Un Espace des Modules en Géométrie Riemannienne

A.Balan

October 12, 2019

Abstract

Une équation aux dérivées partielles est présentée pour toute variété riemannienne. On montre l'action d'un groupe de jauge qui permet de définir un espace des modules.

1 L'équation aux dérivées partielles

On se donne une variété riemannienne (M, g), ce qui permet de définir la connexion de Levi-Civita ∇. On considère l'équation (E) suivante portant sur un champ de vecteurs X :

$$(E): \ \nabla_X(X) = \frac{1}{2}\frac{X(g(X,X))}{g(X,X)}.X$$

L'ensemble des solutions est noté $\mathcal{S}$.

2 L'action du groupe de jauge

On définit un groupe de jauge $\mathcal{G} = \mathcal{C}^\infty(M, \mathbf{R}^*)$. Il agit sur les solutions $\mathcal{S}$,

$$(f, X) \in (\mathcal{G}, \mathcal{S}) \mapsto f.X$$

On a en effet :

$$\nabla_X(f.X) = X(f).X + f.\nabla_X(X)$$

3 L'espace des modules

L'action du groupe de jauge $\mathcal{G}$ sur les solutions $\mathcal{S}$ permet de définir par quotient un espace des module $\mathcal{M}(M)$:

$$\mathcal{M}(M) = \mathcal{S}/\mathcal{G}$$

References

[A] D.Auroux, ”Invariants de Seiberg-Witten et Variétés Symplectiques”, mémoire de DEA, 1995.

[B] D.Bennequin, ”Monopôles de Seiberg-Witten et conjecture de Thom d’après Kronheimer, Mrowka et Witten, séminaire Bourbaki, 807, 1997.

[Be] N.Berline, E.Getzler, M.Vergne, ”Heat kernels and Dirac operators”, Springer-Verlag, 1992.

[F] T.Friedrich, ”Dirac operators in Riemannian Geometry”, Graduate Studies in Mathematics vol 25, AMS, 2000.

[J] J.Jost, ”Riemannian Geometry and Geometric Analysis”, Springer Verlag, 2008.

[K] M.Karoubi, ”Algèbres de Clifford et K-théorie”, Ann.Scient.Ec.Norm.Sup. 4 ser. 1 (1968), 161-270.

[M] J.Morgan, ”The Seiberg-Witten equations and applications to the topology of smooth four-manifolds”, Princeton University Press, New Jersey, 1996.

[W] E.Witten, ”Monopoles and four-manifolds”, Math.Res.Lett. 1(1994), 769-796.