Metrics galileia space
Метрики галилеева пространства

Valery Timin

Creative Commons Attribution 3.0 License

(December 19, 2020)

Russia, RME

This paper deals with the definition of conjugate vectors and three types of metrics: ($d\tau$, dl, ds) in 3+1 and 4–dimensional Galilean spaces. In Galilean space it is possible to introduce three types of orthonormal metrics:

1) spatial $dl^2 = dr_i dr^i$,
2) time $d\tau = dt$ or $d\tau^2 = dt_0 dt^0$ and
3) wave $ds^2 = d\tau^2 - dl^2$.

В данной работе рассмотрены вопросы определения трех видов метрик: ($d\tau$, dl, ds) в 3+1 и 4–мерном галилеевых пространствах и сопряжения векторов на основе последнего.

Оглавление

1. Метрики галилеева пространства

1. Галилеева метрика

В галилеевом пространстве возможны две независимые метрики: $d\tau$ – координатное время на мировой линии м.т.:

$$d\tau = g_0 dt \quad \text{или} \quad d\tau^2 = g_{00} dt^2 \tag{1.1}$$

и dl – 3–мерное расстояние между двумя точками 3–пространства:

$$dl^2 = dr^2 \colon t = \text{const}. \tag{1.2}$$

Метрика $d\tau$ является инвариантной метрикой между любыми точками пространства, независимо от галилеевых преобразований координат. Но метрика dl^2 определена только на плоскости одновременности $\tau = \text{const}$.

Большинство читателей естественным образом принимают тривиальные метрики (1) и (2). Действительно, что такого непонятного время есть время, расстояние есть расстояние. Чего же еще может быть такого в физике? Ладно – еще энергия, мощность, работа. С этим любой человек также постоянно встречается. Импульс – это что-то очень кратковременное? Тоже понятно. Момент? Ну это еще более кратковременнее. Так, что ли?

В действительности, не совсем так. Есть объекты механики, которые невозможно "прикрутить" к вышеупомянутым категориям простых бытовых понятий. Даже возьмем работу – если даже я не толкаю с какой-то скоростью тяжелую тележку, а только ее удерживаю, чтобы она не двинулась, то я же совершаю работу – могу даже вспотеть! А Ньютон говорит – что работу не производишь! Сачкуешь, в общем то … Так что механика не так уж тривиальна своими законами, как можно подумать на кухне.

2. Временнàя метрика

Временная метрика соответствует выражению (1.1):

$$d\tau = g_0 dt \quad \text{или} \quad d\tau^2 = g_{00} dt^2 \tag{1.1}$$

где $d\tau$ – координатное время на мировой линии м.т. Метрика $d\tau$ является инвариантной метрикой между любыми точками пространства, независимо от галилеевых преобразований координат. Действительно, сделаем произвольное преобразование координат:

$$dt' = dt \rightarrow d\tau = dt.$$

Это значит, что в галилеевой механике можно определить глобальное "скалярное" выражение dS_t с использованием линейной "временной метрики" "промежуток времени" одномерного подпространства t:

$$dS_t = \tau_i dq^i = \tau_0 dq^0 = g_0 dt$$

или (1.3)

$$dS_t^2 = \tau_{ij} dq^i dq_i = \tau_{00} dt^2.$$

где τ_i и τ_{ij} – ковариантные векторное и тензорное поля, аналоги галилеевой 4–метрики, определяющее локальное абсолютное время, для галилеевого пространства $\tau_i = \delta_i = (1,0,0,0)$ и $\tau_{ij} = \delta_{ij}$.

Из того, что "временная метрика" может служить метрикой галилеева пространства, например, в качестве инвариантного скалярного параметра траектории м.т., есть большая польза. Это его качество широко используется в классической физике. Но в остальном польза от ее существования сомнительна.

3. Пространственная 3–мерная метрика

Метрики (1.1) и (1.2) используются в галилеевом пространстве галилеевой механики. В пространстве такой механики скорость распространения информации (а она необходима для проведения измерительных процедур) равна бесконечности. И это доказывается тем, что результат измерения dt (1) и dl не будут зависеть от состояния движения с.о.

Пространственная метрика "расстояние" ртонормированной системе координат соответствует выражению (1.2):

$$dl^2 = dr^2 : t = \text{const}. \tag{1.2}$$

где dl – 3мерное расстояние между двумя точками 3–пространства. Особенностью метрики dl^2 является то, что она определена только на плоскости одновременности $\tau = \text{const}$. В общем случае "расстояние" определяется по формуле

$$dl^2 = l_{ij} dr^i dr^j = l_{ij} v^i v^j dt^2. \tag{1.4}$$

Здесь l_{ij} – квадратичная пространственная метрика "расстояние" 3мерного подпространства галилеева пространства. В ортонормированном случае эта метрика диагональна и состоит из одних единиц.

При нарушении этого условия и переходе в другое ИСО "расстояние" меняет свое значение. Действительно, пусть мы имеем две неподвижные точки, отстоящие друг от друга на (dt, dr): $dt \neq 0$. Имеем 3–мерное расстояние между ними $dl^2 = dr^2$. После преобразования координат (перехода в другое ИСО) координаты и расстояние между ними будут равны:

$$\begin{cases} t' = t + \Delta t, \\ r' = r - vt - \Delta r. \end{cases} \to \begin{cases} dt' = dt, \\ dr' = dr - vdt. \end{cases} \tag{1.5}$$

а расстояние

$$dl'^2 = (dr - vdt)^2 \neq dl^2 \tag{1.6}$$

что не равно расстоянию между ними в состоянии покоя. Это говорит о том, что "расстояние" не является истинным скаляром.

На основе приведенной пространственной метрики в галилеевом пространстве возможно определить "скалярные" выражения, аналогичные "расстоянию" (1.2). Это, например работа $A(dt, dr)$ в классической механике Ньютона:

$$dA = F^i dr^i = F^i v^i dt\,. \tag{1.7}$$

Или мощность P:

$$P = F^i v^i. \tag{1.8}$$

Кинетическая энергия:

$$K = m\frac{v^i v^i}{2}. \tag{1.9}$$

Недостатки, присущие параметру "расстояние" при переходе в другое ИСО и делающие эти параметры не скалярами, имеются и во всех этих случаях. Это очень хорошо видно на примере кинетической энергии как функции скорости м.т. И это очевидно, т.к скорость при изменении ИСО реально изменяется.

4. Векторы (тензоры) классической механики и "интервал"

Большинство читателей естественным образом принимают тривиальные метрики (1.1) и (1.2). Действительно, что такого непонятного – время есть время, расстояние есть расстояние. Чего же еще может быть такого в физике? Ладно – еще энергия, мощность, работа. С этим любой человек также постоянно встречается. Импульс – это что-то очень кратковременное? Тоже понятно. Момент? Ну это еще более кратковременнее. Так, что ли?

В действительности, не совсем так. Есть объекты механики, которые невозможно "прикрутить" к вышеупомянутым категориям простых бытовых понятий. Даже возьмем работу – если даже я не толкаю с какой-то скоростью тяжелую тележку, а только ее удерживаю, чтобы она не двинулась, то я же совершаю работу – могу даже вспотеть! А Ньютон говорит – что работу не производишь! Сачкуешь, в общем то … Так что механика не так уж тривиальна своими законами, как можно подумать на кухне.

Классическая механика Ньютона, базирующаяся в галилеевом абсолютном пространстве, живет своими законами. Именно эти законы определяют, как взаимосуществуют материальные объекты Природы (конечно, на уровне теории, выражающей в наших мозгах существующую физическую реальность). Это – три закона Ньютона. Их не буду приводить. Но есть законы сохранения и не тривиальные определения. В частности, закон сохранения (или взаимоперехода) энергии. В соответствии с ним работа A равна "скалярному" произведению действующей силы F^i на пройденное расстояние dr^i и может быть выражена многими способами:

$$\begin{gathered} dA = F^i dr^i \text{ или } dA - F^i dr^i = 0, \\ Pdt = F^i dr^i \text{ или } Pdt - F^i dr^i = 0. \end{gathered} \tag{1.10}$$

Первое уравнение не наводит ни на какие "мысли" (с первого взгляда) – это, в общем то, скалярное произведение в форме (1.2). Но второе уравнение очень похоже (для тех, кто знаком с СТО и тензорным исчислением в пространстве Минковского) на скалярное произведение двух векторов – $(P, F^i dt)$ и (dt, dr^i) (в первой скобке P – это мощность). А оно осуществляется подобно (1.11). Это наводит на мысль о существовании еще одной метрики – метрики материальных параметров классической механики. Поэтому

Кроме двух предыдущих метрик, приведенных выше и подчиняющихся принципу относительности (однородность и изотропность), в галилеевом пространстве может существовать еще одна метрика:

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2. \tag{1.11}$$

Это изотропная метрика в галилеевом пространстве, выделяющая в ней некоторое ИСО как выделенная АСО. Основная особенность ее в том, что в этой с.о. существует скалярный параметр "фундаментальная скорость" "*c*", и именно она определяет необходимость существования АСО. Эта скорость фундаментальна, но не настолько, как в СТО А.Эйнштейна, и она не приводит к релятивизму.

Еще один пример из классической физики. Физики сплошных сред. А дело в том, что в сплошной среде фронт волны возмущения распространяется именно с этой постоянной скоростью "*c*" и координаты фронта этой волны в любой момент времени определяются именно этим "метрическим" условием. Правда, и здесь до СТО не дотягивает. Но КМН и законы динамики с.с. находятся в таком же отношении, как и СТО и ОТО А.Эйнштейна. Можно заменить с.с. эфиром.

5. Сопряженные векторы галилеева пространства

Метрики (1.1) .. (1.6) (да и до (1.9) включительно) записаны без учета положения индексов и их смыслового значения от этого. В ортонормированном базисе галилеева пространства это не имеет большого значения и записи в этих формах имеют вполне объяснимый смысл. И нужные нам результаты получаются вполне осознанно, при этом мы полностью игнорируем положение индексов. Но в тензорном исчислении очень важным моментом является существование нижних и верхних индексов и операции поднятия/опускания индексов.

Эта операция позволяет единообразно определять многие важные моменты этой алгебры. Соответственно индексы с верхним расположением называются контравариантными, а с нижним – ковариантными.

В галилеевом пространстве естественным образом могут быть определены сопряженные ко– и контравариантные векторы – просто они также отличаются только положением индекса. Но без определенного смысла. И естественным образом (в смысле, принятом в тензорном исчислении) определена операция векторного произведения для сопряженных векторов.

Соответствующие друг другу контравариантный и ковариантный векторы называются сопряженными. Именно через сопряженные векторы определяется скалярное произведение векторов:

$$A\cdot B = A^iB_i. \tag{1.12}$$

В галилеевом пространстве, как и в любом другом тензорном пространстве, такое скалярное произведение двух векторов определено по умолчанию и оно имеет вполне тривиальное выражение для любых двух взаимно сопряженных векторов.

Но в тензорном исчислении определены и скалярные произведения для однотипных векторов и индексом тензоров. Он существует для выполнения операции сопряжения вектора, после которого ко– и конравариантный векторы преобразуются друг в друга. И эта операция тесно связана с существованием в ней полноценной не вырожденной метрики g_{ij}, т.к. именно с ее помощью производится операция поднятия/опускания индексов:

$$A_i = g_{ij}A^j,$$
$$A^i = g^{ij}A_j. \qquad (1.13)$$

Здесь g_{ij} – метрический тензор. Метрический тензор симметричен относительно главной диагонали. Контравариантный тензор g^{ij} из нее получается взятием обратной матрицы:

$$g^{ij}g_{jk} = \delta^i_k. \qquad (1.14)$$

Здесь δ^i_k – единичная матрица.

В галилеевом пространстве с его отдельными вырожденными "временной" и "пространственной" метриками такой операции нет. Сложность введения метрики в галилеевом пространстве осложняется тем, что не имеется возможности каким либо образом подобрать метрический тензор g_{ij} так, что бы он не был вырожденным. Особенность галилеева пространства в том, что координата "время" по определению всегда ортогональна пространственным направлениям, т.е она независима от пространственных. А это возможно только в том случае, если метрический тензор будет зависеть либо только от пространственных, либо только от временных координат вектора. Как следствие, любой не вырожденный метрический тензор определяет не галилеево пространство.

Следовательно, невозможно стандартно определить сопряженные вектора. Поэтому в галилеевом пространстве векторы либо изначально контравариантны, либо изначально коавариантны.

2. Волновая метрика

На основании свойств векторов (тензоров) классической механики появляется возможность или способ определить не стандартный не вырожденный сопряженный вектор (тензор). Этот способ физический, т.к. классическая механика оперирует именно материальными объектами, чем геометрическими. Выбирается какая либо с.к. и определяется как выделенная (аналог – АСО – абсолютная система отсчета = это (физически) сплошная среда). Инвариантом в ней является фаза распространяющейся волны. Независимо от системы координат. Через нее может быть определен "галилеев" "метрический" "интервал".

Не СТО-шный интервал – а именно галилеев. Она строится на основе "волнового" расстояния, которое эквивалентно разности фаз распространяющегося волнового процесса. Точнее, четырех взаимно ортогональных волн. И он удивительным образом оказывается равным разности между рассмотренными выше временным и пространственным метриками dt и dl (см. (2.1))

Кроме двух предыдущих метрик, приведенных выше и подчиняющихся принципу относительности (однородность и изотропность), в галилеевом пространстве может существовать еще одна метрика – метрика АСО.

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2. \qquad (2.1)$$

Это изотропная метрика в галилеевом пространстве, выделяющая некоторое ИСО как выделенная АСО. Основная ее особенность в том, что в этой с.о. существует скалярный параметр "фундаментальная скорость" "c". Целесообразность введения данной метрики в общем то прикладная и определяется тем, что в сплошной среде фронт волны возмущения распространяется именно с этой постоянной скоростью "c" и координаты фронта этой волны в любой момент времени определяются именно этим "метрическим" условием. При постоянном ds фронт волны имеет одну и ту же фазу.

Метрика (2.1) может существовать в двух принципиально различных случаях. Первый случай – это к АСО галилеева пространства (ГП). А второй случай – это всем известный случай "интервала" специальной теории относительности (СТО). Разница между ними огромная. Если первый случай не нарушает абсолютность пространства и времени, то второй нарушает ее. Если в первом случае скорость распространения информации бесконечна, то во втором конечна. Если в первом случае моменты формирования фронтов волн даже в состоянии движения и АСО, и источника синхронизируется абсолютным галилеевым временем, то в втором случае это не так. Если в первом случае у наблюдателя существуют абсолютные часы во всем пространстве-времени, то во втором случае наблюдатель в принципе не может иметь абсолютные часы. Если в первом случае (2.1) верно только в АСО, то во втором случае (2.1) верно в любой возможной ИСО и АСО в принципе не определяемо. Допускаю, что возможны промежуточные случаи – есть две конечные скорости распространения информации в двух СТО – и один из них выполняет условную роль ГП.

Эта метрика вводится из следующих соображений.

1. Волны в галилеевом пространстве и метрика

В многомерном пространстве процесс распространения волн связан с определенным направлением распространения фронта волны и соответствующими параметрами.

Найдем вид функции $A(t, r)$ в случае плоской волны, предполагая, что колебания носят гармонический характер. Для упрощения направим оси координат так, что бы ось x совпадала с направлением распространения волны, а длина волны при частоте $\omega = 1$ была равна 1. Тогда волновые поверхности будут перпендикулярны к оси x и поскольку все точки волновой поверхности колеблются одинаково, смещение A будет зависеть только от x и t:

$$A = A(t, r).$$

Пусть колебания точек, лежащих в плоскости $x = 0$, имеет вид

$$A(0, t) = A\sin 2\pi\omega t.$$

где ω – частота волнового процесса,

Найдем вид колебаний частиц в плоскости, соответствующей произвольному значению x. Для того чтобы пройти путь от плоскости $x = 0$ до плоскости с координатой x, волне потребуется время:

$$\tau = x/c.$$

c – изотропная скорость распространения фронта волны,

Следовательно, колебания частиц, находящихся в плоскости x, будут отставать по времени на τ от колебаний частиц в плоскости $x = 0$, т.е. уравнение колебаний точки, находящейся на расстоянии x от источника колебаний будет иметь вид:

$$A(x, y) = A\sin 2\pi\omega(t - \tau) = A\sin 2\pi\omega(t - x/c).$$

Итак, уравнение плоской волны запишется следующим образом:

$$A = A\sin 2\pi\omega(t - x/c). \tag{2.2}$$

Обратите внимание на знак "–" в этом уравнении.

При наличии пространственных координат произвольная свободная не изотропная волна в неограниченном бесконечном ГП распространяется и вдоль пространственных направлений в соответствии с гармоническим уравнением

$$A(t, r^i) = A_s \sin\left[2\pi\omega\left(t - \frac{c^i}{c}\frac{r^i}{c}\right) + \varphi_s\right] = A_s \sin\left[2\pi\omega\left(t - \frac{c^i r^i}{c^2}\right) + \varphi_s\right]. \qquad (2.3)$$

где c^i – ковариантные направление и скорость распространения волны,

φ_s – начальная фаза волнового процесса в начале координат.

Это уравнение называется уравнением бегущей волны.

Заменяя частное $-c^i/c^2$ на ковариантную скорость c_i (обратите внимание на знак "–"), получим эту же формулу с использованием ковариантной скорости:

$$A(t, r^i) = A_s \sin[2\pi\omega(t + c_i r^i) + \varphi_s]. \qquad (2.4)$$

В общем виде эти уравнения должны быть записаны в виде

$$A(t, r^i) = A_s \sin[2\pi(\omega_0 t + \omega_i r^i) + \varphi_s], \qquad (2.5)$$
$$\omega_0 \omega^0 + \omega_i \omega^i = 0.$$

в котором ω_0 – временная ковариантная частота волнового процесса,

ω_i – пространственная ковариантная частота (или направляющий вектор) волнового процесса,

Необходимо иметь в виду, что ковариантная скорость и частота не отражают реальную скорость и частоту. Анализируя вышеприведенные уравнения, можно сделать вывод, что частота ω и скорость c_i, несмотря на свою безиндексность, не являются скалярами или константами. Их роль более сложная, векторная. Типа масштабного множителя, зависящего от выбора эталона времени, длины и скорости волны.

При этом волновая разность фаз $d\varphi$ между любыми двумя точками ПВ в форме (2.5), определяемая скалярным выражением

$$d\varphi = 2\pi(\omega_0 + \omega_i dr^i), \qquad (2.6)$$

является инвариантом распространения гармонического монохромного волнового процесса, которую можно принять как линейную метрику, а само уравнение (2.5) является скалярной функцией выражения факта. Для того, чтобы с увеличением значения координаты местоположения фаза волны увеличивалась, необходимо, чтобы параметр ω_i с учетом поднятия/опускания индексов имел реально положительное значение. Но для того, чтобы волна двигалась в направлении увеличения координаты, в соответствии с (2.2) необходимо иметь отрицательное значение ω_i, что соответствует отрицатель ному значению фазы. Но контравариантное(!) значение этой фазы будет соответствовать знаку соответствующей координаты безусловно:

$$d\varphi_0 = d\varphi^0,\ d\varphi_i = -d\varphi^i.$$

2. Волновые интервал и метрика в галилеевом пространстве

На основе формулы (2.6) вводится 4–мерное метрическое понятие "интервала", выражаемое формулой (2.1). После разделения этой "разности фаз волны" $d\varphi$ на частоту $2\pi\omega$ получим наш инвариантный, не зависящий от частоты, "интервал" $ds_{(i)}$ в направлении распространения волны $r_{(i)}$.

После этого организуется 4 взаимно ортогональных волновых поля $s_{(n)}$ (из соответствующих им φ_n), а в качестве волновых координат берутся значения разности фаз этих 4–х полей по отношению к началу координат (одна из них – временная координата как ортогональная ко всем пространственным направлениям). После выбора 4-х ортогональных направления распространения волны $ds_{(i)}$ можно определить и инвариантный, не зависящий от направления, скалярный интервал ds:

$$ds^2 = c^2dt^2 - ((ds_{(1)})^2 + (ds_{(2)})^2 + (ds_{(3)})^2) \approx c^2dt^2 - (dr^i)^2.$$

Скорость "c" является фундаментальной характеристикой волнового галилеева пространства АСО типа "сплошной среды". В тензорном виде метрика будет представлена в виде:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 \\ 0 & -\delta_{ij} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\delta_{ij} \end{pmatrix}. \tag{14}$$

Далее в работе значение этого параметра принимается равным 1.

При таком преобразовании галилеевых координат ПВ в "волновые" координаты последние получают индексы и перестают быть скалярами, трансформировавшись из "скаляров" в "координаты" с индексами. ПВ с волновыми полями в качестве метризующего фактора обладают естественными геометрическими свойствами – длиной, временем, взаимной параллельности и перпендикулярности. Параллельность определяется параллельностью волнового вектора c^i или параллельностью фронтов соответствующих волновых полей, а перпендикулярность – в нахождении в плоскости "однофазности" волновых векторов относительно друг к другу. Если у такого ПВ найдутся абсолютный эталон длины и времени, то волновые координаты по своей сути получат одновременно и свойства "абсолютности", и "относительности".

На основе волновых координат можно определить сопряжение векторов галилеева пространства в смысле правомерности использования аппарата тензорного исчисления, частными случаями применения которой в галилеевом пространстве будут уравнения (2.1) и (2.5) (см. далее).

Несмотря на различные формы записи, все четыре формы "генетически" тесно связаны между собой через метрический тензор.

Физическим аналогом пространства типа АСО в галилеевом пространстве является сплошная среда с постоянной скоростью распространения волн в любом направлении. Выделенным АСО в ней является с.о., в которой скорость распространения волн "c" численно одна и та же в любом направлении. Для АСО характерно то, что для фронта распространяющейся в пространстве волны всегда и везде выполняется уравнение

$$c^2dt^2 - dr^2 = 0. \tag{2.7}$$

На основании этого равенства для любых двух точек пространства в этом АСО определена метрика

$$ds^2 = c^2dt^2 - dr^2. \tag{2.8}$$

Скорость "c" является фундаментальной характеристикой волнового галилеева пространства АСО типа "сплошной среды". Далее в работе значение этого параметра принимается равным 1. В тензорном виде метрика будет представлена в виде:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 \\ 0 & -\delta_{ij} \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\delta_{ij} \end{pmatrix}. \tag{2.9}$$

3. Сопряженные волновые векторы галилеева пространства

На основании метрики (2.9) между любыми точками пространства определена, но при определенных условиях – а именно, при нахождении в АСО, операция сопряжения векторов и операция поднятия/опускания индексов (см. выше). Но с ограничением – это "сопряжение" не определено по отношению к пространственным тензорам этого пространства – координатам, скорости, ускорению: оно определено только по отношению к этой с.с. И при переходе в ИСО, движущуюся со скоростью v^i, уже нельзя пользоваться формулой (2.9) сопряжения векторов напрямую. Для примера рассмотрим сопряжение дифференциала координат $dq^i = (dt, dx^i)$ приведенным выше способом после галилеева преобразования. В новой (подвижной) с.к. имеем

$$\begin{gathered} dq'^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -v_{i0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dt \\ dx^i \end{pmatrix} = (dt \quad dx^i - v_0^i dt), \\ dq'_i = \begin{pmatrix} 1 & v_{0j} \\ 0 & \delta_j^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dt \\ -dx^j \end{pmatrix} = (dt - v_j^0 dx^j \quad -dx_i). \end{gathered} \tag{2.10}$$

Как видно из (2.10), dq'^i и dq'_i не могут быть преобразованы друг в друга приведенным выше в (2.9) способом, как и предполагалось: dt^0 переходит в $dt_0 - vdx_0$, а этого уже достаточно для такого вывода. Но этот недостаток преодолевается просто: необходимо принять, что сам "метрический" тензор (2.9) является преобразуемым по правилам ГПТК тензором. При этом псевдоединичный диагональный ковариантный метрический тензор g_{ij} (2.9) при ГПТК не сохраняет свою структуру, кроме своей симметрии:

$$\boldsymbol{g'_{ij}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{1 - v_0{}^n v_0{}^m \delta_{nm}} & \boldsymbol{-v_0{}^n \delta_{nj}} \\ \boldsymbol{-\delta_{im} v_0{}^m} & \boldsymbol{-\delta_{ij}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{1 - v^2} & \boldsymbol{-v_{0j}} \\ \boldsymbol{-v_{i0}} & \boldsymbol{-\delta_{ij}} \end{pmatrix}. \tag{2.11}$$

Учитывая, что $-v_{0j} = v^{0j} = v^j$, где v^j – скорость АСО, эту же формулу (2.11) можно записать в виде

$$\boldsymbol{g'_{ij}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{1 - v^2} & \boldsymbol{v^j} \\ \boldsymbol{v^i} & \boldsymbol{-\delta_{ij}} \end{pmatrix}. \tag{2.11*}$$

А это означает, что в движущейся с.о. в галиеевом пространстве псевдометрика, определенная в одной из ИСО – эквиваленте АСО – изменяет значения своих элементов, что с точки зрения метрики АСО (2.11) означает переход в не ортонормированную с.о. из изначально ортонормированной с.о. АСО: ее детерминант равен 1, но след не равен 1! в силу не ортонормированности. НО! Именно это верно в галилеевой с.о. относительно ГПТК! Галилеево пространство при этом остается ортонормированным. Возможно, есть другое – не галилеево – пространство, в котором это не так. И заметьте: три пространственных измерения, да и само галилеево пространство, при этом остаются ортонормированными.

С другой стороны, метрический тензор (2.9) вполне является истинным метрическим тензором, но – только для определенной выше "типа сплошной" среды. В этом смысле оно скорее является "материальным" "метрическим" "тензорным" параметром АСО типа сплошной среды в галилеевом пространстве. Но тогда можно принять, что и само галилеево пространство меняет свою "галилеевость" непонятно на что.

Именно эти противоречивые свойства метрики (2.9) не позволяют говорить о ней как об определенно истинном или не истинном метрическом тензоре.

Найдем их скалярное произведение, взяв в качестве сомножителей их взаимно сопряженные по (2.10) векторы.

$$\begin{gathered} dq'^{i}dq'_{i} = (dt, \quad dx - vdt)(dt - vdx, \quad -dx) = \\ = dt^2 - vdtdx - dx^2 + vdxdt = \\ = dt^2 - dx^2. \end{gathered} \tag{2.12}$$

Как и ожидалось, их скалярное произведение не изменилось. Но для нахождения векторного произведения двух контравариантных векторов необходимо воспользоваться метрикой (2.11).

Получили нормальный инвариантный метрический тензор галилеева пространства. Это метрика, соответствующая собственной метрике механики "типа сплошных" сред, в которых распространяется волна, например, звук или даже гравитационная и ЭМ волны. Но с существенным замечанием: с точки зрения галилеева наблюдателя с галилеевыми эталонами и приборами.

3. Литература

1. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. – М. : Наука, 1972. – 351 с.

2. Детлаф, А. А. Курс общей физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. Высшая школа, 2017. – 245 с.

3. Димитриенко Ю. И. Тензорное исчисление: Учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2001. – 575 с. 74

4. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Бином, 2017. – 146 с.

5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики: В 10 т. : т. 2. – М.: Физматлит, 2002. – 224 с

Мои работы

6. Тимин В. А. Преобразования галилеевых тензоров. //Galilean Transformations of Tenzors, URL: http://vixra.org/abs/1907.0546

7. http://vixra.org/author/valery_timin

Адрес данной работы:

8. Valery Timin Metrics Galileia Space //Метрики галилеева пространства. URL: viXra:1907.0545

4. Сокращения и другие соглашения

(*) А – абсолютное, В – время, Г – галилеево, И – инерциальное, К – координаты, квантовая, М – механика, метрическое Н – ньютоново, неинерциальная, О – отсчета, относительности, общая, П – пространство, Р – релятивистская, С – система, специальная, Т – теория, тензоры, Ф – физика, Ч – частная,	АПВ – ПВ с абсолютным временем и пространством. АСО (АИСО) – абсолютная (инерциальная) система отсчета, ВП – волновое пространство, ГП – галилеево пространство, ГВП – галилеево волновое пространство, ИСО – инерциальная система отсчета – координатная с.о., полученная из исходного ортонормированным линейным преобразованием координат и тензоров (ЛПТК), ЛПТК – линейные преобразования тензоров и координат, МГП – метрическое галилеево пространство, ПВ – пространство–время, ГПВ – галилеево пространство–время, ПТК – преобразования тензоров и координат. СО, с.о. – система отсчета, СК, с.к. – система координат, (и)т.д. – (и) так далее, (и)т.п. – (и) тому прочие, в т.ч. – в том числе, т.з. – точка зрения, с.с. – сплошная среда.

1) *При использовании более чем одной буквы.
2) Выделение красным цветом в формуле может обозначать равный нулю элемент формулы или выражения.
3) По одинаковым верхнему и нижнему индексам производится свертка (суммирование) соответствующих элементов (по правилу Эйнштейну).
4) По индексу в скобке типа "$_{(k)}$" или "$^{(k)}$" свертка не выполняется, но она привязана к соответствующему тензорному или другому индексу "функционально".
5) Формат ссылок на формулы: (N). При необходимости указания на конкретную строку формулы применяется формат (N):n, где n – номер строки формулы, начиная с 1 (единицы), причем эта нумерация продолжается и на дальнейшие не нумерованные формулы.

E–Mail: timinva@yandex.ru