza w Szczególnej Teorii Względności (STW)

Równania Maxwella-Hertza zostały zapisane w 1908 przez Minkowskiego w czterowymiarowej postaci tensorowej w ramach STW [3].

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial E^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0, \quad \left. \begin{array}{l} \text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div}\mathbf{D} = \rho \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial H^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu, \quad (\mu=1,2,3,4)$$

$$E^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & iE_z & -iE_y & -cB_x \\ -iE_z & 0 & iE_x & -cB_y \\ iE_y & -iE_x & 0 & -cB_z \\ cB_x & cB_y & cB_z & 0 \end{bmatrix} \quad H^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & 0 \end{bmatrix}$$

J^μ – składowa czterowektora gęstości prądu

04. Równania Maxwella-Hertza w Ogólnej Teorii Względności (OTW)

Równania Maxwella-Hertza w postaci ogólnie kowariantnej przedstawili niezależnie od siebie: Kottler w 1912 [4], Einstein w 1913 [5], 1914 [6] oraz 1916 [7], Cartan w 1923-1924 [8, 9] i van Dantzig w 1934 [10].

$$\frac{\partial(\sqrt{g}E^{\mu\nu})}{\partial x^\nu} = 0 \quad \frac{\partial(\sqrt{g}H^{\mu\nu})}{\partial x^\nu} = \sqrt{g}J^\mu$$

$$g = g_{11} \left(g_{22}g_{33}g_{44} + g_{23}g_{34}g_{42} + g_{24}g_{32}g_{43} - g_{42}g_{33}g_{24} - g_{43}g_{34}g_{22} - g_{44}g_{32}g_{23} \right) + \\ + g_{12} \left(g_{41}g_{33}g_{24} + g_{43}g_{34}g_{21} + g_{44}g_{31}g_{23} - g_{21}g_{33}g_{44} - g_{23}g_{34}g_{41} - g_{24}g_{31}g_{43} \right) + \\ + g_{13} \left(g_{21}g_{32}g_{44} + g_{22}g_{34}g_{41} + g_{24}g_{31}g_{42} - g_{41}g_{32}g_{24} - g_{42}g_{34}g_{21} - g_{44}g_{31}g_{22} \right) + \\ + g_{14} \left(g_{41}g_{32}g_{23} + g_{42}g_{33}g_{21} + g_{43}g_{31}g_{22} - g_{21}g_{32}g_{43} - g_{22}g_{33}g_{41} - g_{23}g_{31}g_{42} \right)$$

g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

05. Wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni Schwarzschilda

Wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni Schwarzschilda jest równy jedności [11]. Stacjonarne pole grawitacyjne Ziemi można w pierwszym przybliżeniu opisać metryką Schwarzschilda i dlatego nie obserwujemy zauważalnego wpływu naszego pola na zjawiska elektromagnetyczne.

$$ds^2 = \left\{ \frac{x^2}{r^2} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} - 1 \right] + 1 \right\} dx^2 + \left\{ \frac{y^2}{r^2} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} - 1 \right] + 1 \right\} dy^2 + \\ + \left\{ \frac{z^2}{r^2} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} - 1 \right] + 1 \right\} dz^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r} \right) c^2 dt^2 + \\ + \frac{2}{r^2} \left[\left(1 - \frac{r_s}{r} \right)^{-1} - 1 \right] (xy dx dy + xz dx dz + yz dy dz), \quad r_s = \frac{2GM}{c^2},$$

$g = 1$.

06. Zmodyfikowane równania Maxwella-Hertza

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div} \mathbf{B} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial E^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0 \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial \sqrt{g} E^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \sqrt{g} \mathbf{E} = -\frac{\partial \sqrt{g} \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div} \sqrt{g} \mathbf{B} = 0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div} \mathbf{D} = \rho \end{array} \right\} \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial H^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu \rightarrow \sum_{\nu=1}^4 \frac{\partial \sqrt{g} H^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \sqrt{g} J^\mu \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \sqrt{g} \mathbf{H} = \sqrt{g} \mathbf{j} + \frac{\partial \sqrt{g} \mathbf{D}}{\partial t} \\ \text{div} \sqrt{g} \mathbf{D} = \sqrt{g} \rho \end{array} \right.$$

$$(\mu = 1, 2, 3, 4)$$

$$E^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & iE_z & -iE_y & -cB_x \\ -iE_z & 0 & iE_x & -cB_y \\ iE_y & -iE_x & 0 & -cB_z \\ cB_x & cB_y & cB_z & 0 \end{bmatrix} \quad H^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & H_z & -H_y & -icD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -icD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -icD_z \\ icD_x & icD_y & icD_z & 0 \end{bmatrix}$$

Poniżej poddamy dalszej analizie zmodyfikowane jednorodne równania Maxwella.

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot}(\sqrt{g} \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g} \mathbf{B}) \\ \text{div}(\sqrt{g} \mathbf{B}) = 0 \end{array} \right\}$$



$$\begin{aligned} \text{rot}(\varphi \mathbf{a}) &= \varphi \text{rot} \mathbf{a} + (\text{grad} \varphi) \times \mathbf{a} \\ \text{div}(\varphi \mathbf{a}) &= \varphi \text{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \text{grad} \varphi \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} - \frac{1}{2g} (\text{grad} g) \times \mathbf{E} \\ \text{div} \mathbf{B} = 0 - \frac{1}{2g} \mathbf{B} \cdot (\text{grad} g) \end{array} \right\}$$



$$\begin{array}{l} \text{Założenie} \\ \text{grad} g = 0 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \\ \text{div} \mathbf{B} = 0 \end{array} \right\}$$



$$\iint_S \text{rot} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_l \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}, \quad \iiint_V \text{div} \mathbf{A} dV = \oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}, \quad \iint_S \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \iint_s \left(\frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$



$$\text{SEM} \stackrel{\text{df}}{=} \oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$\text{SEM} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

Poniżej poddamy dalszej analizie zmodyfikowane niejednorodne równania Maxwella.

$$\text{rot}(\sqrt{g}\mathbf{H}) = \sqrt{g} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t}(\sqrt{g}\mathbf{D})$$

$$\text{div}(\sqrt{g}\mathbf{D}) = \sqrt{g} \rho$$



$$\text{rot}(\varphi\mathbf{a}) = \varphi \text{rot } \mathbf{a} + (\text{grad } \varphi) \times \mathbf{a}$$

$$\text{div}(\varphi\mathbf{a}) = \varphi \text{div } \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \text{grad } \varphi$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} - \frac{1}{2g} (\text{grad } g) \times \mathbf{H}$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho - \frac{1}{2g} \mathbf{D} \cdot \text{grad } g$$



$$\text{Założenie}$$

$$\text{grad } g = 0$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{div}\mathbf{D} = \rho$$



$$\iint_s \text{rot}\mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \oint_1 \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}, \quad \iiint_v \text{div}\mathbf{A} \, dV = \oint_s \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}, \quad \iint_s \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \iint_s \left(\frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} = \iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_v \rho dV$$

07. Grawitacyjne prawo Faradaya

Grawitacyjne prawo Faradaya stanowi, że w wyniku oddziaływania niestacjonarnego pola grawitacyjnego ze stacjonarnym polem magnetycznym powstaje pole elektryczne.

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\cancel{\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

Postać różniczkowa

$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

Postać całkowa

08. Grawitacyjne prawo Ampère'a

Grawitacyjne prawo Ampère'a głosi, że w wyniku oddziaływania niestacjonarnego pola grawitacyjnego ze stacjonarnym polem elektrycznym powstaje pole magnetyczne.

$$\text{rot}\mathbf{H} = \cancel{\mathbf{j}} + \cancel{\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

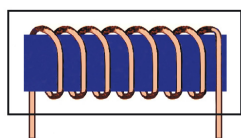
Postać różniczkowa

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

Postać całkowa

09. Interakcja grawito-magnetyczna

Interakcja grawito-magnetyczna to zjawisko polegające na tym, że fala grawitacyjna, przechodząc przez obwód znajdujący się w stałym polu magnetycznym (nieruchomy względem wektora indukcji magnetycznej tego pola), indukuje w nim siłę elektromotoryczną.



$$\text{SEM} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = BnS$$

$$\text{SEM} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{BnS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

B – wartość wektora indukcji magnetycznej magnesu stałego

n – liczba zwojów cewki

S – powierzchnia jednego zwoju

g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

10. Grawito-magnetyczna metoda detekcji fal grawitacyjnych

Proponowana grawito-magnetyczna metoda detekcji fal grawitacyjnych, wykorzystująca zjawisko interakcji grawito-magnetycznej, polega na tym, aby cewkę z rdzeniem z magnesu stałego umieścić w klatce Faradaya. Fala grawitacyjna, przechodząc przez cewkę, spowoduje powstanie w niej siły elektromotorycznej.

11. Przykład realizacji „serca” detektora grawito-magnetycznego



Fotografia przedstawia cewkę nawiniętą między magnesami (fot. Jarosław Konieczny).

Budowa „serca” detektora grawito-magnetycznego:

- 2 magnesy neodymowe, walcowe o średnicy 33 mm i wysokości 30 mm
- uszczelka rozdzielająca magnesy o średnicy około $8 \div 10$ mm i grubości około 2 mm
- cewka o około 210 zwojach nawiniętych między magnesami drutem (w emalii) o średnicy 0,2 mm

12. Interakcja grawito-elektryczna

Interakcja grawito-elektryczna to zjawisko polegające na tym, że fala grawitacyjna, przechodząc przez stacjonarne jednorodne pole elektryczne, na przykład istniejące między okładkami naładowanego kondensatora płaskiego, indukuje w nim pole magnetyczne.

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{\partial}{\partial t} \cancel{\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$



$$\iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = DS$$

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_s \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{DS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

\mathbf{H} – wektor natężenia pola magnetycznego

\mathbf{j} – wektor gęstości prądu elektrycznego

\mathbf{D} – wektor indukcji elektrycznej

D – wartość wektora indukcji elektrycznej

E – wartość wektora natężenia pola elektrycznego

S – powierzchnia okładki kondensatora płaskiego

g – wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni

13. Grawito-elektryczna metoda detekcji fal grawitacyjnych

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{DS}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

Proponowana grawito-elektryczna metoda detekcji fal grawitacyjnych, wykorzystująca zjawisko interakcji grawito-elektrycznej, polega na tym, aby naładowany płaski kondensator z dielektrykiem między jego okładkami umieścić w klatce Faradaya. Fala grawitacyjna, przechodząc przez kondensator, spowoduje powstanie w nim pola magnetycznego.

14. Obwód LC w niestacjonarnym polu grawitacyjnym

$$\oint_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}} - \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\cancel{\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}} - \frac{\mathbf{B}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\oint_1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \cancel{\iint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}} + \frac{1}{2g} \left(\iint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} \right) \frac{\partial g}{\partial t}$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \cancel{\mathbf{j}} + \cancel{\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}} + \frac{\mathbf{D}}{2g} \frac{\partial g}{\partial t}$$

Powyższe równania można wykorzystać do opisu wpływu fali grawitacyjnej na zjawiska w obwodzie LC umieszczonym w klatce Faradaya, utworzonym z cewki z rdzeniem w postaci magnesu stałego i kondensatora z dielektrykiem między jego okładkami. Układ taki może być przydatny do detekcji fal grawitacyjnych.

15. Przykładowe wartości indukcji magnetycznej

Indukcja pola magnetycznego Ziemi ma wartość kilkudziesięciu mikrotlesli. W Międzynarodowym Laboratorium Silnych Pól Magnetycznych i Niskich Temperatur we Wrocławiu wytwarza się impulsowo pola o indukcji magnetycznej 50 T.

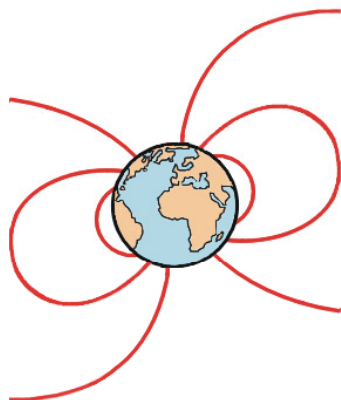
16. Szumy w układach elektronicznych

Fale grawitacyjne mają wpływ na zjawiska elektromagnetyczne, między innymi mogą powodować niektóre szumy w układach elektronicznych. Może się okazać, że od dawna odbieramy sygnały z kosmosu, tylko o tym nie wiedzieliśmy.

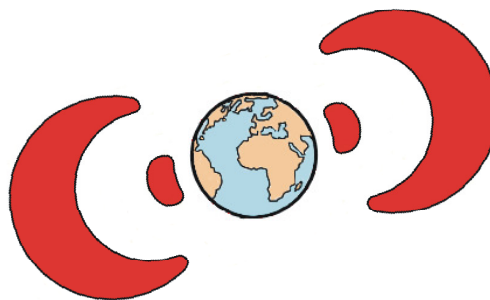
17. Fale grawitacyjne a problem „białych niedźwiedzi”

Problem „białych niedźwiedzi” polega na tym, jak ukryć przed opinią publiczną prawdziwy cel danych badań naukowych. Zewsząd docierają do nas informacje, że na bieguny wysyłani są naukowcy, by badali faunę i florę tamtych terenów oraz grubość pokrywy lodowcowej. Tymczasem głównym celem ich pracy jest badanie własności promieniowania kosmicznego, które dociera tam bez przeszkód.

Pole magnetyczne Ziemi



Pasy radiacyjne Van Allena



Dlaczego niektóre państwa przeznaczają olbrzymie środki finansowe na budowanie detektorów fal grawitacyjnych? Odpowiedź na to pytanie jest prosta, fale grawitacyjne są jedynym sensownym nośnikiem informacji ewentualnie przekazywanych przez cywilizacje bardziej rozwinięte od naszej. Ci Ziemianie, którzy będą pierwsi mieli dostęp do wiedzy i nowych technologii, zdobędą przewagę nad pozostałymi. Zasada działania istniejących detektorów fal grawitacyjnych jest mało przydatna do tego celu, ale za to na tyle prosta, że zrozumiała dla chciwych sponsorów. Nauka powinna być wolna od ideologii i polityki – w innym razie praca uczonych może przynieść więcej szkody niż pożytku.

18. Uwagi końcowe

Elektromagnetyzm „wchodzi” do równań polowych grawitacji Einsteina poprzez tensor pędu-energii pola elektromagnetycznego [11]. Grawitacja „wchodzi” do równań Maxwella-Hertza poprzez wyznacznik tensora metrycznego czasoprzestrzeni.

Dla małych częstotliwości fal grawitacyjnych i niewielkich rozmiarów detektorów założenie o zerowaniu się gradientu wyznacznika tensora metrycznego czasoprzestrzeni nie stanowi istotnych ograniczeń dla proponowanych metod detekcji fal grawitacyjnych.

Cytowane prace

[1] J. C. Maxwell: *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*.

Philosophical Transactions of the Royal Society of London **155** (1865) 459-512.

[2] H. R. Hertz: *Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende Körper*.

Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften und der Georg-Augusts-Universität zu Göttingen (1890) 106-149.

[3] H. Minkowski: *Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern*.

Nachrichten [von der Königlich Gesellschaft der Wissenschaften zu] Göttingen [Mathematisch-physikalische Klasse] (1908) 53-111.

[4] Friedrich Kottler: *Über die Raumzeitlinien der Minkowskischen Welt*.

Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften **121** (1912) 1659-1759.

[5] A. Einstein, M. Grossmann: *Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation*.

Zeitschrift für Mathematik und Physik **62**, 3 (1913) 225-261. [Patrz: wzory (23) i (24)]

[6] A. Einstein: *Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*.

Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **2**, 41 (1914) 1030-1085.

- [7] A. Einstein: *Eine neue formale Deutung der Maxwellschen Feldgleichungen der Elektrodynamik*.
Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **1**, 7 (1916) 184-188.
- [8] É. J. Cartan: *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (première partie)*.
Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure **40** (1923) 325-412.
- [9] É. J. Cartan: *Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée (première partie) (suite)*.
Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure **41** (1924) 1-25. [Strony 17-24 poświęcone są równaniom Maxwella.]
- [10] D. van Dantzig: *The fundamental equations of electromagnetism, independent of metrical geometry*.
Proceedings of the Cambridge Philosophical Society **30** (1934) 421-427.
- [11] Z. Osiak: *Ogólna Teoria Względności*.
Self Publishing (2012), ISBN: 978-83-272-3515-2, <http://vixra.org/abs/1804.0178>