The equation of a wave in space of the absolute frame of reference

Valery Timin

(December 8, 2019)

Russia, RME

This work is devoted to the equations of propagation of harmonic waves in one of the ISOS of space–time, which can be taken as ASO for waves. The equations of wave propagation in the case of infinite, dimensionless spaces, cyclic and mixed spaces are derived.

A practical physical model for the application (use) of the equations is a fixed continuous (air, liquid, three–dimensional) medium in which the wave propagates, and where this "continuous" medium is located can be taken as an empty absolute Galilean space. In itself, this medium is not an absolute inertial frame of reference, but for propagating waves as independent entities when embedded in Galilean space, it is a real Galilean AISO. A wave in a medium in Galilean space can propagate at only one particular speed – the speed of sound. Once the waves are defined as entities, they can be considered separately from its basis, to forget about the existence of the material basis for its existence, leaving only the essential points of this fact. In this case, the wave as an independent object itself determines the AISO. Galilean space with embedded AISO allows the determination of aIso parameters using wave standards.

(Translated by Yandex Translator Яндекс–Переводчик)

Данная работа посвящена уравнениям распространения гармонических волн в одном из ИСО пространства–времени, которое можно принять как АСО для волн. Выведены уравнения распространения волн в случае бесконечных, неограниченных размерами пространств, циклических (одно направление) и смешанных пространств.

Практической физической моделью для применения (использования) уравнений является неподвижная сплошная (воздушная, жидкая, трердая) среда, в которой распространяется волна, а то, где находится эта "сплошная" среда, можно принять как пустое абсолютное галилеево пространство. Само по себе эта среда не является абсолютной инерциальной системой отсчета, но для распространяющихся волн как самостоятельных сущностей при вложении в галилеево пространство это настоящее галилеево АИСО. Волна в среде в галилеевом пространстве может распространяться только с одной определенной скоростью – скоростью звука. После того, как определены волны как сущности, их можно рассматривать отдельно от ее основы, забыть о существовании материальной основы для ее существования, оставив только существенные моменты этого факта. В этом случае волна как самостоятельный объект само определяет АИСО. Галилеево пространство с вложенной в нее АИСО допускает определение параметров АИСО с использованием волновых эталонов.

Уравнение волны в пространстве АСО

Оглавление

1. Волновая метрика

В ГП возможны 4 (четыре) вида метрики, описывающие ее геометрические свойства в различных случаях. Это

1) 1–мерный промежуток времени $d\tau = dt$,
2) 3–мерное расстояние $dl^2 = dr^2$ и
3) 4–мерный интервал ds:

$$ds^2 = g_{ij}\,dq^i dq^j \to c^2 dt^2 - dr^2, \tag{1}$$

где c – скалярная скорость распространения фронта волны в этом пространственном направлении,

dt – прошедшее время,

dr – пройденное фронтом волны за время dt расстояние,

1) 4–мерная линейная метрика – волновая разность фаз $d\varphi$ (инвариант распространения гармонического монохромного волнового процесса в с.с.):

$$\begin{gathered} d\varphi = \omega_0 dt + \omega_i dr^i = \omega\left(c_0 dt + c_i dr^i\right), \\ d\varphi^2 = \omega^2\left(dt^2 - \frac{dr^2}{c^2}\right). \end{gathered} \tag{2}$$

где ω – круговая частота волны. Далее в основном будет применяться обычная частота в единицу времени;

c_i – ковариантная скорость волны: $c_i c^i = 1$,

ω_i – ковариантная координатная скорость волны.

Несмотря на различные формы записи, все четыре формы "генетически" тесно связаны между собой.

2. Уравнение волны и ее параметры

Расстояние между любыми двумя точками ГП можно измерить, приложив галилеевы линейки между этими двумя точками в одно и то же галилеево время, а время – с помощью галилеевых часов (устройство этих эталонов не является задачей этой работы). Основное свойство галилеевых эталонов – независимость их параметров от скорости с.о., в которой они используются: независимо от состояния взаимного движения результат измерения будет одним и тем же. Основное свойство ГП – инвариантность "плоскости" одновременности, что выражается в неизменности координаты "время" при галилеевых преобразованиях координат.

А если их нет, но есть только волны?

Волна формально является периодической функцией своего параметра. Процесс существования волн сам по себе обладает инвариантными параметрами. Ими являются фаза φ волны в произвольной точке ПВ, начальная фаза φ_0 в начале координат и количество волн *n* между любыми двумя точками ПВ. Разность фаз Δφ непосредственно связана с количеством волн *n*:

$$\Delta\varphi = 2\pi n,$$
$$n = \frac{\varphi}{2\pi}. \tag{3}$$

Функционально волна в однородно параметризованном пространстве–времени *t* "распространяется" в соответствии с гармоническим уравнением

$$A = \sin\varphi = \sin 2\pi n = \sin(2\pi\omega t + \varphi_s),$$
$$\varphi = 2\pi\omega t + \varphi_s, \tag{4}$$
$$n = \frac{\varphi}{2\pi} = \omega t + \frac{\varphi_s}{2\pi}.$$

Физически параметр **фазы волны *n*** тесно связан с **временем *t*** и **частотой ω**: это количество волн, разделяющих два значения времени – начала и конца отсчета времени. А параметр φ тесно связан с определенным выше интервалом *s* (1) для одной координаты *t*:

$$c \cdot d\varphi = 2\pi\omega ds = 2\pi\omega dt, \tag{5}$$

где ω – частота (не круговая!) волнового процесса. Параметр φ выступает в роли универсального параметра состояния. Физический смысл ее – закономерное упорядочение на множестве состояний "фаза" пространства.

В многомерном пространстве процесс распространения волн дополнительно связан с определенным пространственным направлением распространения фронта волны и соответствующими параметрами. При наличии пространственных координат произвольная свободная не изотропная волна в неограниченном бесконечном ГП распространяется и вдоль пространственных направлений в соответствии с гармоническим уравнением

$$A(t, r^i) = A_s \sin[\varphi + \varphi_s] = A_s \sin[2\pi(\omega_0 t + \omega_i r^i) + \varphi_s]:$$
$$= A_s \sin[2\pi\omega_0(t + c_i r^i) + \varphi_s]:$$
$$\omega_0\omega^0 + \omega_i\omega^j = 0, \tag{6}$$
$$\omega_i = \omega_0 c_i.$$

в котором ω_0 – частота волнового процесса,

ω_i – пространственная частота или направляющий ковариантный вектор волнового процесса,

c_i – пространственная ковариантная скорость распространения волнового процесса.

Уравнение (6) учитывает одновременно движение и наблюдателя, и источника волны. Даже начальная фаза φ_s может быть линейной функцией от координат (t, r^i). Но даже это не изменяет форму уравнения: она остается ковариантной исходному уравнению (6).

Уравнение (6) также одновременно выражает закон Гюйгенса для распространяющейся волны: однофазная поверхность или фронт волны перпендикулярен к направлению своего движения. Это определяется тем, что фаза волны есть проекция координаты r^i точки на вектор направления c_i. Эта проекция предполагает, что существует перпендикулярная к направлению движения волны однофазная плоскость, называемая фронтом этой самой волны.

Если учесть, что при опускании пространственного индекса знак параметра меняется, то противоположные знаки при параметрах ω^0 и ω^i соответствуют распространению волны в положительном направлении соответствующих осей, а одинаковые – в противоположных.

Общее количество параметров уравнения волны (6) в 4–мерном ПВ получается равным пяти. Если прибавить 10 параметров метрического тензора – то уже 15 параметров. С учетом инварианта формы $(6)_3$ – 14 параметров. В ортонормированном пространстве количество независимых параметров снова сокращается до четырех.

Из (6) также можно усмотреть, что одна и та же фазовая картина может быть обеспечена при различных значениях параметров (ω_0, ω_i) и параметризации (t, r^i). Например, любая добавка к параметру (t, r^i) вектора $(\Delta t', \Delta r'^i)$ такого, что $\omega_0\Delta t' - \omega_i \Delta r'^i = 0$, не изменяет фазовой картины. Это – движение ИСО перпендикулярно направлению волнового вектора ω_j с произвольной скоростью. И второе – фазовая картина также не изменяется при преобразовании смещения, изменяющего фазу волны на $2\pi n$. Этому условию удовлетворяет галилеево преобразование смещения

$$(t', r'^i) = (t, r^i + \Delta r^i) : \omega_i \Delta r^i = 2\pi n.$$

Инвариантами формы (6) при преобразованиях координат являются (по определению) скаляры – сама функция $A(t, r)$ и – по нашему выбору - амплитуда A_s, фаза $2\pi(\omega_0 t + \omega_i r^i) + \varphi_s$ а также скалярное произведение $\omega_0\omega^0 - \omega_i\omega^i$. Скалярная фаза

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\omega_0 dt + \omega_i dr^i\right). \tag{7}$$

может выполнять роль линейного метрического "материального" "расстояния" = "время жизни", равного количеству периодов эталонной фазы периодической эталонной волновой функции с материальным вектором (ω_0, ω_i), существующего параллельно с билинейным метрическим тензором для определения самого скалярного произведения и связанного с преобразованиями координат.

При преобразованиях координат фаза φ_0 может изменяться, точнее, к ней прибавляется некоторый "калибровочный" член. Этот "калибровочный" член может явно просуммирован с начальной фазой φ_s при преобразованиях смещения и/или неявно включен в состав элементов ω_0 и ω_i. Для примера рассмотрим изменение уравнения (6) при преобразованиях смещения

$$\begin{cases} t \to t' + t'_s, \\ r^i \to r'^i + r'^i{}_s, \\ (\omega_0, \omega^i) = (\omega'_0, \omega'^i). \end{cases} \tag{8}$$

Уравнение (6) в штрихованной с.к. преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} A'(t, r^i) &= A_s \sin\left[2\pi\left(\omega_0(t' + t_s) + \omega_i(r'^i + r_s)\right) + \varphi_s\right] = \\ &= A_s \sin\left[2\pi\left(\omega_0 t' + \omega_i r^i\right) + \left(\omega_0 t'_s + \omega_i r_s{}^i + \varphi_s\right)\right] = \end{aligned} \tag{9}$$

$$= A_s \sin\left[2\pi\left(\omega_0 t' + \omega_i r^i\right) + \varphi_s\right]:$$

$$\varphi'_s = \Delta\varphi + \varphi_s = \left(\omega_0 t_s + \omega_i r_s{}^i\right) + \varphi_s.$$

Из (9) видно, что при преобразованиях смещения начальная фаза изменяется на постоянную величину $\Delta\varphi = \omega_0 t_s + \omega_i r_s{}^i$ рад. Возьмем более общие линейные преобразования, но уже без смещения и поворота. С учетом положения индекса, преобразования будут следующими:

$$\begin{aligned} t &= (1 + v_0^0)t' + v_j^0 r'^j, \\ r^i &= (1 + v_0^i)r'^i + v_j^i r'^j \\ \omega_0 &= (1 + v_0^0)\omega'_0 - v_0^j \omega_j', \\ \omega_i &= (1 - v_i^0)\omega_i' + v_i^j \omega_j' \end{aligned} \tag{10}$$

(красным обозначены равные нулю элементы при галилеевых преобразованиях). Здесь через тензор v^i_j определяется разница значений преобразованной и исходной координат. Воспользовавшись формулами (9) по отношению к преобразованиям (10), имеем:

$$\begin{aligned} &\varphi'_0 = \Delta\varphi + \varphi_s: \\ &\Delta\varphi = \left(\left(\omega'_0 + v_0^0\omega'_0 - v_0^j\omega_j'\right)\left(v_0^0 t' + v_j^0 r'^j\right) + \left(\omega'_i - v_i^0\omega'_0 + v_i^j\omega_j'\right)\left(v_0^i t' + v_j^i r'^j\right)\right) = \\ &= \left[\left(\omega'_0 + v_0^0\omega'_0 - v_0^j\omega_j'\right)v_0^0 + \left(\omega'_i - v_i^0\omega'_0 + v_i^j\omega_j'\right)v_0^i\right]t' \\ &\quad + \left[\left(\omega'_0 + v_0^0\omega'_0 - v_0^j\omega_j'\right)v_j^0 + \left(\omega'_i - v_i^0\omega'_0 + v_i^j\omega_j'\right)v_j^i\right]r'^j. \end{aligned} \tag{11}$$

При галилеевых преобразованиях без поворота формула значительно упрощается:

$$\Delta\varphi = \omega'_i v_0^i t'. \tag{12}$$

Результат ожидаемый, только сложным путем от общих ПТК.

Уравнение (6) можно записать и во многих других эквивалентных математических формах, выделяющих какие–либо особенности этого уравнения. Ниже представлены несколько форм уравнения волны.

1). Произвольное абстрактное координатное представление:

$$A(t, r^i) = A_s \sin\left[2\pi\left(\omega_0 t + \omega_i r^i\right) + \varphi_s\right] = \tag{6}$$

$$= A_s \sin\left[2\pi\omega_0\left(t + c_i r^i\right) + \varphi_s\right]. \tag{13}$$

ω_0 и ω_i – ковариантные координатные частот скорость (на единицу длины оси) волны,

φ_s – начальная фаза волны в начале координат,

$c_i = \omega_i / \omega_0$ – ковариантная скорость распространения волны в единицу времени,

c^i – скорость (контравариантная) распространения волны в единицу времени,

g_{ij} – метрический тензор ПВ. Любое ПВ по умолчанию предполагает наличие метрического тензора для определения операции поднятия–опускания индекса. За исключением ПВ с абсолютным временем (АПВ), каким является ГП.

Уравнение (13) явно определяет ковариантные координатные частоту ω_0 и скорость c_i в текущей координатной системе.

2). Ортонормированное представление с синхронизированными часами в произвольной

с.о. (приемника):

$$= A_s \sin\left[2\pi\omega\left(c_0 t + c_i r^i\right) + \varphi_s\right] = \tag{14}$$

$$= A_s \sin\left[2\pi\omega c_0\left(t + \frac{c_i}{c_0} r^i\right) + \varphi_s\right] \to \tag{15}$$

(t, r^i) – ортонормированная система координат,

ω – эталонная частота источника волны в с.о. источника.

Первая форма (14):

ωc_0 – ковариантная координатная частота волны (на единицу длины координаты время),

ωc_i – ковариантная координатная пространственная частота волны на единицу длины пространственной координаты,

c_0 – коэффициент ускорения волнового времени, а также коэффициент укорочения длины волны в ортонормированной с.к.,

Вторая форма (15):

c_i / c_0 – ковариантная скорость распространения волны,

$c = |c^i|/c_0$ – модуль координатной скорости распространения волны в данном направлении (не скаляр! – более того, может быть не симметричной от направления!). В некоторых пространствах – фундаментальная константа,

$c^i = c^2 c_i$ – контравариантная скорость распространения волны,

$c_i = c^i/c^2$ – ковариантная скорость распространения волны,

$\lambda^i = c^i/\omega = c^2 c_i / \omega$ – координатная длина волны.

В частности, в ортонормированном АИСО изотропная волна распространяется в соответствии с уравнением

$$A\left(t, r^i\right) = A_s \sin\left[2\pi\omega\left(t + c_i r^i\right) + \varphi_s\right] = A_s \sin\left[2\pi\omega\left(t - \frac{k_i}{c} r^i\right) + \varphi_s\right], \tag{16}$$

в котором параметр c_0 равен единице, $\omega = \omega_0 = \omega c_0,\ \omega_i = \omega c_i$, волновой вектор $|k_i| = 1$, c – изотропная скорость волны, модуль которой равен единице, $\varphi_s = \text{const}$. Вектор c_i здесь есть ковариантный вектор от скорости c^i распространения волны в определенном направлении.

Сразу замечу: никаких других свойств ни ИСО, ни АИСО, ни тип пространства, и даже то, что это – АИСО или ИСО, из уравнения (6) вывести невозможно. Это просто обобщенная форма уравнения волны в произвольном пространстве. Нельзя даже сказать, это АИСО ГП или другого. Законы преобразования параметров волны зависят от законов преобразования тензоров соответствующего пространства. Даже уравнение (1) ничего не говорит о его принадлежности пространству Минковского или Лоренца–Пуанкаре–Эйнштейна и др. Выбор соответствующего нашему разбору типа пространства мы произведем чуть позже.

Расшифровки значений параметров уравнения волны следующие:

t, r_i – координаты точки ПВ,

A_s – амплитуда волнового процесса,

A – текущее значение напряженности волнового процесса,

ω – частота (не круговая!) волнового процесса,

$c^i = k_i \cdot c$ – контравариантная векторная скорость распространения фронта волны,

$c = 1/|c_i| = |c^i|$ – скалярная скорость (координатная) распространения волны в этом пространственном направлении,

$k_i = c^i/c$: $|k_i| = 1$– волновой вектор (направление) процесса распространения волны (в дальнейшем использовать ее практически не будем или очень редко в связи с трудновыполнимым условием ее "единичности" при преобразованиях координат и тензоров),

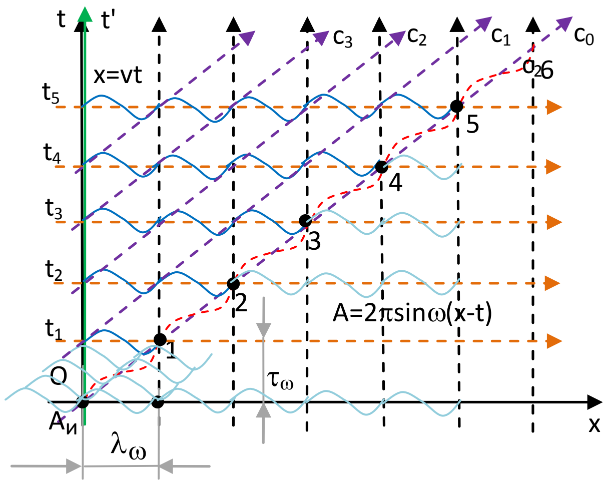

Рис. 1

Плоская одномерная бесконечная гармоническая волна в с.о. источника $A_и$. Для каждого момента условно показаны графики значения функции волны по оси *x*.

c_0 – ковариантная координатная "скорость" распространения во "временном" направлении, фактически определяет количество эталонных волн частотой ω = 1 Гц на единицу координатной оси "время", а в форме ωc_0 – количество волн частотой ω на единицу этой же координатной оси.

$c_i = -k_i/c$ – ковариантная векторная скорость распространения волны в соответствующем направлении (обратите внимание на знак "–" в формуле – намек на инвариант (1) распространения волнового процесса в сплошной среде в ПВ!):

$$c_i = -k_i/c = -c^i/c^2 \rightarrow k_i \uparrow\downarrow c_i.$$

Параметры c_i фактически определяет количество эталонных волн частотой ω = 1 Гц на единицу длины в направлении распространения фронта волны, а в форме ωc_i – количество волн частотой ω на единицу длины этого же направления.

φ_s – начальная фаза волны в этом же направлении (скаляр). Она может зависеть от координаты, например, линейно:

$$\varphi_s = 2\pi\omega(v_0 t + v_i r^i),$$

И тогда обобщенное уравнение волны может быть записано в виде

$$\begin{aligned} A(t,r^i) &= A_s \sin[2\pi\omega(c_0 t + c_i r^i) + 2\pi\omega(v_0 t + v_i r^i) + \varphi_s] = \\ &= A_s \sin[2\pi\omega(c_0 t + v_0 t + c_i r^i + v_i r^i) + \varphi_s] = \\ &= A_s \sin\left[2\pi\omega\Big((c_0 + v_0)t + (c_i + v_i)r^i\Big) + \varphi_s\right] = \\ &= A_s \sin\left[2\pi\omega(c_0 + v_0)\left(t + \frac{c_i + v_i}{c_0 + v_0} r^i\right) + \varphi_s\right]. \end{aligned} \tag{17}$$

При этом собственная частота источника ω не меняется. Но частота, скорость и длина волны, измеряемые наблюдателем, изменяются по сравнению с этими же параметрами с т.з. самого источника и предыдущей с.о. Из (17) можно сделать вывод, что форма уравнения волны осталась ковариантной к (6). Следовательно, форма (6) является наиболее общей, ковариантной формой уравнения распространения волны.

Параметр φ здесь также тесно связан с определенным выше 1–мерным интервалом *s* как в

(5), но уже для всех координат в многомерном пространстве–времени, как в (1):

$$\begin{gathered} d\varphi = 2\pi\omega dt \rightarrow \\ c \cdot d\varphi = 2\pi\omega ds = 2\pi\omega\sqrt{c^2 dt^2 - dr^2}, \\ d\varphi = 2\pi\omega\sqrt{dt^2 - \frac{1}{c^2}dr^2}. \end{gathered} \tag{18}$$

3. Другие формы уравнений движения волны

Волны (6) не являются единственными формами ее существования. Они – простейшие (понятие "простейшие" – само по себе понятие тоже относительное), или элементарные. Кроме этих, простейших, форм с определенными параметрами, возможно существование бесконечного множества других форм, получаемых сложением произвольного числа простейших форм с различными значениями амплитуды, частоты, скорости и начальной фазы. Эта возможность называется свойством линейности множества волновых состояний:

$$\begin{gathered} A(t, r^i) = \int A_n \sin 2\pi\omega_n (t - c_{ni} r^i - \varphi_n) dn. \\ A(t, r^i) = \sum_n A_n \sin 2\pi\omega_n (t - c_{ni} r^i - \varphi_n) dn. \end{gathered} \tag{19}$$

Здесь n – элемент из (дискретного или непрерывного) множества возможных значений соответствующего параметра. Возможность такого "интегрального", "суммируемого" или "смешанного" определения для возможных волновых процессов называется "интерференцией" состояний.

В ограниченном пространстве с произвольной топологией в решении (19) может присутствовать не любое, а только некоторое ограниченное, перенумерованное через параметр n, множество ортогональных решений $\{A_n(t, r^i)\}$. В общем случае решения $A_n(t, r^i)$ не являются чисто гармоническими периодическими функциями с постоянными амплитудами в ПВ, но они обладают свойствами элементарности и, возможно, ортонормированости. Тогда обобщенное решение для всех возможных уравнений движения волн задается линейным уравнением

$$A(t, r^i) = \sum_{(n)} a_n A_n(t, r^i). \tag{20}$$

Интеграл (19) и сумма (20) в общем случае могут задавать и не дифференцируемые состояния. Поэтому в некоторых случаях можно принять, что законом изменения общего волнового состояния (19) в ПВ является ее ограниченность и непрерывность до всех своих важных производных.

Наиболее просто такие непрерывные ортогональные решения на основе гармонических уравнений для (19) существуют только в однородных изотропных неограниченных линейных (см. выше) пространствах, а дискретные для (20) – в цилиндрических и тороидальных пространствах.

4. Уравнения движения волны в циклических пространствах. Одна циклическая координата

В ПВ по единственному циклическому (цилиндрическому) направлению $r^{ц}$ с радиусом $R_{ц}$ и круговой длиной "циклической окружности" $\lambda^{ц} = 2\pi R^{ц}$ при постоянном t возможны "застывшие" состояния волны только с целыми значения параметра n (индекс "ц" – индекс принадлежности параметра циклической координате, свертки по ней здесь нет):

$$A(\varphi) = A_n \sin n 2\pi n \frac{r^{ц}}{\lambda^{ц}} = A_n \sin n \frac{r^{ц}}{R^{ц}},$$
$$\varphi = 2\pi n^{ц} \frac{r^{ц}}{\lambda^{ц}} = n^{ц} \frac{r^{ц}}{R^{ц}} : n \in \mathbf{N}. \tag{21}$$

где n – гармоника действующей волны по циклической координате,

N – множество целых чисел.

При наличии дополнительной координаты "время" уравнение волны будет следующим (источник волны покоится):

$$A(t, r^{ц}) = A_n \sin 2\pi \left(\omega_n t - n \frac{1}{c^{ц}} \frac{r^{ц}}{\lambda^{ц}} \right) : \{n \in \mathbf{N}\}. \tag{22}$$

где ω_n – частота n–ой гармоники.

Здесь появляется дополнительно параметр $c^{ц} = c$ – скорость волны в циклическом направлении. Перепишем (22) в более привычном виде с использованием ковариантного вектора скорости $c_{ц} = -c^{ц}/c^2$ волны в циклическом направлении:

$$A(t, r^{ц}) = A_n \sin 2\pi \left(\omega_n t + c_{ц} \frac{n r^{ц}}{\lambda^{ц}} \right) : \{n \in \mathbf{N}\}. \tag{23}$$

Учитывая, что в 2–мерном пространстве (t, r^k) должно выполняться равенство

$$\omega_n = -c_{ц} \frac{n}{\lambda^{ц}} = n \omega_{ц\_\min},$$
$$\omega_{ц_{\min}} = -\frac{c_{ц}}{\lambda^{ц}}.$$

имеем результат:

$$A(t, r^{ц}) = A_n \sin 2\pi (\omega_n t - n \omega_{ц\_\min} r^{ц}) =$$
$$= A_n \sin 2\pi \, n \omega_{ц\_\min} (t - r^{ц}). \tag{24}$$

Как видно из (22) и (24), частота волны может иметь только определенные дискретные значения. При $n = 1$ она имеет минимальное значение $\omega_{ц\_\min} = 1/c^{ц}\lambda^{ц}$, все остальные значения кратны ему.

Ограничением применения данного уравнения является $n \neq 0$: $n = 0$ является отдельным случаем. При этом значении частота может быть любой, но этот случай не интересен в силу своей тривиальности.

5. Много неограниченных и одна циклическая координата

При наличии неограниченных ничем координатных осей r^i и одной ограниченной оси $r^{ц}$ уравнение волны будет следующим:

$$A(t, r^i) = A_n \sin 2\pi \left(\omega (t + c_i x^i) - \frac{n}{c^{ц} \lambda^{ц}} r^{ц} \right) : n \in \mathbf{N} \rightarrow \tag{25}$$

Здесь параметр $c_ц$ не обязан быть равным c, потому что ее параметры должны удовлетворять условию:

$$\omega^2\left(1 + c_i c^i\right) - \left(\frac{nc^2}{c^ц\lambda^ц}\right)^2 = 0,$$
$$\omega = \frac{nc^2}{c^ц\lambda_ц\sqrt{1 + c_i c^i}} = c_ц\frac{n}{\lambda^ц\sqrt{1 + c_i c^i}},$$
$$\omega_{min} = \frac{c^2}{c^ц\lambda^ц\sqrt{1 + c_i c^i}} = \frac{c_ц}{\lambda^ц\sqrt{1 + c_i c^i}}. \tag{26}$$

По сравнению со случаем единственной циклической координаты минимальная частота стала больше за счет члена с радикалом. Преобразуем (25) в стандартный вид, используя (26):

$$A\left(t, r^i\right) = A_n \sin 2\pi\left(\frac{nc^2}{c^ц\lambda_ц\sqrt{1 + c_i c^i}}\left(t + c_i x^i\right) - \frac{nc^2}{c^ц\lambda^ц}r^ц\right): \{n \neq 0\} =$$
$$= A_n \sin 2\pi\frac{nc^2}{c^ц\lambda^ц}\left(\frac{1}{\sqrt{1 + c_i c^i}}\left(t + c_i x^i\right) - r^ц\right) =$$
$$= A_n \sin 2\pi\left(\frac{nc^2}{c^ц\lambda^ц\sqrt{1 + c_i c^i}}\left(t + c_i x^i - \sqrt{1 + c_i c^i}r^ц\right)\right) =$$
$$= A_n \sin 2\pi\left(n\omega_{min}\left(t + c_i x^i - \sqrt{1 + c_i c^i}r^ц\right)\right). \tag{27}$$

Как видно из (27), скорость распространения фронта волны в не циклических направлениях более не ограничивается величиной c: она может иметь любое меньшее значение, за счет перераспределения части скорости распространения c^i в циклическом направлении.

Здесь, как и в предыдущем разделе, ограничением применения уравнения является $n \neq 0$: $n = 0$ является отдельным случаем. При $n = 0$ имеем обычное уравнение волны без цикличности по неограниченным координатам:

$$A\left(t, r^i\right) = A_n \sin 2\pi\omega\left(t + c_i x^i\right): n = 0. \tag{28}$$

Соответственно, при $c_i = 0$ имеем случай предыдущего раздела (22) распространения волны исключительно в циклическом направлении.

Сокращения и другие соглашения

(*) А – абсолютное, В – время, Г – галилеево, И – инерциальное, К – координаты, квантовая, М – механика,	АПВ – ПВ с абсолютным временем и пространством. АСО (АИСО) – абсолютная (инерциальная) система отсчета, ВП – волновое пространство, ГП – галилеево пространство, ИСО – инерциальная система отсчета – координатная с.о., полученная из исходного ортонормированным линейным преобразованием координат и тензоров

Н – ньютоново, неинерциальная,	(ЛПТК),
О – отсчета, относительности, общая,	ЛПТК – линейные преобразования тензоров и координат,
П – пространство,	ПВ – пространство–время,
Р – релятивистская,	ПТК – преобразования тензоров и координат.
С – система, специальная,	СО, с.о. – система отсчета,
Т – теория, тензоры,	СК, с.к. – система координат,
Ф – физика,	(и.)т.д. – (и) так далее,
Ч – частная,	(и.)т.п. – (и) тому прочие,
	в т.ч. – в том числе,
	т.з. – точка зрения.

1) *При использовании более чем одной буквы.
2) Выделение красным цветом в формуле может обозначать равный нулю элемент формулы или выражения.
3) По индексу в скобке типа "$_{(k)}$" или "$^{(k)}$" свертка не выполняется, но она привязана к соответствующему тензорному или другому индексу.

Литература

1. Гармоническая волна https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармоническая_волна (дата обращения: 14.11.2019)
2. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. – М. : Наука, 1972. – 351 с.
3. Детлаф, А. А. Курс общей физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. Высшая школа, 2017. – 245 с.
4. Димитриенко Ю. И. Тензорное исчисление: Учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2001. – 575 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики: В 10 т. : т. 2. – М.: Физматлит, 2002. – 224 с.
6. Тимин В. А. Эксперимент Майкельсона–Морли. URL: http://vixra.org/abs/1908.0574.
7. Тимин В. А. Уравнения распространения волн в различных пространствах. URL: http://vixra.org/abs/1908.0091.
8. Тимин В. А. Преобразования галилеевых тензоров. //Galilean Transformations of Tenzors, URL: http://vixra.org/abs/1907.0546.

6. Мои работы

9. Тимин В. А. URL: http://vixra.org/author/valery_timin

Адрес данной работы:

10. Тимин В. А. The Equation of a Wave in Space of the Absolute Frame of Reference. //Уравнение волны в пространстве АСО. URL: viXra:1912.0007