

Inclusive Collatz problem

Hajime Mashima

Abstract

In this paper, I approached the branch size and path increase/decrease in the limit of the Collatz problem(Collatz Conjecture).

Contents

0.1	row+1	2
0.2	row-1	3
0.3	row-3	4
0.4	Rate of increase and decrease	5
0.5	Type of branching	7
0.6	row $n \rightarrow \infty$	8

0.1 row+1

$3 \rightarrow 5$ row+1
 $7 \rightarrow 11$ row+2
 $11 \rightarrow 17$ row+3
 $15 \rightarrow 23$ row+4
 $19 \rightarrow 29$ row+5
 \vdots

	A	B	C	D	E	F
1	$(B2:B)-1)/4$	odd	$(B2:B)*3+1$	$IF(MOD((A2:A*3+1),1)=0,A2:A*3+1,(A2:A*3+1)*2)$	$A2:A*3+1$	
2	0	1	4		1	1
3	0.5	3	10		5	2.5
4	1	5	16		4	4 1
5	1.5	7	22		11	5.5
6	2	9	28		7	7
7	2.5	11	34		17	8.5
8	3	13	40		10	10 3
9	3.5	15	46		23	11.5
10	4	17	52		13	13
11	4.5	19	58		29	14.5
12	5	21	64		16	16 5
13	5.5	23	70		35	17.5
14	6	25	76		19	19
15	6.5	27	82		41	20.5
16	7	29	88		22	22 7
17	7.5	31	94		47	23.5
18	8	33	100		25	25
19	8.5	35	106		53	26.5
20	9	37	112		28	28 9
21	9.5	39	118		59	29.5
22	10	41	124		31	31
23	10.5	43	130		65	32.5
24	11	45	136		34	34 11
25	11.5	47	142		71	35.5
26	12	49	148		37	37
27	12.5	51	154		77	38.5
28	13	53	160		40	40 13
29	13.5	55	166		83	41.5
30	14	57	172		43	43
31	14.5	59	178		89	44.5
32	15	61	184		46	46 15
33	15.5	63	190		95	47.5
34	16	65	196		49	49
35	16.5	67	202		101	50.5
36	17	69	208		52	52 17
37	17.5	71	214		107	53.5

これはB列が $4n + 3$ で2行ごとに分布している。

0.2 row-1

9 → 7 row-1
 17 → 13 row-2
 25 → 19 row-3
 33 → 25 row-4
 41 → 31 row-5
 ⋮

	A	B	C	D	E	F
1	(B2:B)-1)/4	odd	(B2:B)*3+1	IF(MOD((A2:A*3+1),1)=0,A2:A*3+1,(A2:A*3+1)*2)	A2:A*3+1	
2	0	1	4		1	1
3	0.5	3	10		5	2.5
4	1	5	16		4	4
5	1.5	7	22		11	5.5
6	2	9	28	→	7	7
7	2.5	11	34		17	8.5
8	3	13	40		10	10
9	3.5	15	46		23	11.5
10	4	17	52	→	13	13
11	4.5	19	58		29	14.5
12	5	21	64		16	16
13	5.5	23	70		35	17.5
14	6	25	76	→	19	19
15	6.5	27	82		41	20.5
16	7	29	88		22	22
17	7.5	31	94		47	23.5
18	8	33	100	→	25	25
19	8.5	35	106		53	26.5
20	9	37	112		28	28
21	9.5	39	118		59	29.5
22	10	41	124	→	31	31
23	10.5	43	130		65	32.5
24	11	45	136		34	34
25	11.5	47	142		71	35.5
26	12	49	148	→	37	37
27	12.5	51	154		77	38.5
28	13	53	160		40	40
29	13.5	55	166		83	41.5
30	14	57	172	→	43	43
31	14.5	59	178		89	44.5
32	15	61	184		46	46
33	15.5	63	190		95	47.5
34	16	65	196	→	49	49
35	16.5	67	202		101	50.5
36	17	69	208		52	52
37	17.5	71	214		107	53.5

これは B 列が $4n + 1$ で 4 行ごとに分布している。

0.3 row-3

5 → 1 row-2
 13 → 3 row-5
 21 → 5 row-8
 29 → 7 row-11
 37 → 9 row-14
 ⋮

	A	B	C	D	E	F
1	(B2:B)-1)/4	odd	(B2:B)*3+1	IF(MOD((A2:A*3+1),1)=0,A2:A*3+1,(A2:A*3+1)*2)	A2:A*3+1	
2	0	1	4		1	1
3	0.5	3	10		5	2.5
4	1	5	16		4	1
5	1.5	7	22		11	5.5
6	2	9	28		7	7
7	2.5	11	34		17	8.5
8	3	13	40		10	3
9	3.5	15	46		23	11.5
10	4	17	52		13	13
11	4.5	19	58		29	14.5
12	5	21	64		16	5
13	5.5	23	70		35	17.5
14	6	25	76		19	19
15	6.5	27	82		41	20.5
16	7	29	88		22	7
17	7.5	31	94		47	23.5
18	8	33	100		25	25
19	8.5	35	106		53	26.5
20	9	37	112		28	9
21	9.5	39	118		59	29.5
22	10	41	124		31	31
23	10.5	43	130		65	32.5
24	11	45	136		34	11
25	11.5	47	142		71	35.5
26	12	49	148		37	37
27	12.5	51	154		77	38.5
28	13	53	160		40	13
29	13.5	55	166		83	41.5
30	14	57	172		43	43
31	14.5	59	178		89	44.5
32	15	61	184		46	15
33	15.5	63	190		95	47.5
34	16	65	196		49	49
35	16.5	67	202		101	50.5
36	17	69	208		52	17
37	17.5	71	214		107	53.5

これは B 列が $4n + 1$ で 4 行ごとに分布している。

0.4 Rate of increase and decrease

上記表より、row n 以下における行数の比率は

$$\text{row}+1 : \text{row}-1 : \text{row}-3 = 2 : 1 : 1$$

Example

20 行以下の増減の差

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 &= \frac{11 * 10}{2} = +55 \quad \text{row}+1 \\ -1 - 2 - 3 - 4 - 5 &= -\frac{6 * 5}{2} = -15 \quad \text{row}-1 \\ -2 - 5 - 8 - 11 - 14 &= -\frac{16 * 5}{2} = -40 \quad \text{row}-3 \\ \text{total} &= 0 \end{aligned}$$

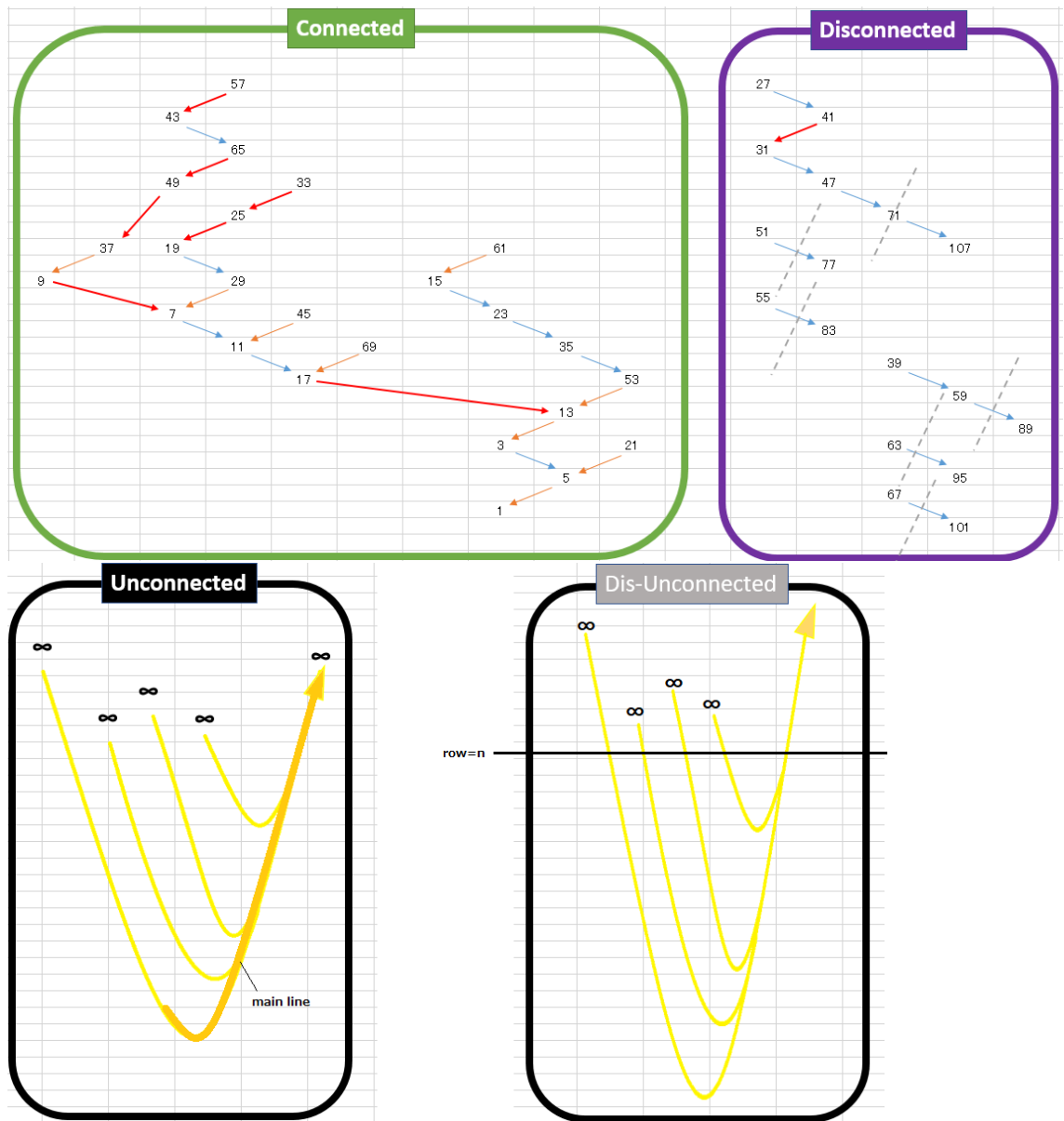
200 行以下の増減の差

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \cdots + 97 + 98 + 99 + 100 &= \frac{101 * 100}{2} = +5050 \quad \text{row}+1 \\ -1 - 2 - 3 \cdots - 49 - 50 &= -\frac{51 * 50}{2} = -1275 \quad \text{row}-1 \\ -2 - 5 - 8 - \cdots - 146 - 149 &= -\frac{151 * 50}{2} = -3775 \quad \text{row}-3 \\ \text{total} &= 0 \end{aligned}$$

よって row n 以下の増加数と減少数の合計は等しい。 (1)

Definition 1

- Connected : 1 と接続する枝。
- Disconnected : 1 と接続がされていないが、やがて接続する枝。
- Unconnected : 1 とは決して接続されない。両端で発散する枝。
- Dis-Unconnected : 両端で発散する枝の本線とまだ接続がされていない枝。



0.5 Type of branching

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	$(B2:B)-1/4$	odd	$(B2:B)*3+1$	$\text{IF}(\text{MOD}((A2:A*3+1),1)=0,A2:A*3+1,(A2:A*3+1)*2)$	$A2:A*3+1$						
2	0	1	4		1	1					
3	0.5	3	10		5	2.5					
4	1	5	16		4	4	1	3		21	
5	1.5	7	22		11	5.5					
6	2	9	28		7	7					
7	2.5	11	34		17	8.5					
8	3	13	40		10	3					
9	3.5	15	46		23	11.5					
10	4	17	52		13	13					
11	4.5	19	58		29	14.5		29		9	
12	5	21	64		16	16	5				
13	5.5	23	70		35	17.5					
14	6	25	76		19	19					
15	6.5	27	82		41	20.5					
16	7	29	88		22	22	7				
17	7.5	31	94		47	23.5					
18	8	33	100		25	25					
19	8.5	35	106		53	26.5					
20	9	37	112		26	9					
21	9.5	39	118		59	29.5					

上記表より、分岐の種別は row+1 と row-3 のペア、row-1 と row-3 のペア、D 列には 3 の倍数は存在しないため、3n への接続は row-3 のみである。

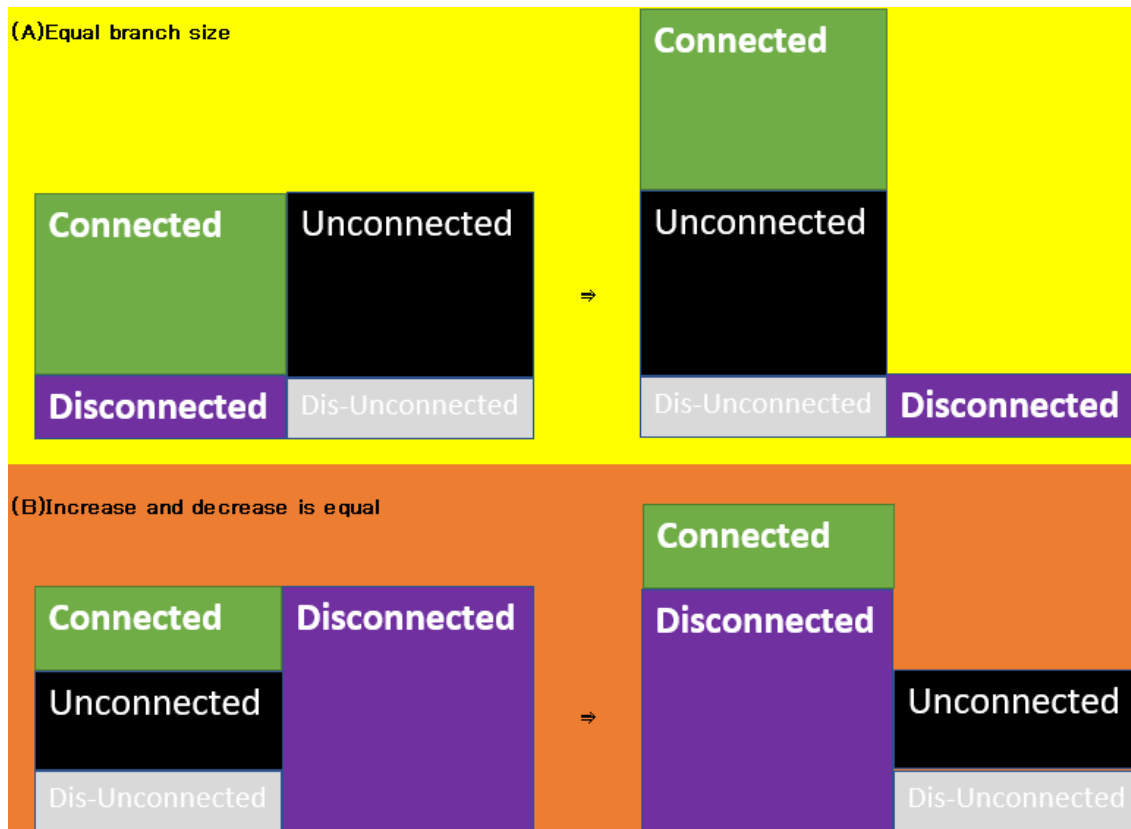
行が追加される度に各枝へ単調に割り当てられると考えられるため

row $n \rightarrow \infty$ では Connected(Disconnected) と Unconnected(Dis-Unconnected) の枝のサイズは、ほとんど差がない。 (2)

よって、十分大きな枝のサイズにおいて

- Connected は増加数よりも減少数の合計が大きい。
 - Disconnected は減少数よりも増加数の合計が大きい。
 - Unconnected は増加数よりも減少数の合計が大きい。
 - Dis-Unconnected は増加数よりも減少数の合計が大きい。
- (3)

0.6 row $n \rightarrow \infty$



(2)(3) より

Equal branch size \Rightarrow Increase and decrease is not equal

これは (1) と矛盾する。

(1) より

Increase and decrease is equal \Rightarrow Branch sizes are not equal

これは (2) と矛盾する。