

쿨롱포텐셜의 운동량에 의한 수소원자의 미세구조

강 대 현

samplemoon@korea.kr

요약

수소원자에서 나오는 스펙트럼 선의 미세구조를 설명하기 위해 “쿨롱포텐셜의 운동량”을 도입하게 되었다. 질량이 없고 전기장으로 이루어진 광자가 운동량을 가지므로 전기장으로 형성된 쿨롱포텐셜도 운동량을 갖는다고 보았고 이런 관점에서 미세구조 문제를 해결한다.

1. 서문

1920년대에 드브로이의 물질파 방정식이 등장하고 결정체에서 데이비슨-거머의 전자의 파동성 확증 이후 에르빈슈뢰딩거는 상대론적 파동방정식을 만들고자 했다고 한다.

그런데 이 방정식에서 얻은 결과를 수소원자 스펙트럼 선에 비교했을 때 현상과 일치하지 않아 오늘날 사용하는 슈뢰딩거방정식을 만들게 되었다고 전해진다.

이때로부터 100년이 다 되어가는 지금도 수소원자의 스펙트럼선 미세구조는 해결되지 않은 미스터리 중에 미스터리다. 수소원자에서 나오는 빨간색 스펙트럼 선이 고해상도로 보면 2개의 빨간색 선으로 나뉜다. 이 스펙트럼 선이 지금도 여전히 문제가 되고 있다.

혹자는 디랙방정식이 이 문제를 해결했다고 하나 사실이 아니다. 오히려 디랙방정식은 문제를 더 헛갈리게 했을뿐이다. 디랙방정식에서 수소원자의 바닥상태가 각운동량이 1/2 이라고 주장 하나 사실은 “0” 이거나 1이어야 한다. 양성자도 스핀이 있으니말이다. 이래서 현상과 안맞다. 여기서는 디랙방정식은 무시하고 넘어간다.

전자와 양성자가 수소원자를 이룬다고 했을 때 역학적 에너지는 보통 이러하다.

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} + \sqrt{p^2c^2 + M_p^2c^4} - \frac{e^2}{r} \quad (1)$$

양성자가 전자보다 훨씬 무겁기 때문에 양성자의 운동에너지를 생략하여 근사적으로 표시 하면 아래와 같아진다.

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} - \frac{e^2}{r} \quad (2)$$

(2)식에서 루트를 없애 표시해본다.

$$(E + \frac{e^2}{r})^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (3)$$

$$\langle (E^2 - m_0^2 c^4) + 2E \frac{e^2}{r} + \frac{e^4}{r^2} = p^2 c^2 \rangle \Psi \quad (4)$$

(4)식이 상대론적 파동방정식인데 이 방정식을 풀어 수소원자의 에너지 준위를 구해보면

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{\lambda^2}}}$$

여기서 $\lambda = n_r + l + 1 - \frac{a^2}{(2l+1)}$ 이다.

위와 같이 되는데...이 공식이 수소원자 스펙트럼 선과 일치하지 않는다. 가령, 수소원자의 발머선을 설명하기위해 전자스핀과 궤도결합을 고려한 에너지 준위를 만들어도 현상과 일치하지 않는다.

이러다보니 100년 가까운 세월이 흘렀지만 미해결 문제로 남아있는 것이다. 더더군다나 디랙방정식이 만들어지고 소숫점아래 9자리까지 맞다고 자랑하는 양자전기역학까지 나왔지만 해결이 안되었다.

다윈항(darwin term)이 나와서 해결되었다고 볼 수도 없다. 다윈항은 안하니만 못하다. 1920년대에 에르빈 슈뢰딩거가 미세구조가 맞지않아 버렸던 이유가 지금도 유효하다. 2020년도인 올해 100년이 다 되어가고 많은 학자들이 시도했지만 해결이 안된 것이다. 필자도 다년간 찾아보고 앞뒤 재보고 온갖 시도를 다 해보았다. 그러나, 합리적인 해답을 찾기는 어려웠다.

2. 주문

빛은 질량이 없다고 한다. 그런데 빛은 운동량을 갖고 있다. 컴프턴산란이 증거로 받아들여지고 있다. 태양주위를 도는 혜성의 꼬리가 항상 태양의 반대편에 있는 것도 태양빛의 운동량이 있기때문이라고 말한다.

빛은 전기장이나 자기장으로 되어있다고 하는데 오래전부터 알려진 사실이다. 그런데 쿨롱포텐셜이 전기장과 같은 속속이다. 쿨롱포텐셜이 질량이 없고 운동량은

갖는 것은 아닐까 이런 생각을 하면서 운동에너지와 정지질량과 쿨롱포텐셜은 어떤 관계인가...이런 근본적인 수준의 의문을 품게 되었다.

(2)식을 다시 한번 써본다.

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4} - \frac{e^2}{r}$$

위의 역학적 에너지 공식에서 우변 첫째 식은 쿨롱포텐셜이 없는 입자와 쿨롱포텐셜이 있는 입자에 적용되는 경우 2가지가 같은가?

쿨롱포텐셜의 운동량은 입자의 운동량에 혼합되는 것인가 아니면 입자의 운동량과 별도로 분리되어 표시되어야 하는가.

이런 의문에 답을 찾으려면 현상과 비교하는 수밖에 없다. 지금까지 그랬듯...

양자론이나 상대성이론이 아주 정확한 이론이다. 2개의 이론에 의문을 가지는 것은 의미가 없어 보인다. 오직 쿨롱포텐셜이 입자의 운동량과 어떤 관계인가가 중요해 보인다. 수소원자에서 광자가 방출 또는 흡수되는 과정은 분명해보인다면, 그렇다면 쿨롱포텐셜이 입자의 운동량과는 어떤 관계인지 확실히 할 필요가 있어보인다.

쿨롱포텐셜의 운동량은 쿨롱포텐셜이 광자와 같은 속속이므로 광자의 운동량을 참고하였다. 광자의 에너지는 플랑크상수에 진동수를 곱한 값($h\nu$)이다. 광자의 운동량은 광자의 에너지를 광속으로 나눈 값($\frac{h\nu}{c}$)이다.

필자는 쿨롱포텐셜의 운동량은 (2)식의 쿨롱포텐셜을 광속으로 나눈 값($\frac{e^2}{cr} \propto p_c$)에 비례한다고 보았다. 그런데 양성자와 전자가 한 묶음이므로 반절로 나누었다. 양성자와 전자의 운동량은 같아야 하므로 쿨롱포텐셜의 운동량도 각각 반절씩 나누어 갖는다고 보는 것이다. 그러므로 ($\frac{e^2}{2cr} = p_c$)이 되겠는데, 쿨롱포텐셜은 x,y,z 방향에 관계없이 같은 크기로 작용하므로 x,y,z 3개의 방향의 동일한 쿨롱포텐셜의 운동량을 갖는다고 보았다.

공간이 3개의 방향으로 직교성을 가지므로 입자의 운동량의 곱은 보통 $P^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$ 이렇게 표시되는데

쿨롱포텐셜의 운동량이 입자의 운동량에 더해지면

$$(p_x + \sigma_x \frac{e^2}{2cr})^2 = p_x^2 + 2p_x \cdot \sigma_x \frac{e^2}{2cr} + \frac{e^4}{4c^2 r^2} \quad (5)$$

라고 표시할 수가 있다. 여기서 σ_x 는 방향표시하는 기호이고 $\sigma_x \cdot \sigma_x = 1$ 이다.

(5)식에서 우변 둘째항은 입자의 운동량과 쿨롱포텐셜 운동량은 서로 평행인경우도 있고 반평행인 경우도 있으므로 평균하면 0이 되므로

$$p_x^2 + 2p_x \cdot \sigma_x \frac{e^2}{2cr} + \frac{e^4}{4c^2 r^2} = p_x^2 + \frac{e^4}{4c^2 r^2} \quad (6)$$

(5)식은 (6)식과 같이 된다.

같은 방법으로 y, z 방향도 처리하고 나서 (1)식을 다시 쓰면 아래와 같아진다

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + \frac{3}{4} \frac{e^4}{r^2} + m_o^2 c^4} + \sqrt{p^2 c^2 + \frac{3}{4} \frac{e^4}{r^2} + M_o^2 c^4} - \frac{e^2}{r} \quad (7)$$

(7)식에서 양성자의 질량이 전자보다 1836배나 크다고 한다.

그러므로 근사적으로 다음과 같이 표시하게 한다.

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + \left(\frac{3}{4} \frac{e^4}{c^2 r^2}\right) c^2 + m_o^2 c^4} - \frac{e^2}{r} \quad (8)$$

(8)식을 전개하여 다시 적어본다.

$$E^2 + 2E \frac{e^2}{r} + \frac{e^4}{r^2} = p^2 c^2 + m_o^2 c^4 + \frac{3}{4} \frac{e^4}{r^2} \quad (9)$$

(9)식에 파동함수 ψ 를 넣어 파동방정식을 만든다.

$$\langle (E^2 - m_o^2 c^4) + 2E \frac{e^2}{r} + \frac{1}{4} \frac{e^4}{r^2} = p^2 c^2 \rangle \psi \quad (10)$$

(10)식에서 수소원자의 에너지준위를 구해본다.

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\lambda^2}}}$$

여기서 $\lambda = n_r + l + 1 - \frac{\alpha^2}{4(2l+1)}$ 이다.

위의 (10)식에서 얻은 이론적 결과를 잘 알려진 스핀-궤도커플링과 함께 사용하면 수소원자의 미세구조를 설명할 수가 있다.

수소원자에서 $2P_{\frac{1}{2}}, 2S_{\frac{1}{2}}$ 2개의 궤도가 일치한다는 뜻이다.

(7)식이 뮤오늄이나 포지트로늄의 경우에도 관찰된 에너지 준위를 정확하게 보여줘야 하는데

포지트로늄은 전자와 양전자 질량이 같으므로 아래처럼 파동방정식으로 표시된다.

$$E \Psi = 2 \sqrt{p^2 c^2 + \left(\frac{3}{4} \frac{e^4}{c^2 r^2}\right) c^2 + m_0^2 c^4} \Psi - \frac{e^2}{r} \Psi \quad (11)$$

(11)식에서 에너지 준위를 구하여 보면 이러하다.

$$E = \frac{2m_0 c^2}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{4\lambda^2}}} \quad (12)$$

여기서 $(\lambda = n_r + l + 1 + \frac{\alpha^2}{2(2l+1)})$ 인데 근사적으로 표시했다)

3. 결론

수소원자의 미세구조를 설명하려는 긴 시간동안의 시도는 모두 허탈하게 하였다. 합당한 방법을 찾기가 매우 어려웠다. 아무도 생각하지 않았던 것이 있어야 하지 않나.....

그래서 입자에 전기장이 있고 없고 차이가 입자의 역학적 운동량에 변화를 주는 건 아닌지 의문이 들었다. 쿨롱포텐셜이 입자에 있을 때, 광자들이 입자를 중심으로 방출내지 흡수되는

과정에서 입자의 운동량에 영향을 미칠 터인데 그것의 알짜효과가 $\frac{3}{4} \frac{e^4}{r^2}$ 항이라고 보여진다.

2개의 입자가 가상광자를 교환해서 전하가 만들어지는 건지는 모르겠지만 양전하, 음전하를 가진 2개의 입자사이의 거리에 따라 그 알짜효과 크기가 변한다고 보는게 합당해 보여진다. 완벽하다고 생각했던 상대성이론과 양자론이 둘의 결합에서 수소원자의 미세구조를 설명하지 못하는 것은 아직 알려지지않은 미세한 어떤 양이 있기때문이라 보았던 것인데, 먼 경로를 거쳐 돌고돌아온 필자는 광자와 닮은 성질을 갖는 전기장을 품은 쿨롱포텐셜에 원인이 있다고 보게되었다. 이것이 정확한 해법이었으면 한다. 램이동량은 다른 원인에서 유래한다고 생각되어진다.

Fine structure of Hydrogen atom by Momentum of Coulomb potential

Abstract

To explain the fine structure of spectral lines from hydrogen atoms, "the coulomb potential's momentum" was introduced. Since there is no mass and photons made up of electric fields have momentum, the coulomb potentials formed by electric fields also have momentum, and from this perspective, the fine structure of hydrogen is solved.