Unidirectional wave metrics of Galilean space

Односторонние волновые метрики галилеева пространства

Valery Timin, Russia, RME

(April 6, 2020)

Let there be an observer. Space is Galilean. Our task is to determine the wave metric (i.e. geometry) of space –time based on one– way directed wave standards, observed by the observer in various combinations of motion or rest relative to an absolute or non– inertial reference system with a reference field. The geometry of space –time is defined in terms of wave (phase) distances and time intervals between arbitrary points relative to a grid of four (actually – three) reference one– way directed wave fields.

(Translated by Yandex Translator Яндекс–Переводчик)

Оглавление

1. Метрики в ИСО движущихся и покоящихся наблюдателей ГП в однонаправленном эталонном волновом поле

Пусть имеются наблюдатели. Пространство – галилеево. **Наша задача – определить волновую метрику (т.е. геометрию) пространства–времени на основе односторонне направленных волновых эталонов, наблюдаемую ими в различных комбинациях движения или покоя наблюдателей относительно ИСО (и/или АИСО) с эталонным волновым полем.** Геометрия пространства–времени определяется через волновые (фазовые) расстояния и промежутки времени между произвольными точками относительно сетки из четырех эталонных односторонне направленных волновых (одно – временно̀е и три – пространственных) полей.

Наблюдатель для наших целей не обычный, тривиальный – просто точечный или близкий к ней объект – а целое пространство (ИСО) с построенной на ней координатной сеткой, через которые происходит считывание информации о других объектах. Он может быть и точечным, но он должен иметь всю информацию о связанном с ним ИСО и выступать от имени всего пространства ИСО. В дальнейшем будем считать, что наблюдатели связаны с соответствующими им ИСО, в котором они покоятся, и имеют всю информацию по состоянию объектов в ИСО.

Наблюдатели могут быть как приемником, так и источником (излучателем) эталонных реперных ВП. Если источник, то у него безусловно имеются часы. Часы источников синхронизированы с галилеевыми абсолютными (по условию). Если приемник, то у него часов, возможно, и нет. И они могут находиться в состоянии произвольного движения относительно друг друга.

Также могут присутствовать и другие наблюдатели, которые используются для определенных целей в состоянии какого либо движения относительно ИСО приведенных выше "основных" наблюдателей с теми же возможностями. Приемники могут измерять фазы ВП от источника, и одновременно могут быть и источниками. Задача наблюдателей данной работы – определять расстояния между любыми двумя объектами и "промежутки времени" между любыми двумя событиями и на основании измерении параметров ВП определить волновую метрику ПВ.

Наличие волнового поля в ГП означает, что в ПВ организовано связанное с ним АИСО. Это следует из того, что в ГП только в АИСО скорость фронта волны изотропна.

Определение расстояний и метрики для наблюдателя означает, что наблюдатель должен иметь часы и линейку. При наличии галилеевых эталонов все наблюдатели всё увидят абсолютно одинаково, если все объекты, в т.ч. эталоны, являются галилеевыми.

Пусть наблюдатель ИСО имеет абсолютные галилеевы часы и линейку. Также нам известно, что в пространстве имеется эталонное ВП (сетка) эталонной частоты ω с привязкой к АИСО. Каждый наблюдатель имеет возможность измерять параметры (реальную частоту и фазу) этого поля. Следовательно, он может измерить ковариантную скорость фронта волны. По эффекту Доплера и по известной эталонной и измеренной частоте с использованием абсолютных часов он может определить свою скорость и направление движения. Таким образом, он полностью может быть локализован в АИСО.

Наблюдатель ИСО с эталонным генератором волнового поля также может полностью локализовать себя в пространстве АИСО, измерив длины волн в разных направлениях. Но нам интересно, что они увидят, если эталоны и/или объекты – волновые.

Предположим, что у наблюдателя есть галилеевы часы, но нет линеек. Как и ранее, у него есть волновые поля от АИСО или собственные. Вопрос: может ли он локализовать себя в АИСО? Ответ: да! Во первых, он может однозначно локализовать себя с АИСО, если длины (или скорости) волн в разных направлениях совпадают. А в противном случае он может просто вычислить свою локализацию в АИСО ГП по известным значениям длины (или скорости) волн в разных направлениях.

Даже если у него нет галилеевых часов, он может организовать свой эталон времени на основе собственного эталонного генератора волнового поля, и с использованием собственных эталонов времени и длины локализовать себя в АИСО ГП.

Но может оказаться, что такая локализация просто невозможна: в любой ИСО окажется, что его ИСО всегда одновременно и АИСО! Это случится, если свойства ПВ именно таковы. Пример – пространство Минковского. Пространство СТО Эйнштейна использует именно это ПВ. Есть и другие пространства с таким свойством.

Делаем вывод: **наблюдатель ВП в ГП с абсолютными часами потенциально способен обнаружить так называемый "эфирный ветер" (точнее, локализовать себя) на основе наблюдений параметров распространения волн в ПВ**. Вопрос только в точности "приборов" и пределов изменения реальных значений параметров волн.

Такая ситуация с локализацией в ГП для нас не интересна, но в ГП с любыми часами и линейкой – и с галилеевыми, и с волновыми – мы имеем именно эту ситуацию. Далее мы будем стараться пользоваться именно волновыми эталонами. А галилеевыми – по необходимости для интерпретации и/или дополнительных обоснований.

С т.з. наблюдателя АИСО ГП каких либо особенностей в использовании волновых эталонов для измерений на основе собственного эталонного ВП нет: продолжительности времени – абсолютные по определению, расстояния – измеряются одновременно по абсолютному времени, изотропные и равны галилеевым, т.к. волновые эталоны АИСО синхронизированы с галилеевыми. Волновые расстояния и длины измеряются изменением фазы волны с соблюдением особых условий: время – абсолютно, везде одно и то же, в т.ч. и в ИСО, а расстояния измеряются в одно и то же время. Существование волнового поля означает, что оно существовало, существует и будет существовать всегда и везде. Если ее можно включить и выключить, то включается и выключается одновременно во всем пространстве. Если можно вырезать луч, то луч распространяется не изменяя своей геометрической формы. Абсолютность времени также означает, что как бы ни двигался условный источник, новая волна генерируется точно по галилееву времени независимо от состояния движения и сразу во всем волновом пространстве.

Источник волны – это вовсе не точечный источник. У него нет начала и конца. У него нет волны вперед и волны назад. У него нет сферической волны. Хотя может быть и не так – в специально оговоренных случаях, например, при возможности включить, выключить, ограничить и т.д.

В дальнейшем рассмотрим некоторые специальные случаи расположения наблюдателей, приемников, источников, ИСО и АИСО. Напомню – используется односторонне распространяющееся монохромное эталонное публичное, занимающее все ПВ, ВП с фиксированной частотой.

1. Волновые поля и ее особенности

Для определенности далее будем определять метрику, создаваемую или определяемую (наводимую) реальной материальной односторонне распространяющейся волной с абсолютной частотой ω в направлении положительной оси *x* с ковариантной скоростью распространения c_i в материальной сплошной среде. Форма волны в модельной с.с. в общем случае задается уравнением

$$\begin{aligned} A(t, r^i) &= A_s \sin[\varphi + \varphi_s] = \\ &= A_s \sin[2\pi\omega(c_0 t + c_i r^i) + \varphi_s] = \\ &= A_s \sin\left[2\pi\omega c_0\left(t + \frac{c_i}{c_0} r^i\right) + \varphi_s\right] = A_s \sin[2\pi\omega s + \varphi_s]. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь t и r^i – координаты, в частности – галилеевы, ПВ,

ω – частота источника или генератора,

c_0 – коэффициент изменения этой частоты (возможно, за счет эффекта Доплера),

c – изотропная скорость распространения волны,

c^i – контравариантная скорость распространения волны,

$c_i = -c^i/c^2$ – коэффициент, ответственный совместно с c_0 за скорость распространения волны,

φ – фаза волны в текущей точке ПВ,

φ_s – начальная фаза волны.

s – независимый от частоты волны инвариант, выступающий в роли универсальной координаты фронта волны вдоль его направления распространения. В дальнейшем используется как волновая координата вдоль этого направления.

Если знак при значении параметра c_0 положительный, то уравнение волны (1.1) соответствует увеличению фазы волны с увеличением параметра "время" в точке ПВ, и наоборот:

$$d\varphi_t = 2\pi\omega c_0 dt. \tag{1.2}$$

Поэтому знак при c_0 соответствует движению "Вперед! В будущее!"

Если знак значения параметра c_i положительный, то уравнение волны (1.1) соответствует увеличению фазы волны в положительном направлении соответствующих пространственных осей. Если отрицательный – увеличению значения фазы волны в отрицательном направлении пространственных осей:

$$d\varphi_r = 2\pi\omega c_i dt. \tag{1.3}$$

Если знак при параметре c_i отрицательный, то уравнение волны (1.1) соответствует распространению волны в положительном направлении соответствующей оси координат, а если знак при параметре c_i положительный – то в обратном направлении соответствующей оси координат.

Волновое поле (1.1) имеет особенности: 1) при $c_0 = 0$ и 2) при $c_i = 0$. В первом случае имеем стационарное во времени поле, зависящее только от пространственной координаты. Во втором – стационарное в пространстве поле, зависящее только от временной координаты. Это в предположении, что c_0 и c_i не зависят друг от друга. В реальной сплошной среде (и модельной, который используется в работе), они зависят друг от друга:

$$c_0 c^0 + c_i c^i = 0. \tag{1.4}$$

В работе в основном будет использоваться модель галилеева пространства с однородной изотропной сплошной средой и изотропной скоростью распространения фронта волны, равной единице (АИСО):

$$c^0 = |c^i| - 1.$$

Для волновых параметров в АИСО ГП возможно пользоваться операцией поднятия/опускания индексов тензоров с использованием псевдоединичного метрического тензора. Но только в АИСО! И только для волновых параметров!

В такой сплошной среде также могут быть свои особенности. Если $c_0c^0 = 0$, то и $c_ic^i = 0$, и наоборот. Это противоречит (1.4), но существует преобразование координат, при котором это имеет место. Это соответствует переходу в ИСО, движущуюся с той же скоростью, что и волновое поле: $c^i = 0$ и $c^0 = 0$. Это – предельный случай. Если при этом $c_0 \neq 0$ и $c_i \neq 0$, то приходим к предыдущему абсолютному случаю, когда c_0 и c_i могут не зависеть друг от друга. Поэтому целесообразно исключить такой случай – но исключить не получится, потому что теоретически в ГП такой "исключительный" случай возможен. В реальности такое исключение означает, что генератор поля не может двигаться с равной и большей чем скорость распространения волны скоростью и генерировать волновое поле: какая бы ни была частота генератора, формально при этой скорости частота волны "вперед" будет бесконечной. А при скорости выше этой – отрицательной. И генератор не сможет перескочить с досветовой скорости в область сверхсветовой скорости в соответствии с теоремой Больца́но — Коши́ о непрерывной функции. В соответствии с эффектом Доплера для частоты в ГП имеем формулу

$$\omega' = \frac{\omega}{1 - v}, \tag{1.5}$$

где "1" – направление распространения волны, а v – скорость движения "генератора" в этом направлении.

С движением генератора в обратную сторону также появляется эта же проблема. В формуле (1.5) этого явно, с первого взгляда, не видно. Но она проявится при записи формулы (1.5) в следующем виде:

$$\omega' = \frac{\omega}{-1 + v} = -\frac{\omega}{1 - v}, \tag{1.6}$$

где "–1" – направление распространения волны, а v – скорость движения "генератора" в этом направлении.

В общем случае волновые поля с различными значениями c_0 и c_i могут сосуществовать одновременно, одноместно и однонаправленно. Пример – звук и ЭМВ. В связи с этим возможны еще три особенности.

1) В любом направлении может существовать единственная скорость волны. Этот принцип отсекает все другие волны, основанные на другом физическом принципе.

Существуют ИСО (обозначается как АИСО или АСО), в которой:

2) Модули скорости волны в противоположных направлениях распространения совпадают.
3) Модуль скорости волны во всех направлениях распространения одна и та же.

Первая особенность определяет свойство сплошной среды иметь определенные, но зависимые от направления параметры упругости в произвольном направлении. А вторая и третья особенности определяют в пространстве выделенную систему отсчета, называемую АИСО. В изотропной АИСО $c_0 = c^0 = |c_i| = |c^i| = 1$. А волновое поле в АИСО будет следующей:

$$A(t, r^i) = A_s \sin[2\pi\omega(t + c_i r^i) + \varphi_s]. \tag{1.7}$$

2. Публичное эталонное координатное волновое поле

Публичным волновым координатным эталонным полем назовем систему волновых полей, с помощью которой можно определить взаимное положение произвольных точек пространства–времени, т.е. "параметризовать" ее, придав каждой ее точке однозначно определенные "волновые" координаты. Волновые координаты определяются через фазу ВП.

Рассмотрим, как определяется волновое расстояние между двумя точками ПВ в случае одной базисной волны. Волновое расстояние определяется изменением фазы $d\varphi$ (или интервалом ds_φ) между точками B и A:

$$\begin{gathered} d\varphi = \varphi_B + \varphi_A = \left[2\pi\omega\left(c_0 t_B + c_i r_B{}^i\right) + \varphi_s - 2\pi\omega\left(c_0 t_A + c_i r_A{}^i\right) - \varphi_s\right] = \\ = 2\pi\omega\left(c_0 t_B - c_0 t_A + c_i r_B{}^i - c_i r_A{}^i\right) = 2\pi\omega\left(c_0 dt + c_i dr^i\right), \\ ds_\varphi = \frac{d\varphi}{2\pi\omega} = c_0 dt + c_i dr^i. \end{gathered} \tag{1.8}$$

Расстояние, определенное таким образом, будет безусловно инвариантным как скалярное произведение двух векторов. Но эти координаты и волновое расстояние не будут определены однозначно, т.к. выбором другого волнового поля это расстояние можно изменить и даже обнулить, если эти две точки будут находиться в плоскости одной и той же фазы φ.

Для избавления от такой неоднозначности на основе этой формулы возможно определить не одну, а четыре волновые координаты, выбрав четыре независимых волновых поля: временную φ^0 и и три пространственные φ^n волновые координаты как значения изменения фазы четырех волновых полей. А расстояние между произвольными точками ПВ будет определяться по четырем независимым базисным векторным полям с ковариантными скоростями c_{ni}, перенумерованными через индекс n, с одной и той же частотой ω. В общем случае волновое расстояние по индексу n будет равно:

$$\begin{gathered} d\varphi_n = \varphi_{nB} + \varphi_{nA} = 2\pi\omega\left[\left(c_0 t_{nB} + c_{ni} r_B{}^i\right) - \left(c_0 t_{nA} + c_{ni} r_A{}^i\right)\right] = \\ = 2\pi\omega\left(c_0 t_{nB} - c_0 t_{nA} + c_{ni} r_B{}^i - c_{ni} r_A{}^i\right) = \\ = 2\pi\omega\left(c_0 dt_n + c_{ni} dr^i\right). \\ ds_n = \frac{d\varphi_n}{2\pi\omega} = c_{n0} dt + c_{ni} dr^i. \end{gathered} \tag{1.9}$$

В собственном волновом поле ИСО примем, что $c_0 = 1$, $|c_{ni}| = 1$. А инвариантное волновое расстояние определится как длина волнового вектора (φ_0, φ_n) из компонент разности фаз между точками 2 и 1 всех четырех полей. Для нормальных взаимно ортогональных полей имеем:

$$d\varphi = \sqrt{d\varphi_0{}^2 - d\varphi_n{}^2}. \tag{1.10}$$

Ортогональность векторных полей определяется ортогональностью вектора скоростей сравниваемых полей:

$$c_{n0}c^{m0} + c_{ni}c^{mi} = 0\text{: } n \neq m.$$

Геометрическим условием ортогональности волновых полей является неизменность фазы одного поля вдоль направления движения другого поля. Метрический тензор для поднятия/опускания индекса в случае неподвижного в ГП АИСО приведен далее (см. (1.14)), в более общем случае для подвижного в ИСО АИСО этот тензор приведен в (1.21). Для случая подвижного в АИСО генератора метрический тензор приведен еще далее в разделе 2. В частности, в галилеевом ортонормированном пространстве волновые поля, направленные вдоль осей координат, являются взаимно ортогональными.

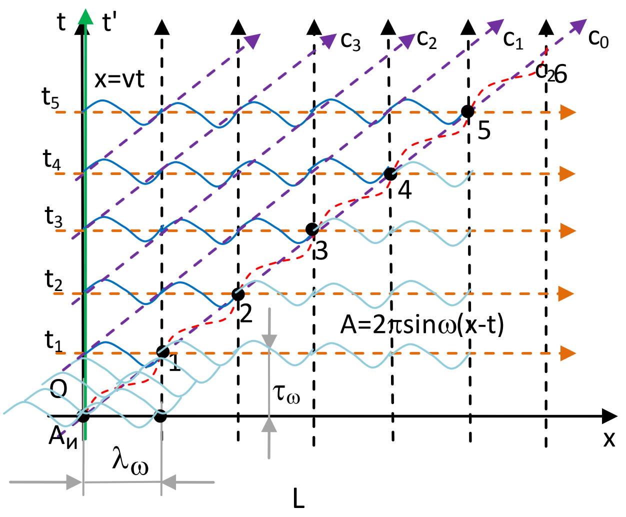

Рисунок 1.1.

Плоская одномерная бесконечная гармоническая волна для организации волновых эталонов длины и времени от покоящегося источника волны в АИСО (как ИСО ГП).

Среди четырех полей, упомянутых выше, одно поле должно быть времениподобным, и три – пространственноподобными (случай двумерного ПВ – две координаты: (t, r)). Организовать чисто времениподобную и пространственноподобные поля в галилеевом пространстве теоретически возможно в силу уравнений (1.1). Для организации чисто временного волнового поля необходимо иметь абсолютное время для синхронизации фазы по всему пространству в одно и то же время: $c_i = 0$. В единицах ds_0 это просто часы. Для организации чисто пространственного волнового поля необходимо выполнить синхронизацию фазы в точке с одной и той же пространственной координатой для всех значений координаты времени: $c_0 = 0$. В единицах ds_n это просто линейки. Учитывая предыдущие формулы и сделанные замечания, имеем следующие реперные волны:

$$d\varphi = 2\pi\omega\left(c_0 dt + c_i dr^i\right) \rightarrow$$

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega c_{00} dt : c_{00} = 1, c_{0i} dr^i = 0 \ \rightarrow \ c_{0i} = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega c_{1i} dr^i : c_{10} dt = 0 \rightarrow \ (c_{10} = 0) \vee (dt = 0), \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega c_{2i} dr^i : c_{20} dt = 0, \dots \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega c_{3i} dr^i : c_{30} dt = 0, \dots \end{cases} \tag{1.11}$$

$$ds_n = c_{ni} dq^i : \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \dots\}.$$

(для ds_n (1.11) должны быть записаны без множителя $2\pi_\text{n}$). А также запишем формулу для определения расстояния в случае взаимно ортогональных эталонных полей:

$$d\varphi = 2\pi\omega\sqrt{(c_{ni} dr^i)^2}, \qquad ds = \sqrt{(c_{ni} dr^i)^2}, \tag{1.12}$$

и соответствующий ей волновой метрический тензор:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} (c_{0i})^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (c_{1i})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (c_{2i})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (c_{3i})^2 \end{pmatrix}. \tag{1.13}$$

Если бы исследователь имел галилеевы эталоны времени и длины, то это – **волновая метрика покоящегося в собственной с.о. исследователя в волновом поле внешнего к нему эталонного волнового поля.** Подсчитав количество волн в единицах галилеевых эталонов, он получил бы именно эти числа.

В случае отсутствия у него таких эталонов он может принять для себя собственную метрику:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{1.14}$$

предполагая, что единица длины и времени равны одной длине волны в соответствующем направлении. Время он измеряет по изменению фазы волны φ_0 в точке своего нахождения. А длину волны – в другой точке в одно и то же время. В соответствии с современными взглядами на ПВ с этим могут быть проблемы, но в этой работе мы предполагаем абсолютность времени в ГП. Это позволяет теоретически однозначно определить волновое ИСО исследователя.

Обратим внимание на следующее: в (1.11) параметр скорости $c_{0i} = 0$, т.к. это волна, соответствующая абсолютной временной координате и она не должна зависеть от пространственных координат. В ГП это просто абсолютные галилеевы часы. Если у наблюдателя нет часов, то мы не можем воспользоваться для измерения промежутков времени в ГП разностью фаз $d\varphi_0$.

А оставшиеся три реперных волновых поля используются для метризации пространственных координат. Здесь обратим внимание на следующее: в (1.11) параметр скорости c_{n0} должен быть равен 0, т.к. это волна, соответствующая абсолютной временной координате и она не должна зависеть от пространственных координат. Но в реальном пространстве сплошной среды невозможно организовать такую волну. Поэтому и остальные три уравнения должны быть исключены.

Но есть выход. Для того, чтобы удовлетворить условиям уравнения (1.4), оставим все четыре уравнения (1.1), с одними и теми же частотами и модулями скоростей, но будем учитывать только нужную нам часть каждого уравнения. Другая часть в соответствии с (1.4) полностью будет определяться выбранной частью:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega(c_{00}dt + c_{0i}dr^i) => d\varphi_0 = 2\pi\omega c_{00}dt\colon c_{00} = 1, c_{0i}dr^i = 0 \ \rightarrow \ c_{0i} = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega(c_{10}dt + c_{1i}dr^i) => d\varphi_1 = 2\pi\omega c_{1i}dr^i\colon c_{10}dt = 0 \rightarrow \ (c_{10} = 0)\vee(dt = 0), \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega(c_{20}dt + c_{2i}dr^i) => d\varphi_2 = 2\pi\omega c_{2i}dr^i\colon c_{20}dt = 0, \dots \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega(c_{30}dt + c_{3i}dr^i) => d\varphi_3 = 2\pi\omega c_{3i}dr^i\colon c_{30}dt = 0, \dots \end{cases} \tag{1.11*}$$

$$ds_n = c_0dt + c_{ni}dr^i\colon \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \dots\}.$$

Т.е. каждое из уравнений (1.11)* будет одновременно использовать общий эталон времени и частоты (часы – от генератора отсчета времени) при отсчете разности фазы в одной и той же точке в разные времена событий B и A. Все четыре уравнения при этом используют одно и то же время. В объединении четырех реперных полей с одной частотой в произвольном ИСО заключается особая объединяющая роль времени в ПВ.

Но есть ограничения. Если в (1.11) в любом ИСО была возможность использовать волновое время от внешнего эталонного поля непосредственно, то в (1.11)* это возможно только через три синхронных пространственных поля. А в случае внешнего эталонного источника в силу эффекта Доплера элементы c_{n0} могут отличаться друг от друга из–за разницы скоростей и они будут транслировать от источника к приемнику разное время. Поэтому время необходимо получать другим путем – например, от собственных или от абсолютных галилеевых часов. Главное – получить непротиворечащий опыту выбор часов. Наш выбор в данной работе – от абсолютных галилеевых часов, если иное не указано явно. Это в общем то эквивалентно существованию реперного времениподобного поля $\varphi_0 = 2\pi\omega t + \varphi_s$.

Несмотря на то, что разности фаз $d\varphi$ являются скалярами, в (1.10)..(1.13) в общем случае необходимо учитывать не ортогональность и не нормированность эталонных волновых полей φ_n. А для этого в них необходимо ввести специальную методику, учитывающую норму и не ортогональность эталонного волнового 4–поля. Далее мы будем использовать три ортогональных пространственных поля с направлением распространения вдоль осей координат r^i.

Реально волновая координатная сетка из четырех (или трех?) ортогональных волновых полей, построенная выше, конечно, не существует. Это просто теоретическая модельная конструкция. Она существуют лишь виртуально. Вместо них просто производятся прямые измерения расстояний направленным волновым лучом от точки *B* к *A* или наоборот и подсчетом количества волн (или изменения фазы) или определяется специальная методика, заменяющая волновую координатную сетку. Но с учетом того, что мы рассматриваем ИСО именно в ГП, а время абсолютно и доступно исследователю, что отражается в процессе генерации эталонного волнового поля и процессе измерения количества волн между точками 1 и 2 в одно и то же галилеево время.

3. Волновая метрика движущегося в ИСО ГП АИСО

Все, что написано выше, относится к произвольным ИСО, с произвольной взаимной скоростью движения. Их можно применить и к произвольному АИСО, которое от произвольного волнового ИСО отличается только тем, что скорость распространения волны c^i (и c_i тоже) в ней изотропна.

Относительно движущегося в ГПВ АИСО (и ИСО тоже), как и покоящегося, собственная волновая метрика будет той же, что и выше (см. (1.14). Ниже рассмотрим наводимую в ИСО ГП метрику в случае движущегося в ГП АИСО.

Выше мы отметили, что только в АИСО волновая метрика соответствует галилеевой. В случае взаимного движения АИСО в ИСО ГП при использовании реальных волновых полей типа (1.1) волновая метрика не обязана соответствовать галилеевой. Это доказывается хотя бы тем, что для распространяющихся волн в ГП имеется эффект Доплера.

После рассмотрения достаточно тривиального случая изотропного волнового поля в АИСО, рассмотрим другой случай – движущегося в ИСО ГП АИСО. Необходимо определить волновую метрику АИСО в ИСО ГП (ИСО ГП фактически в этом случае есть ИСО относительно АИСО, движущееся в обратном направлении).

Пусть нам известно, что в пространстве имеется АИСО, движущееся со скоростью $v_и^i$ в ИСО ГП, и связанное с ним эталонное ВП (см. предыдущий раздел), и наблюдатель ГП имеет возможность измерять параметры (частота и фаза) этого поля в своем пространстве. Известна изотропная скорость *c* фронта волны. В самом АИСО метрика по очевидным причинам будет той же самой, что и в (1.14). С т.з. ИСО волновая метрика не будет совпадать с тривиальной метрикой АИСО.

Также известно, что она (ИСО) не имеет в своем распоряжении никаких своих собственных эталонов и пользуется для измерений эталонным ВП АИСО: время он фиксирует по фазе ВП в точке своего расположения по отношению к некоторому нулевому собственному времени, а расстояние по количеству волн между двумя точками в одно и то же собственное время (см. Рисунок 1.2). Практически как на Земле: средняя скорость объектов относительно поверхности Земли меньше 100 м/с, а скорость света – 300 км/с. Т.е. в 3 млн. раз больше.

Но наблюдатель ИСО этого не знает. Он не знает и своей скорости. Приняв эту реперную волну за эталон, он может выбрать свои эталоны в соответствии со своими целями. Для этого всего лишь нам необходимо принять, что он имеет приборы для измерения напряженности реперной волны и способен подсчитать количество волн между любыми точками ПВ. Во всяком случае, время он уже может измерить с помощью этого прибора, находящегося при нем в одной и той же точке ПВ.

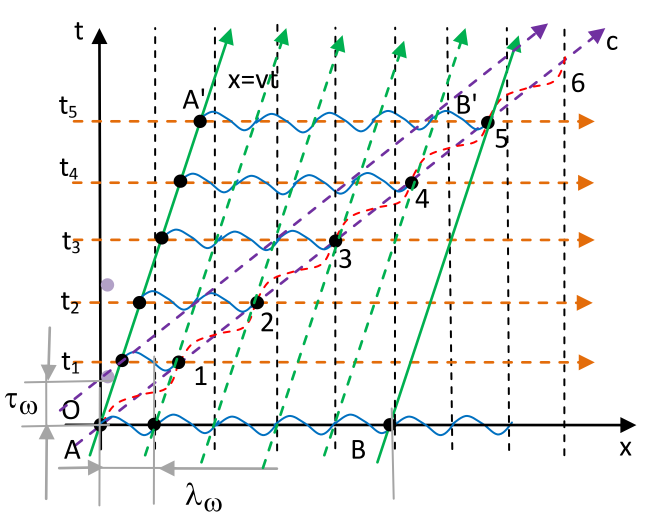

Рисунок 1.2

Плоская одномерная бесконечная гармоническая волна в направлении движения АИСО для организации волновых эталонов времени от движущегося АИСО с источником волны (в ИСО ГП).

Для частного случая изотропной волны в движущемся АИСО уравнение волны следующее:

$$A'(t', r'^{i}) = A_s \sin[2\pi\omega(t' + c'_i r'^{i})]. \quad (1.15)$$

Здесь (и далее) параметры со штрихом относятся к движущейся с.о. А уравнение волны в условно неподвижном ИСО ГП после применения преобразований координат будет следующей (см. Рисунок 1.2):

$$\begin{aligned} A(t, r^i) &= A_s \sin\left[2\pi\omega\left(t + c'_i(r^i - v_и{}^i t)\right)\right] = \\ &= A_s \sin\left[2\pi\omega\left(\left(1 - c'_i v_и{}^i\right)t + c'_i r^i\right)\right]. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Уравнения (1.16) говорят о том, что в ИСО ГП (с т.з. приемника–наблюдателя) частота, скорость и длина волны изменяются следующим образом:

$$\begin{gathered} c_i = c'_i, \\ c_0 = 1 - c'_i v_и{}^i, \\ c^i = c'^i\left(1 - c'_i v_и{}^i\right), \\ \omega_0 = \omega c_0 = \omega\left(1 - c'_i v_и{}^i\right), \\ \lambda = \frac{c^i}{\omega_0} = \frac{c'^i\left(1 - c'_i v_и{}^i\right)}{\omega\left(1 - c'_i v_и{}^i\right)} = \frac{c'^i}{\omega}. \end{gathered} \quad (1.17)$$

Частота волнового поля АИСО ω'_0 в ИСО увеличивается (соответствует приближающемуся источнику), модуль скорости волны $|c^i|$ увеличивается, длина волны λ остается постоянной. Эти уравнения выражают эффект Доплера по отношению к движущемуся со скоростью $v_и{}^i$ АИСО.

Запишем уравнения ортогональных реперных волн АИСО в галилеевых координатах ИСО в соответствии с (1.11).

$$\begin{cases} A_0(t, r^i) = A_s \sin 2\pi\omega t : dr = 0, \\ A_1(t, r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + c_{1i}\left(r^i - v_и{}^i t\right)\right) : dt = 0, \\ A_2(t, r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + c_{2i}\left(r^i - v_и{}^i t\right)\right) : dt = 0, \\ A_3(t, r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + c_{3i}\left(r^i - v_и{}^i t\right)\right) : dt = 0, \end{cases} \quad (1.18)$$

$$s_n = t + c_{ni}\left(r^i - v_и{}^i t\right).$$

В (1.18), в отличие от (1.11), мы не можем воспользоваться для измерения промежутков времени в ГП разностью фаз $d\varphi_0$, т.к. ее в реальности невозможно организовать, а оставшиеся три реперных волновых поля используются для метризации пространственных координат, а для параметризации координаты времени как в (1.11) они дают неоднозначные значения: и что же из трех вариантов выбрать? Но мы можем воспользоваться общим галилеевым эталоном времени (часовым генератором отсчета абсолютного времени волновых полей): $d\varphi = 2\pi\omega dt$. В соответствии с этими соображениями определим разности фаз по всем четырем координатам ПВ:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega dt, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega\left(dt + c_{1i}\left(dr^i - v_и{}^i dt\right)\right) = 2\pi\omega c_{11}\left(dr^1 - v_и{}^1 dt\right), \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega\left(dt + c_{2i}\left(dr^i - v_и{}^i dt\right)\right) = 2\pi\omega c_{22} dr^2 = -2\pi\omega dr^2 : dt \perp c_{22} = -1, \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega\left(dt + c_{3i}\left(dr^i - v_и{}^i dt\right)\right) = 2\pi\omega c_{33} dr'^3 = -2\pi\omega dr^3 : dt \perp c_{33} = -1, \end{cases} \tag{1.19}$$

$$ds_n = c_0 dt + c_{ni} dr^i : \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \dots\}.$$

Соответственно, частная метрика для рассматриваемого случая в ИСО будет определяться уравнениями

$$\begin{gathered} d\varphi^2 = d\varphi_0{}^2 - d\varphi_n{}^2 \rightarrow \\ d\varphi_0{}^2 = (2\pi\omega)^2 (dt)^2, \\ d\varphi_n{}^2 = (2\pi\omega)^2 [(dr^1 - v_и{}^1 dt)^2 + (dr^2)^2 + (dr^3)^2] = \\ = (2\pi\omega)^2 \left[(dr^1)^2 - 2v_и{}^1 dr^1 dt + (v_и{}^1 dt)^2 + (dr^2)^2 + (dr^3)^2\right] \rightarrow \\ d\varphi^2 = (2\pi\omega)^2 \left[(dt)^2 - (dr^1)^2 + 2v_и{}^1 dr^1 dt - (v_и{}^1 dt)^2 - (dr^2)^2 - (dr^3)^2\right] = \\ = (2\pi\omega)^2 \left[(dt^2) - (v_и{}^1 dt)^2 + 2v_и{}^1 dr^1 dt - (dr^1)^2 - (dr^2)^2 - (dr^3)^2\right] = \\ = (2\pi\omega)^2 \left[\{(dt^2)(1 - (v_и{}^1)^2)\} + \left\{2v_и{}^1 dr^1 dt\right\} - \{(dr^2)^2 + (dr^3)^2 + (dr^3)^2\}\right], \end{gathered} \tag{1.20}$$

и соответствующий ей метрический тензор при учете, что $v_и{}^i = -v_{i0}$:

$$\begin{gathered} ds^2 = ds_0{}^2 - ds_n{}^2 \rightarrow \\ g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 - v^2 & -v_{0j} & 0 & 0 \\ -v_{i0} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{gathered} \tag{1.21}$$

Здесь $v_{i0} = v_{0i}$ – скорость АИСО относительно ИСО. **Эта метрика есть наведенная волновой метрикой АИСО метрика, соответствующая метрике АИСО в ИСО**. И эти уравнения говорят о том, что волновая метрика движущегося АИСО с т.з ИСО не является ортогональной. Степень не ортонормированности определяется скоростью АИСО в ИСО ГП. Несмотря на то, что само ГП ортонормированно.

Основное применение метрики – для выполнения операции скалярного произведения векторов и выполнения операций поднятия/опускания индексов тензоров (векторов). И, как следствие, для вычисления скалярной длины вектора.

Рассмотрим, что означает метрика (1.21). Движущееся АИСО с т.з. покоящейся ИСО не является ортогональной, т.к. метрика (1.21) содержит не диагональные элементы v_{i0}. Это связано с тем, что перпендикулярные к направлению движения АИСО волновые поля имеют продольную контравариантную скорость движения в этом направлении, хотя в то же время их ковариантные направления распространения им не обладают.

С т.з ИСО ГП пространственные расстояния вдоль направления движения АИСО при dt

= 0 не претерпевают изменений: $dr = dr'$. А время мы используем не фазовое, а галилеево, т.к. невозможно из трех волновых полей выделить то, которое можно было бы использовать в качестве времени, т.к. все они отличаются. Поэтому **в таком волновом пространстве галилеевы объекты не изменяют своих параметров (длину, ширину, высоту).**

Но фазовое время (наблюдаемое из ИСО по продольному волновому эталону фазовое время АИСО) начинает течь медленнее: $dt = (1 - v^2)dt'$. Результат неожиданный: в (1.19) координата времени (и фаза) остается согласованной с галилеевым временем. И при скорости $v_i = c_i$ изменение фазы в точке пространства в направлении движения прекращается: кстати, несмотря на то, что наблюдаемое в ИСО фазовое время останавливается, время АИСО продолжает течь как ни в чем ни бывало. Эта кажущаяся остановка времени связана с тем, что в с.о. ИСО, движущейся со скоростью волны, фаза волны прекращает изменяться. Что, в общем то, понятно – сказывается эффект Доплера: часы не изменяют скорость хода времени, но в волновой метрике движение АИСО сказывается.

Может возникнуть вопрос об использовании метрики (1.21) в случае $v^2 > 1$. Но метрика при этих значениях скорости не перестает быть "особенной". Это всего лишь означает, что АИСО в этой точке движется относительно некоторого ИСО ГП со скоростью более изотропной скорости волны. При переходе в другое ИСО ГП эта особенность исчезает.

Формулы (1.21) полностью соответствуют таким же уравнениям, полученными другими, не волновыми, способами, в

1. *Тимин В. А. Преобразования галилеевых тензоров. //Galilean Transformations of Tenzors, URL: http://vixra.org/abs/1910.0602 .*

2. *Тимин В. А. Метрики галилеева пространства. //Metrics Galileia Space. URL: http://vixra.org/abs/1907.0545*

4. Метрика с т.з. движущегося в АИСО наблюдателя ИСО с источником собственного эталонного волнового поля

Собственная волновая метрика ИСО может быть получена установкой источника волны в это самое ИСО, которое движется в АИСО.

Здесь рассматриваем следующую ситуацию. Имеется АИСО и она условно неподвижна: это так, т.к. относительно себя она всегда неподвижна. Имеется также движущееся со скоростью v^i ИСО наблюдателя и одностороннее эталонное публичное волновое реперное поле, организованное в ней. Предполагается, что все другие объекты движутся почти с этой же скоростью (возможно, с небольшой разницей), гораздо меньшей скорости фронта волны, с тем, чтобы пользоваться этим же публичным волновым эталоном как своим. Наблюдатель ИСО может иметь(!), но не имеет никаких галилеевых линеек. Но его собственный эталон времени и генератор синхронизированы с галилеевым временем (или что то же самое – ее время абсолютно). Механизм синхронизации не рассматривается – принимается как постулат.

Источник в ИСО фиксирует время по фазе создаваемого им волнового поля в точке своего расположения по отношению к некоторому нулевому собственному времени, а расстояние по количеству волн между двумя точками в одно и то же собственное время (см. Рисунок 1.3). Практически как на Земле: средняя скорость объектов относительно поверхности Земли меньше 100 м/с, а скорость света – 300'000'000'000 м/с. Т.е. в значительное число раз больше.

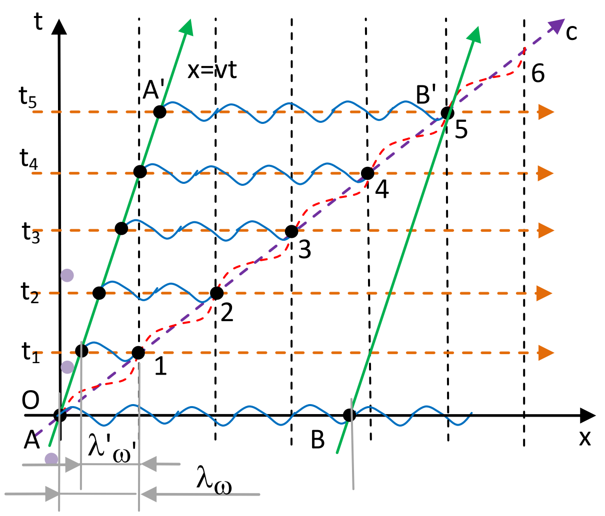

Рисунок 1.3

Плоская одномерная бесконечная гармоническая волна в направлении движения ИСО для организации волновых эталонов времени от движущегося ИСО (в ГП).

Уравнение волны в ИСО будет следующим:

$$A'(t, r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t' + c'_i r'^i\right) + \varphi'_s. \quad (1.22)$$

Если время абсолютно (что соответствует нашему выбору), то с использованием изотропной скорости c_i в АИСО и скорости $v_и{}^i$ ИСО в АИСО уравнение волны (1.22) будет следующим:

$$A'\left(t, r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + \frac{c_i}{1 + c_i v_и{}^i} r'^i\right). \quad (1.23)$$

Из этих уравнений видно, что частота реперных волн во всех направлениях одна и та же по условию ее выбора. Но длина волны изменяется в соответствии с эффектом Доплера, что соответствует увеличению пространственной частоты и уменьшению галилеевой длины волны в ИСО.

Как и ранее, необходимо учесть индексы при c_i от 1 до 3: $c_i \to c_{ni}$: $n \in \{1,2,3\}$. Это значит, что три созданные реперные волны (1.22) и (1.23) по отношению к генераторам будут иметь разные, но взаимно перпендикулярные, направления скоростей. Но наблюдатель ИСО этого может и не зафиксировать: он не имеет эталонов АИСО для измерения длины и, следовательно, скорости. И может постулировать для себя равенство (волновых!) скоростей волн в разных направлениях исходя из разности фаз волн, а не галилеевых длин.

Все это позволяет определить волновую метрику (причем одностороннюю, направленную выбором направления распространения волны) для этого локального случая. Но для этого необходимо допустить, что абсолютное волновые время и координаты для наблюдателя ИСО доступны в любой точке ПВ.

В волновых координатах ИСО относительно при $|c'_i| = 1$ волновая метрика, соответствующая (1.22), будет псевдоединичной:

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

Это – волновая метрика ИСО, а также всех других наблюдателей, движущихся с бесконечно малой относительной скоростью по отношению к ней.

Рассмотрим метрику волнового ИСОпо отношению к сопутствующему ГП. Здесь, как и ранее, мы воспользуемся галилеевым эталоном времени (или часами), создаваемым генератором отсчета времени волновых полей: $\varphi_0 = 2\pi\omega t$. С учетом этого запишем уравнения ортогональных реперных волн, соответствующих (1.23), в ИСО ГП: $i \in \{1..3\}$:

$$\begin{cases} A_0{}'(t, r'^i) = A_s \sin 2\pi\omega t : dr'^i = 0, \\ A_1{}'(t, r'^i) = A_s \sin 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{1i} r'^i}{(1 + c_{1i} v_и{}^i)} \right) : dt = 0, \\ A_2{}'(t, r'^i) = A_s \sin 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{2i} r'^i}{(1 + c_{2i} v_и{}^i)} \right) : dt = 0, \\ A_3{}'(t, r'^i) = A_s \sin 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{3i} r'^i}{(1 + c_{3i} v_и{}^i)} \right) : dt = 0, \end{cases} \tag{1.25}$$

А преобразование координат из галилеева ИСО в волновое ИСО$_\varphi$ $(t, r'_i) \to (\varphi_0, \varphi_i)$, соответствующее (1.25), будет следующей:

$$\begin{cases} \varphi_0 = 2\pi\omega t, \\ \varphi_1 = 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{1i}}{(1 + c_{1i} v_и{}^i)} r'^i \right), \\ \varphi_2 = 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{2i}}{(1 + c_{2i} v_и{}^i)} r'^i \right), \\ \varphi_3 = 2\pi\omega \left(t + \dfrac{c_{3i}}{(1 + c_{3i} v_и{}^i)} r'^i \right). \end{cases} \tag{1.26}$$

$$s_n = t + \frac{c_{ni}}{(1 + c_{ni} v_и{}^i)} r'^i.$$

Для разности фаз в ИСО имеем:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega dt : dr'^i = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega \left(dt + \dfrac{c_{1i}}{(1 + c_{1i} v_и{}^i)} dr'^i \right) = \dfrac{2\pi\omega c_{11}}{(1 + c_{11} v_и{}^1)} dr'^1 = -\dfrac{2\pi\omega}{(1 - v_и{}^1)} dr'^1 : dt = 0, c_{11} = -1, v_и{}^1 \neq 0, \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega \left(dt + \dfrac{c_{2i}}{(1 + c_{2i} v_и{}^i)} dr'^i \right) = 2\pi\omega \dfrac{c_{22}}{(1 + c_{22} v_и{}^2)} dr'^2 = -2\pi\omega dr'^2 : dt = 0, c_{22} = -1, v_и{}^2 = 0, \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega \left(dt + \dfrac{c_{3i}}{(1 + c_{3i} v_и{}^i)} dr'^i \right) = 2\pi\omega \dfrac{c_{33}}{(1 + c_{33} v_и{}^3)} dr'^3 = -2\pi\omega dr'^3 : dt = 0, c_{33} = -1, v_и{}^3 = 0. \end{cases} \tag{1.27}$$

$$ds_n = c_0 dt + c_{ni} dr^i : \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \ldots\}.$$

Через это уравнение транслируется однозначно в АИСО$_п$ эталон длины волны ИСО, но деформированная эффектом Доплера. Синим цветом выделена часть, соответствующая частным значения эталонных полей. Соответственно, частная метрика в ИСО для параметров, приведенных за двоеточием, будет определяться выражением

$$d\varphi^2 = d\varphi_0{}^2 - d\varphi_n{}^2. \tag{1.28}$$

Так как рассматриваемый нами частный случай является ортонормированным, то соответствующий ей волновой метрический тензор с т.з. галилеевых эталонов будет следующий:

$$ds^2 = ds_0{}^2 - ds_n{}^2 \to$$

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\dfrac{1}{1 - v_и{}^1}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1.29}$$

Метрика (1.29) говорит о том, что волновое пространство ИСО деформируется (сжимается) в направлении движения эталонирующего реперного поля. Причина – эффект Доплера для движущихся эталонных генераторов. Остальные направления, в т.ч. и временное, не претерпевают каких либо изменений. Это также означает, что **галилеевы объекты в метрике такого поля будут деформироваться в направлении движения независимо от их состояния движения**. А при изменении скорости будут менять свою геометрическую форму.

Могут ли пользоваться этим эталоном другие объекты ПВ? Да, конечно, только если в пространстве будет реально организовано выделенное публичное эталонирующее реперное поле при малом отличии их скоростей от "характеристической" скорости этого поля, соответствующей скорости ИСО.

У такого ВП есть один очень большой недостаток (?): это поле выделяет в ПВ определенное направление, и при наличии других генераторов при изменении их характеристического направления их частоты будут равны, но длины противоположно направленных волн будут отличаться. И наблюдатели такого ПВ придут к выводу, что ПВ однородно, но не изотропно. Следовательно, появляется возможность локализовать себя в АИСО.

На этом можно было бы закончить этот параграф. Но появился вопрос: а что будет, если ИСО изменит направление движения на противоположное? В соответствии с уравнением (1.29) ничего не изменится, но при произвольном направлении движения из него же следует, что изменится направление деформации волновой метрики и размеров галилеевых объектов. Примерно такую картину деформации можно видеть на экранах телевизоров формата 3×4 при просмотре передач других форматов.

В галилеевом пространстве скорость ИСО может быть произвольной. Но волновая метрика (1.29) не допускает произвольную скорость ИСО с эталонным волновым полем: имеет ограничение $v_и \neq 1$. Т.е. скорость ИСО равна фазовой скорости волны в направлении движения. В этом случае волновая метрика оказывается (или хотя бы стремится в пределе) в "сингулярности": любое расстояние (и частота) в этом направлении становится бесконечным, а длина волны нулевой.

При скорости ИСО, превышающей скорость волны в направлении движения, после преодоления сингулярности, метрика вновь приобретает свойство "вещественности". И при стремлении к бесконечности теряет свою "длину", стремясь к нулю. Но может ли "наблюдатель" = "генератор" поля в своем движении превысить эту скорость? Ведь любой фронт волны, им созданный, будет отставать (а может – отрываться?) от него? Если галилеев объект и может превысить эту скорость (в т.ч. и само АИСО), то для генератора волны, движущейся в АИСО, это сомнительно. Если следовать уравнению (1.23), то пространственная частота ω_i изменяет свой знак, а временная ω_0 – не изменяет. Уравнение распространения волны (1.1) ничего об этом не говорит: в ней нет генератора–источника волны с определенной скоростью распространения v^i в АИСО.

5. *Метрика с т.з. наблюдателя АИСО в эталонном волновом поле движущегося ИСО*

Здесь рассматриваем следующую ситуацию. Имеется одностороннее эталонное волновое реперное поле, организованное в ИСО, движущейся со скоростью $v_и^i$ в с.о. наблюдателя АИСО. Необходимо определить метрику волнового поля ИСО в АИСО по сравнению с

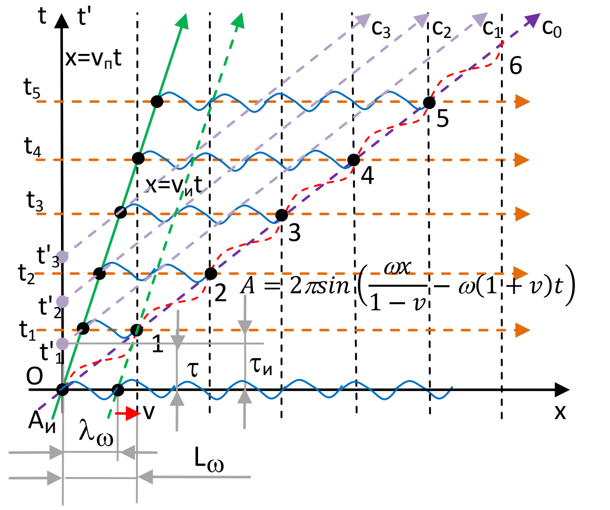

Рисунок 1.4

Плоская одномерная бесконечная
ская волна в направлении движения ИСО для
ганизации волновых эталонов времени от движу-
щегося ИСО с т.з. приемника в АИСО (в ГП).

галилелеевой. Рисунок 1.4 для объяснения данной ситуации почти ничем не отличается от Рисунок 1.3. Уравнение волны в ИСО будет следующим (см. выше по ссылке):

$$A'\left(t,r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t' + c'_i r'^i\right) + \varphi'_s. \quad (1.22)$$

Если время абсолютно (что соответствует нашему выбору), то с использованием изотропной скорости c_i в АИСО и скорости $v_и{}^i$ ИСО в АИСО уравнение волны (1.22) будет следующим:

$$A'\left(t,r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + \frac{c_i r'^i}{\left(1 + c_i v_и{}^i\right)}\right). \quad (1.23)$$

А в АИСО это же уравнение будет следующим:

$$\begin{aligned} A\left(t,r^i\right) &= A_s \sin 2\pi\omega\left(t + \frac{c_i\left(r^i - v_и{}^i t\right)}{\left(1 + c_i v_и{}^i\right)}\right) = \\ &= A_s \sin 2\pi \frac{\omega}{1 + c_i v_и{}^i}\left(t + c_i r^i\right) + \varphi_s. \end{aligned} \quad (1.30)$$

В АИСО частота волны и период изменяются, но длина волны будет той же, что и в ИСО.

Как и ранее, необходимо учесть индексы при c_i от 1 до 3: $c_i \to c_{ni}$: $n \in \{1,2,3\}$. Это значит, что три созданные реперные волны (1.22) и (1.23) по отношению к генераторам будут иметь разные, но взаимно перпендикулярные, направления скоростей. Все это позволяет определить волновую метрику (причем одностороннюю, направленную выбором направления распространения волны) для этого локального случая.

Здесь, как и ранее, мы воспользуемся галилеевым эталоном времени (или часами), создаваемым генератором отсчета времени волновых полей волновых полей: $\varphi_0 = 2\pi\omega t$. С учетом этого запишем уравнения ортогональных реперных волн в АИСО: $i \in \{1..3\}$:

$$\begin{cases} A_0(t,r) = A_s \sin 2\pi\omega t : dr^i = 0, \\ A_1\left(t,r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega \dfrac{t + c_{1i} r^i}{1 + c_{1i} v_и{}^i} : dt = 0, \\ A_2\left(t,r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega \dfrac{t + c_{1i} r^i}{1 + c_{1i} v_и{}^i} : dt = 0, \\ A_3\left(t,r^i\right) = A_s \sin 2\pi\omega \dfrac{t + c_{3i} r^i}{1 + c_{3i} v_и{}^i} : dt = 0, \end{cases} \quad (1.31)$$

А преобразование координат из галилеева ИСО в волновое ИСО$_\varphi$ $(t, r'_i) \to (\varphi_0, \varphi_i)$, соответствующее (1.31), будет следующей:

$$\begin{cases} \varphi^0 = 2\pi\omega t, \\ \varphi_1 = 2\pi\omega \dfrac{t + c_{1i} r^i}{1 + c_{1i} v_{и}{}^i}, \\ \varphi_2 = 2\pi\omega \dfrac{t + c_{1i} r^i}{1 + c_{1i} v_{и}{}^i}, \\ \varphi_3 = 2\pi\omega \dfrac{t + c_{3i} r^i}{1 + c_{3i} v_{и}{}^i}. \end{cases} \tag{1.32}$$

$$s_n = \frac{t + c_{1i} r^i}{1 + c_{1i} v_{и}{}^i}.$$

Для разности фаз в ИСО имеем:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega dt \colon dr^i = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega \left(\dfrac{dt + c_{1i} dr^i}{1 + c_{1i} v_{и}{}^i} \right) = \dfrac{2\pi\omega c_{11}}{(1 + c_{11} v_{и}{}^1)} dr'^1 = -\dfrac{2\pi\omega}{(1 - v_{и}{}^1)} dr'^1 \colon dt = 0, c_{11} = -1, v_{и}{}^1 \neq 0, \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega \left(\dfrac{dt + c_{2i} dr^i}{1 + c_{2i} v_{и}{}^i} \right) = 2\pi\omega \dfrac{c_{22}}{(1 + c_{22} v_{и}{}^2)} dr'^2 = -2\pi\omega dr'^2 \colon dt = 0, c_{22} = -1, v_{и}{}^2 = 0, \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega \left(\dfrac{dt + c_{3i} dr^i}{1 + c_{3i} v_{и}{}^i} \right) = 2\pi\omega \dfrac{c_{33}}{(1 + c_{33} v_{и}{}^3)} dr'^3 = -2\pi\omega dr'^3 \colon dt = 0, c_{33} = -1, v_{и}{}^3 = 0. \end{cases} \tag{1.33}$$

$$ds_n = c_0 dt + c_{ni} dr^i \colon \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \dots\}.$$

Через это уравнение транслируется однозначно в ИСО$_п$ эталон длины волны ИСО, но деформированная эффектом Доплера. Синим цветом выделена часть, соответствующая частным значения эталонных волновых полей. Соответственно, частная метрика в ИСО для параметров, приведенных за двоеточием, будет определяться выражением

$$d\varphi^2 = d\varphi_0{}^2 - d\varphi_n{}^2. \tag{1.34}$$

Так как рассматриваемый нами частный случай является ортонормированным, то соответствующий ей волновой метрический тензор с т.з. АИСО будет следующий:

$$ds^2 = ds_0{}^2 - ds_n{}^2 \rightarrow$$
$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\dfrac{1}{1 - v_{и}{}^1}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1.35}$$

Уравнения (1.35) говорят о том, что волновое пространство ИСО с т.з. АИСО деформируется (сжимается) в направлении движения эталонирующего реперного поля. Причина – эффект Доплера для движущихся эталонных генераторов. Это также означает, **что галилеевы объекты в метрике такого поля будут деформироваться в направлении движения независимо от их состояния движения**. А при изменении скорости будут менять свою геометрическую форму. Остальные направления, в т.ч. и временное, не претерпевают каких либо изменений.

Могут ли пользоваться этим эталоном другие объекты ПВ? Да, конечно, только если в пространстве реально будет организовано выделенное публичное эталонирующее реперное поле при бесконечно малом отличии их скоростей от скорости ИСО.

6. Метрика с т.з. наблюдателя ИСО в эталонном волновом поле другого движущегося в АИСО ИСО

Здесь рассматриваем следующую ситуацию. Имеется одностороннее эталонное волновое реперное поле, организованное в ИСО, движущейся со скоростью $v_и{}^i$ в с.о. АИСО. Также имеется наблюдатель другого ИСО, движущейся со скоростью $v_п{}^i$ в с.о. АИСО. Необходимо определить метрику волнового поля ИСО$_и$ в другом ИСО$_п$.

Рисунок для объяснения данной ситуации ничем не отличается от Рисунок 1.4. И, естественно, будет наблюдаться соответствующий эффект Доплера.

Уравнение волны в ИСО будет следующим (см. выше по ссылке):

$$A'(t,r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t' + c'_i r'^i\right). \tag{1.22}$$

Если время абсолютно (что соответствует нашему выбору), то с использованием изотропной скорости c_i в АИСО и скорости $v_и{}^i$ ИСО в АИСО уравнение волны (1.22) будет следующим:

$$A'(t,r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(t + \frac{c_i r'^i}{1 + c_i v_и{}^i}\right). \tag{1.23}$$

А в АИСО это же уравнение будет следующим:

$$A(t,r^i) = A_s \sin 2\pi \frac{\omega}{1 + c_i v_и{}^i}\left(t + c_i r^i\right). \tag{1.30}$$

Если время абсолютно (что соответствует нашему выбору), то с использованием изотропной скорости c_i в АИСО, скорости $v_и{}^i$ ИСО источника в АИСО, и движущегося со скоростью $v_п{}^i$ наблюдателя второго ИСО, добавится элемент смещения фазы величиной $-\omega' c'_i v_п{}^i t$ во времени:

$$A(t,r^i) = A_s \sin 2\pi \frac{\omega}{1 + c_i v_и{}^i}\left(t + c_i\left(r^i + v_п{}^i t\right)\right). \tag{1.36}$$

Преобразуем в более удобный вид:

$$\begin{aligned} A(t,r^i) &= \sin 2\pi \frac{\omega}{1 + c_i v_и{}^i}\left(\left(1 + c_i v_п{}^i\right)t + c_i r^i\right) = \\ &= A_s \sin 2\pi\omega \frac{1 + c_i v_п{}^i}{1 + c_i v_и{}^i}\left(t + \frac{c_i}{1 + c_i v_п{}^i} r^i\right) = \\ &= A_s \sin 2\pi\omega\left(\frac{1 + c_i v_п{}^i}{1 + c_i v_и{}^i} t + \frac{c_i}{1 + c_i v_и{}^i} r^i\right). \end{aligned} \tag{1.37}$$

В ИСО частота волны и период изменяются, но длина волны будет одной и той же в любом ИСО.

Как и ранее, необходимо учесть индексы при c_i от 1 до 3: $c_i \rightarrow c_{ni}$: $n \in \{1,2,3\}$. Это значит, что три созданные реперные волны (1.22) и (1.23) по отношению к генераторам будут иметь разные, но взаимно перпендикулярные, направления скоростей. Все это позволяет определить волновую метрику (причем одностороннюю, направленную выбором направления распространения волны) для этого локального случая.

Здесь, как и ранее, мы воспользуемся галилеевым эталоном времени (или часами), создаваемым генератором отсчета времени волновых полей: $\varphi_0 = 2\pi\omega t$. Тем более, невозможно по частоте эталонных волн ИСО определить эталонное время в АИСО: встает вопрос – каким из них воспользоваться? С учетом этого запишем уравнения ортогональных реперных волн в ИСО: $i \in \{1..3\}$:

$$\begin{cases} A_0(t,r) = A_s \sin 2\pi\omega t : dr^i = 0, \\ A_1(t,r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{1i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}t + \dfrac{c_{1i}}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}r^i\right) : dt = 0, \\ A_2(t,r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{2i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}t + \dfrac{c_{2i}}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}r^i\right) : dt = 0, \\ A_3(t,r^i) = A_s \sin 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{3i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}t + \dfrac{c_{3i}}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}r^i\right) : dt = 0, \end{cases} \tag{1.38}$$

А преобразование координат из галилеева ИСО в волновое ИСО_φ $(t, r'_i) \to (\varphi_0, \varphi_i)$, соответствующее (1.38), будет следующей:

$$\begin{cases} \varphi^0 = 2\pi\omega t, \\ \varphi_1 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{1i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{1i}}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right), \\ \varphi_2 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{2i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{2i}}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right), \\ \varphi_3 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{3i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{3i}}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right). \end{cases} \tag{1.39}$$

$$s_n = \frac{1 + c_{ni}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{ni}v_{\text{и}}{}^i}dt + \frac{c_{ni}}{1 + c_{ni}v_{\text{и}}{}^i}dr^i.$$

Для разности фаз в $\text{ИСО}_\text{п}$ имеем:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega dt : dr^i = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{1i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{1i}}{1 + c_{1i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right) = \dfrac{2\pi\omega c_{11}}{(1 + c_{11}v_{\text{и}}{}^1)}dr'^1 = -\dfrac{2\pi\omega}{(1 - v_{\text{и}}{}^1)}dr'^1 : dt = 0, c_{11} = -1, v_{\text{и}}{}^1 \neq 0, \\ d\varphi_2 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{2i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{2i}}{1 + c_{2i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right) = 2\pi\omega\dfrac{c_{22}}{(1 + c_{22}v_{\text{и}}{}^2)}dr'^2 = -2\pi\omega dr'^2 : dt = 0, c_{22} = -1, v_{\text{и}}{}^2 = 0, \\ d\varphi_3 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{3i}v_{\text{п}}{}^i}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}dt + \dfrac{c_{3i}}{1 + c_{3i}v_{\text{и}}{}^i}dr^i\right) = 2\pi\omega\dfrac{c_{33}}{(1 + c_{33}v_{\text{и}}{}^3)}dr'^3 = -2\pi\omega dr'^3 : dt = 0, c_{33} = -1, v_{\text{и}}{}^3 = 0. \end{cases} \tag{1.40}$$

$$ds_n = c_0 dt + c_{ni}dr^i : \{c_{00} = 1, c_{n0} = 0, \ldots\}.$$

Через это уравнение транслируется однозначно в $\text{ИСО}_\text{п}$ эталон длины волны ИСО, но деформированная эффектом Доплера. Синим цветом выделена часть, соответствующая частным значения эталонных полей. Соответственно, частная метрика в ИСО для параметров, приведенных за двоеточием, будет определяться выражением

$$d\varphi^2 = d\varphi_0{}^2 - d\varphi_n{}^2. \tag{1.41}$$

Так как рассматриваемый нами частный случай является ортонормированным, то соответствующий ей волновой метрический тензор с т.з. галилеевых эталонов будет следующий:

$$ds^2 = d{s_0}^2 - d{s_n}^2 \rightarrow$$
$$g_{ij} = 2\pi\omega\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{1-{v_и}^1}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \qquad (1.42)$$

Метрика (1.42) говорит о том, что волновое пространство ИСО с т.з. другого ИСО деформируется в направлении движения эталонирующего реперного поля. Причина – эффект Доплера для движущихся эталонных генераторов. Остальные направления, в т.ч. и временное, не претерпевают каких либо изменений.

Сравнивая метрики (1.29), (1.35) и (1.42), видим, что они полностью совпадают. Это связано с единственной причиной – одной и той же длиной волны реперного эталонного источника волны во всех случаях.

Могут ли пользоваться этим эталоном другие объекты ПВ? Да, конечно, только если в пространстве реально будет организовано выделенное публичное эталонирующее реперное поле при малом отличии их скоростей от скорости АИСО.

7. Волновая метрика двухмерного пространства–времени

Основной особенностью двухмерного волнового ПВ является то, что вместо трех пространственных волновых реперных эталонных полей достаточно иметь одно пространственное волновое поле, через которое возможно однозначно передать из одного ИСО в другое непротиворечивым образом эталон времени. Рассмотрим эталонные волновые поля и метрику для этого случая.

Здесь рассматриваем следующую ситуацию. Имеется одностороннее эталонное волновое реперное поле, организованное в двухмерном ИСО, движущегося со скоростью $v_и$ в с.о. наблюдателя АИСО. Необходимо определить метрику волнового поля ИСО в АИСО по сравнению с галилеевой. Уравнение волны в ИСО будет следующим (см. по ссылке справа):

$$A'(t,r) = A_s \text{s1n} 2\pi\omega(t' + {c_1}'{r'}^1) + {\varphi'}_s. \qquad (1.22)$$

Если время абсолютно (что соответствует нашему выбору), то с использованием изотропной скорости c_1 в АИСО и скорости $v_и$ ИСО в АИСО уравнение волны (1.22) будет следующим:

$$A'(t,r) = A_s \text{s1n} 2\pi\omega\left(t + \frac{c_1 {r'}^1}{(1 + c_1 v_и)}\right). \qquad (1.23)$$

Здесь c_1 может принимать только два значения, отличающиеся знаком "+" и "–", причем знак отличается от знака при скорости v^1. А с использованием изотропной скорости c_1 в АИСО, скорости ${v_и}^1$ ИСО источника в АИСО, и движущегося со скоростью ${v_п}^1$ наблюдателя второго $ИСО_п$, добавится элемент смещения фазы, равный $-\omega {c'}_1 {v_п}^1 t$ во времени:

$$A(t,r^i) = A_s \text{s1n} 2\pi \frac{\omega}{1 + c_1 {v_и}^1}\left(t + c_1(r^1 + {v_п}^1 t)\right). \qquad (1.43)$$

Преобразуем в более удобный вид:

$$A(t,r^i) = \text{s1n} 2\pi \frac{\omega}{1 + c_1 {v_и}^1}\left((1 + c_1 {v_п}^1)t + c_i r^i\right) = \qquad (1.44)$$

$$= A_s \mathrm{s1n} 2\pi\omega \frac{1 + c_1 {v_\text{п}}^1}{1 + c_1 {v_\text{и}}^1}\left(t + \frac{c_i}{1 + c_1 {v_\text{п}}^1} r^i\right) =$$

$$= A_s \mathrm{s1n} 2\pi\omega\left(\frac{1 + c_1 {v_\text{п}}^1}{1 + c_1 {v_\text{и}}^1} t + \frac{c_i}{1 + c_1 {v_\text{и}}^1} r^i\right).$$

В ИСО частота волны и период изменяются, но длина волны будет одной и той же в любом ИСО. Запишем уравнения ортогональных реперных волн в ИСО с использованием абсолютного времени:

$$\begin{cases} A_0(t, r) = A_s \mathrm{s1n} 2\pi\omega t : dr^1 = 0, \\ A_1(t, r^i) = A_s \mathrm{s1n} 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^i} t + \dfrac{c_{11}}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^i} r^1\right) : dt = 0, \end{cases} \tag{1.45}$$

В отличие от предыдущих случаев, здесь имеется только один пространственный индекс. И это позволяет вместо абсолютного времени воспользоваться транслируемым фазой реперной волны временем. От уравнений (1.45) останется только одно уравнение:

$$A_1(t, r^i) = A_s \mathrm{s1n} 2\pi\omega\left(\frac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} t + \frac{c_{11}}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} r^1\right) : dt = 0. \tag{1.46}$$

А преобразование координат из галилеева ИСО в волновое ИСО$_\varphi$ $(t, r'^1) \to (\varphi_0, \varphi_1)$, соответствующее (1.38), будет следующей:

$$\begin{cases} \varphi^0 = 2\pi\omega \dfrac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} t, \\ \varphi_1 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} dt + \dfrac{c_{11}}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} dr^1\right), \end{cases} \tag{1.47}$$

Для разности фаз в ИСО$_\text{п}$ имеем:

$$\begin{cases} d\varphi_0 = 2\pi\omega \dfrac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} dt : dr^1 = 0, \\ d\varphi_1 = 2\pi\omega\left(\dfrac{1 + c_{11} {v_\text{п}}^1}{1 + c_{11} {v_\text{и}}^1} dt + \dfrac{c_{11}}{(1 + c_{11} {v_\text{и}}^1)} dr^i\right) = \dfrac{2\pi\omega c_{11}}{(1 + c_{11} {v_\text{и}}^1)} dr'^1 = -\dfrac{2\pi\omega}{(1 - {v_\text{и}}^1)} dr'^1 : dt = 0, c_{11} = -1, {v_\text{и}}^1 \neq 0, \end{cases} \tag{1.48}$$

Через это уравнение транслируется однозначно в ИСО$_\text{п}$ эталон скорости течения времени и длины волны ИСО, но деформированные эффектом Доплера. Синим цветом выделена часть, соответствующая частным значения эталонных полей. Соответственно, частная метрика в ИСО для параметров, приведенных за двоеточием, будет определяться выражением

$$d\varphi^2 = d{\varphi_0}^2 - d{\varphi_1}^2. \tag{1.49}$$

Так как рассматриваемый нами частный случай является ортонормированным, то соответствующий ей волновой метрический тензор с т.з. галилеевых эталонов будет следующий:

$$g_{ij}=\begin{pmatrix} \left(\dfrac{1+c_{11}v_{\text{п}}{}^{1}}{1+c_{11}v_{\text{и}}{}^{1}}\right)^{2} & 0 \\ 0 & -\left(\dfrac{1}{1-v_{\text{и}}{}^{1}}\right)^{2} \end{pmatrix}. \tag{1.50}$$

Метрика (1.50) говорит о том, что волновое пространство ИСО с т.з. другого ИСО в принятой интерпретации деформируется по обоим осям координат – и по временной, и по пространственной. По пространственному направлению деформация зависит только от скорости источника в АИСО и остается прежней, а по временному направлению будет зависеть от скоростей обеих ИСО. Если скорости близки, то деформация волнового времени близка к единице. Если скорость приемника меньше скорости источника, то время приемника замедляется. Причина – эффект Доплера для движущихся эталонных генераторов. Остальные направления, в т.ч. и временное, не претерпевают каких либо изменений.

Сокращения и другие соглашения

(*) А – абсолютное, В – время, Г – галилеево, И – инерциальное, К – координаты, квантовая, М – механика, метрическое Н – ньютоново, неинерциальная, О – отсчета, относительности, общая, П – пространство, Р – релятивистская, С – система, специальная, Т – теория, тензоры, Ф – физика, Ч – частная,	АПВ – ПВ с абсолютным временем и пространством. АСО (АИСО) – абсолютная (инерциальная) система отсчета, ВП – волновое пространство, ГП – галилеево пространство, ГВП – галилеево волновое пространство, ИСО – инерциальная система отсчета – координатная с.о., полученная из исходного ортонормированным линейным преобразованием координат и тензоров (ЛПТК), ЛПТК – линейные преобразования тензоров и координат, МГП – метрическое галилеево пространство, ПВ – пространство–время, ГПВ – галилеево пространство–время, ПТК – преобразования тензоров и координат. СО, с.о. – система отсчета, СК, с.к. – система координат, (и)т.д. – (и) так далее, (и)т.п. – (и) тому прочие, в т.ч. – в том числе, т.з. – точка зрения, с.с. – сплошная среда.

1) *При использовании более чем одной буквы.
2) Выделение красным цветом в формуле может обозначать равный нулю элемент формулы или выражения.
3) По одинаковым верхнему и нижнему индексам производится свертка (суммирование) соответствующих элементов (по правилу Эйнштейну).
4) По индексу в скобке типа "$_{(k)}$" или "$^{(k)}$" свертка не выполняется, но она привязана к соответствующему тензорному или другому индексу "функционально".
5) Формат ссылок на формулы: (N). При необходимости указания на конкретную строку формулы применяется формат (N):n, где n – номер строки формулы, начиная с 1 (единицы), причем эта нумерация продолжается и на дальнейшие не нумерованные формулы.

Литература

1. Акивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление. – М. : Наука, 1972. – 351 с.
2. Детлаф, А. А. Курс общей физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. Высшая школа, 2017. – 245 с.
3. Димитриенко Ю. И. Тензорное исчисление: Учеб. пособие для вузов. – М. : Высш. шк., 2001. – 575 с. 74
4. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – М. : Бином, 2017. – 146 с.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Курс теоретической физики: В 10 т. : т. 2. – М.: Физматлит, 2002. – 224 с.
6. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. М. : Наука, 1965. [Einstein A Ann. Physik 322 891 (1905)]
7. Малыкин Г. Б. Паралоренцевские преобразования, УФН, 179:3 (2009), 285–288; Phys. Usp., 52:3 (2009), 263–266 // Полный текст: PDF файл (899 kB) (дата обращения: 05.07.2019).
8. Чепик А. М. Сходство и различие СЭТ и СТО. [Электронный ресурс] : http://redshift0.narod.ru/Rus/Stationary/Absolute/ Absolute_Principles_4.htm (дата обращения: 16.07.2019), // Нижний Новгород, e–mail: redshift0@narod.ru.

Мои работы в VIXRA.ORG:

9. Тимин В. А. Метрики галилеева пространства. //Metrics Galileia Space. URL: http://vixra.org/abs/1907.0545.
10. Тимин В. А. Преобразования галилеевых тензоров. //Galilean Transformations of Tenzors, URL: http://vixra.org/abs/1910.0602 .
11. Тимин В. А. Уравнения распространения волн в различных пространствах. URL: http://vixra.org/abs/1908.0091 .
12. Тимин В. А. Эксперимент Майкельсона–Морли. URL: http://vixra.org/abs/1908.0574 .
13. Тимин В. А. URL: http://vixra.org/author/valery_timin.

E–Mail: timinva@yandex.ru.