Electron Mass and Proton Mass:

The Derivation

Helmut Söllinger

Vienna/Austria, February 2022

Abstract:

By using the concept of matter waves and the resulting limit velocities for particle movements the author comes to a calculative mass ${m_{gx}}^2 = \frac{h^2}{GRm_x}$. This mass and three other calculative masses formed by physical constants, among them the Planck mass (${m_x}^2 = m_e * m_p$, ${m_{pl}}^2 = \frac{ch}{G}$, ${m_{eq}}^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o G}$) help the author to form the following highly symmetrical proportion:

$$\frac{{m_{gx}}^2}{{m_x}^2} = \frac{{m_{pl}}^2}{{m_{eq}}^2}$$

Inserting into this relation the underlying physical constants, forming the calculative masses, we get the following equation:

$$\frac{{m_{gx}}^2}{{m_x}^2} = \frac{h^2}{GR{m_x}^3} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} = \frac{{m_{pl}}^2}{{m_{eq}}^2}$$

And in fact it was the author's intention to derive this equation ${m_e}^3 * {m_p}^3 = [\frac{e^2h}{4\pi\epsilon_o cGR}]^2$, which he found 2012 through systematic numerical investigations.

$$m_{gx}^2 = h^2/GRm_x \qquad\qquad m_{pl}^2 = ch/G$$

$$m_{gx}^2/\,m_x^2 = m_{pl}^2/\,m_{eq}^2$$

$$m_x^2 = m_e * m_p \qquad\qquad m_{eq}^2 = e^2/4\pi\epsilon_o G$$

$$m_{gx}^2/\,m_x^2 = h^2/GR\,m_x^3 = 2\pi/\alpha$$

$$2\pi/\alpha = 4\pi\epsilon_o ch/e^2 = m_{pl}^2/\,m_{eq}^2$$

$$m_x^3 = \alpha/2\pi * (h^2/GR) =$$

$$m_x^3 = e^2h/4\pi\epsilon_o cGR$$

Introduction:

As already investigated systematically in the author's previous work "The Code of Nature", the values of the electron mass and the proton mass (m_e and m_p) can be represented in a convincing manner by five physical constants plus a time-varying parameter. The five constants are the elementary electric charge e, the vacuum electric permittivity ϵ_o, the Planck constant h, the speed of light c and the gravitational constant G (see [1]). As a time-varying parameter, either the Hubble radius R or the Hubble constant H can be used. The straightforwardness and simplicity of the relation as found by the author in 2012 speak for themselves:

$$m_e{}^3 * m_p{}^3 = [\,\frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR}\,]^2 = [\,\frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}\,]^2 \qquad (1)$$

In the past few years it was the author's intention to derive and interpret this relation systematically. In 2014 the author made an important step by his cosmological interpretation of this equation (see [2]). Now a matter wave based derivation of the equation above shall be elaborated.

Abkürzungen:

Lichtgeschwindigkeit $c = 2{,}9979 * 10^8 \ \frac{m}{s}$

Gravitationskonstante $G = 6{,}6743 * 10^{-11} \frac{m^3}{kgs^2}$

Plancksches Wirkungsquantum $h = 6{,}6261 * 10^{-34} \ \frac{kgm^2}{s}$

Masse des Elektrons $m_e = 9{,}1094 * 10^{-31}$ kg

Masse des Protons $m_p = 1{,}6726 * 10^{-27}$ kg

Masse $m_x = [\, m_e * m_p \,]^{1/2} = 3{,}9034 * 10^{-29}$ kg

Elementarladung $e = 1{,}6022 * 10^{-19}$ As

Coulomb-Konstante $k_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8{,}9876 * 10^9 \ \frac{kgm^3}{A^2s^4}$

Hubble-Konstante $H = 2{,}33 * 10^{-18} \ \frac{1}{s}$

Hubble-Radius $R = \frac{c}{H} = 1{,}285 * 10^{26}$ m

Feinstrukturkonstante $\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 ch} = \frac{1}{137{,}036}$

$\frac{2\pi}{\alpha} = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} = \frac{2\pi * 137{,}036}{1} = 861{,}023$

$\frac{m_p}{m_e} = 1836{,}153$

Untersuchung:

Am Anfang unserer Untersuchung soll die berühmte Idee von Louis de Broglie zu den Materiewellen stehen. Wie Louis de Broglie eindrucksvoll gezeigt hat, kann jedem Partikel wie z.B. einem Elektron eine Welle zugeordnet werden, deren Wellenlänge λ vom Impuls p des Partikels abhängig ist (siehe [3]):

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (2)$$

Bewegt sich das Partikel mit einer Geschwindigkeit v deren Betrag sehr klein ist im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit c, so kann der nicht relativistische Impuls $p = mv$ (m sei die Ruhemasse des Partikels) in Gleichung (2) eingehen und die Wellenlänge der Materiewelle ergibt sich zu:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad (3)$$

Als weitere Basis unserer Untersuchung soll die Unterscheidung zwischen Gruppengeschwindigkeit und Phasengeschwindigkeit bei Wellenpaketen dienen. Wellenpakete bestehen aus Wellen unterschiedlicher Frequenz und Wellenlänge eines Frequenzbandes, wobei sich die Geschwindigkeit mit der sich einzelne Wellenkomponenten oder Frequenzen fortpflanzen wesentlich von der Geschwindigkeit der Einhüllenden des Wellenpaketes unterscheiden kann. Man bezeichnet die Geschwindigkeit einer einzelnen Frequenzkomponente als Phasengeschwindigkeit und die Geschwindigkeit des einhüllenden Wellenpakets als Gruppengeschwindigkeit. Signale und Informationen werden immer mit der Gruppengeschwindigkeit übertragen, da eine einzelne harmonische Welle nicht zur Informationsübertragung geeignet ist (siehe [4]).

Gemäß Einsteins Relativitätstheorie muss die Informations- oder Energieübertragung stets mit Geschwindigkeiten erfolgen, die kleiner als die Lichtgeschwindigkeit sind, weshalb die Gruppengeschwindigkeit v_g die Lichtgeschwindigkeit nicht überschreiten kann:

$$v_g \leq c \qquad (4)$$

Im Gegensatz dazu kann die Phasengeschwindigkeit v_{ph} die Lichtgeschwindigkeit überschreiten, weil eine einzelne harmonische Welle nicht zur Informations- oder Energieübertragung geeignet ist.

Wie Quelle [5] auf Seite 97 und 98 zeigt, ist die Phasengeschwindigkeit von Materiewellen gleich dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit geteilt durch die Teilchengeschwindigkeit, welche der Gruppengeschwindigkeit entspricht:

$$v_{ph} = \frac{c^2}{v_g} \qquad (5)$$

Für unsere weiteren Überlegungen sollen die Phasengeschwindigkeit und die Gruppengeschwindigkeit von Materiewellen bzw. Wellenpaketen gemäß (5) verwendet werden. Da Materiewellen der Informations- und Energieübertragung dienen können, muss es sich bei der in Formel (3) verwendeten Geschwindigkeit zur Berechnung der Wellenlänge um die Gruppengeschwindigkeit der Materiewelle handeln. Der Impuls zur Ermittlung der klassischen De-Broglie-Wellenlänge wird demnach mit der Gruppengeschwindigkeit der Materiewelle zu berechnen sein:

$$\lambda = \frac{h}{mv_g} \qquad (6)$$

Die Phasengeschwindigkeit, die wir den Materiewellen zuordnen, soll also die Bedingung (5) erfüllen. Nur mit Bedingung (5) wird es uns in der Folge gelingen, die Gleichung $m_x{}^3 = \frac{e^2h}{4\pi\epsilon_0 cGR} = \frac{e^2Hh}{4\pi\epsilon_0 c^2G}$ durch das Konzept der Materiewellen herzuleiten ($m_x = [\, m_e * m_p \,]^{1/2}$).

Die Fragen die uns auf den Weg dazu geleiten sind:

Wie groß kann die Materiewellenlänge eines Teilchens maximal werden und was ist die entsprechende Gruppengeschwindigkeit dazu? Wie groß ist gemäß (5) die zu dieser Gruppengeschwindigkeit korrespondierende Phasengeschwindigkeit?

Gemäß (6) würde die Wellenlänge eines im Inertialsystem ruhenden Teilchens (v_g = 0) ins Unendliche wachsen, was aus verschiedenen Gründen nicht sein kann und darf. Ein sinnvolle theoretische obere Grenze für die Wellenlänge von Materiewellen bildet der sogenannte Hubble-Radius, errechnet mit der Hubble-Konstanten und der Lichtgeschwindigkeit:

$$\lambda_{\max} = R = \frac{c}{H} \qquad (7)$$

Ein Partikel bzw. eine Materiewelle mit einer Wellenlänge größer als R ist insofern schwer vorstellbar, als es dann einen momentanen kausalen Zusammenhang über diese Entfernung hinaus geben müsste. Anders als bei kosmologischen Prozessen, wo sich Lichtquanten oder Gravitationswellen zwischen weit entfernten Objekten „nur“ mit Lichtgeschwindigkeit bewegen und damit Milliarden von Jahren unterwegs sein können, bevor sie vom Messinstrument des Beobachters erfasst werden, sind bei Materiewellen quantenmechanische Phänomene zu berücksichtigen.

Stellen wir uns ein fast ruhendes Elektron mit einer ultralangen Wellenlänge vor, welches von einem anderen sehr schnellen Objekt getroffen wird. In diesem Fall wird das fast ruhende Elektron augenblicklich auf eine sehr hohe Geschwindigkeit beschleunigt und seine Wellenlänge reduziert sich plötzlich von ultralang auf ultrakurz. Dieser Vorgang kann keine Milliarden Jahre dauern, sondern der Stoß reduziert die Wellenlänge des Elektrons augenblicklich und spukhaft schnell. Der Stoß sollte also seine Wirkung augenblicklich über die Distanz der ultralangen Wellenlänge zeigen. Dies war mit dem Ausdruck des momentanen kausalen Zusammenhangs über R hinaus gemeint.

Während also die physikalische Beschreibung eines kosmologischen Prozesses vom verwendeten kosmologischen Modell und der zeitlichen Entwicklung seiner Parameter abhängt, sollten bei einer quantenmechanischen Beschreibung für gegenwärtige Prozesse auch nur gegenwärtig messbare Parameter eingehen. Mangels Alternative wird also die Hubble-Konstante für die Berechnung der theoretischen Obergrenze der Wellenlänge einer Materiewelle herangezogen. Und außerdem ganz pragmatisch im Sinne der Zielerreichung gedacht: Nur mit Hilfe der Hubble-Konstanten ist es dem Autor gelungen, den vor Jahren per Dimensionsanalyse gefundenen numerischen Zusammenhang $m_x{}^3 = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR} = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}$ herzuleiten.

In diesem Sinne sei unter Verwendung von (7) die minimale theoretische Gruppengeschwindigkeit für eine Materiewelle:

$$v_{g\,\min} = \frac{h}{mR} = \frac{Hh}{cm} \qquad (8)$$

Die mit dieser Gruppengeschwindigkeit gemäß (5) korrespondierende maximale Phasengeschwindigkeit wird dann:

$$v_{ph\,\max} = \frac{c^2}{v_{g\,\min}} = \frac{c^2 mR}{h} = \frac{c^3 m}{Hh} \qquad (9)$$

Im Falle des Elektrons ergibt sich für diese Gruppengeschwindigkeit und diese Phasengeschwindigkeit

$$v_{ge} = \frac{Hh}{cm_e} = \frac{2{,}3338*10^{-18} * 6{,}6261*10^{-34}}{2{,}9979*10^{8} * 9{,}1094*10^{-31}} = 5{,}6625 * 10^{-30}\ \frac{m}{s} \qquad (10)$$

$$v_{ph,e} = \frac{c^3 m_e}{Hh} = \frac{(2{,}9979*10^{8})^3 * 9{,}1094*10^{-31}}{2{,}3338*10^{-18} * 6{,}6261*10^{-34}} = 1{,}5872 * 10^{46}\ \frac{m}{s} \qquad (11)$$

Im Falle des Protons ergibt sich für diese Gruppengeschwindigkeit und diese Phasengeschwindigkeit

$$v_{gp} = \frac{Hh}{cm_p} = \frac{2{,}3338*10^{-18} * 6{,}6261*10^{-34}}{2{,}9979*10^{8} * 1{,}6726*10^{-27}} = 3{,}0839 * 10^{-33}\ \frac{m}{s} \qquad (12)$$

$$v_{ph,p} = \frac{c^3 m_p}{Hh} = \frac{(2{,}9979*10^{8})^3 * 1{,}6726*10^{-27}}{2{,}3338*10^{-18} * 6{,}6261*10^{-34}} = 2{,}9144 * 10^{49}\ \frac{m}{s} \qquad (13)$$

Um ein Gefühl für die ermittelten Werte der max. Phasengeschwindigkeiten bzw. der min. Gruppengeschwindigkeiten zu bekommen, ist es hilfreich diese auf konkrete Distanzen zu beziehen oder mit bestimmten Laufzeiten zu multiplizieren. So stellt sich die Frage**:** Welche Zeit t_R benötigt die ermittelte Phase der Materiewelle um den Hubble-Radius zu durchqueren?

$$t_R = \frac{R}{v_{ph}} = \frac{h}{c^2 m} \qquad (14)$$

Interessant ist, dass diese Laufzeit multipliziert mit der Lichtgeschwindigkeit die Comptonwellenlänge λ_c des betreffenden Teilchens ergibt:

$$c * t_R = \frac{h}{cm} = \lambda_c \qquad (15)$$

Während eine Phase des Teilchens also den Hubble-Radius durchquert, legt Licht in derselben Zeit die Strecke einer Comptonwellenlänge des Teilchens zurück.

Für das Elektron ergibt sich folgende Phasenlaufzeit:

$$t_{R,e} = \frac{h}{c^2 m_e} = \frac{6{,}6261*10^{-34}}{(2{,}9979*10^{8})^2 * 9{,}1094*10^{-31}} = 8{,}0933 * 10^{-21}\ s \qquad (16)$$

Für das Proton ergibt sich folgende Phasenlaufzeit:

$$t_{R,p} = \frac{h}{c^2 m_p} = \frac{6{,}6261*10^{-34}}{(2{,}9979*10^{8})^2 * 1{,}6726*10^{-27}} = 4{,}4077 * 10^{-24}\ s \qquad (17)$$

Während die ermittelten Phasen- bzw. Gruppengeschwindigkeiten ungeheuer große bzw. kleine Beträge aufweisen sind die ermittelten Laufzeiten t_R durchaus von in der Teilchenphysik bekannten Größenordnungen. Beispielsweise beträgt die durchschnittliche Lebensdauer für ein Higgs-Boson ca. 10^{-22} s oder für ein Z-Bosonen $4*10^{-25}$ s.

Im Vergleich zur Phase der Materiewelle würde das Teilchen selbst, wenn es theoretisch mit obig ermittelter minimaler Gruppengeschwindigkeit unterwegs wäre, in der Zeit t_R folgende Strecke zurücklegen:

$$l_g = v_g * t_R = \frac{h}{mR} * \frac{h}{c^2 m} = \frac{h^2}{c^2 m^2 R} = \frac{Hh^2}{c^3 m^2} = \frac{{\lambda_c}^2}{R} = \frac{H{\lambda_c}^2}{c} \qquad (18)$$

Im Falle des Elektrons würde diese Strecke folgenden Wert annehmen:

$$l_{g,e} = \frac{Hh^2}{c^3 m_e{}^2} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{(2{,}9979*10^8)^3*(9{,}1094*10^{-31})^2} = 4{,}5828*10^{-50}\ \mathrm{m} \qquad (19)$$

Im Falle des Protons würde diese Strecke folgenden Wert annehmen:

$$l_{g,p} = \frac{Hh^2}{c^3 m_p{}^2} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{(2{,}9979*10^8)^3*(1{,}6726*10^{-27})^2} = 1{,}3593*10^{-56}\ \mathrm{m} \qquad (20)$$

Die Strecke l_g erhält man übrigens auch, wenn man (9) in (3) einsetzt, also eine Wellenlänge mit der Phasengeschwindigkeit v_{ph} bildet (was für die Fortbewegung das Teilchen selber nicht erlaubt ist, da $v_{ph} > c$, dieses λ_{ph} bzw. l_g kann also nur mit Bezug auf die Phase der Materiewelle gesehen werden):

$$\lambda_{ph} = \frac{h}{v_{ph} m} = \frac{h^2}{c^2 m^2 R} = \frac{Hh^2}{c^3 m^2} = \frac{\lambda_c{}^2}{R} = \frac{H\lambda_c{}^2}{c} = l_g \quad \Rightarrow \quad \mathbf{l_g R = \lambda_c{}^2} \qquad (21)$$

Interessant ist, dass diese minimale Strecke l_g multipliziert mit dem Hubble-Radius R das Quadrat der Comptonwellenlänge λ_c des Teilchens ergibt. Das sind bemerkenswerte Symmetrien, die hier zu Tage treten.

Was jetzt noch fehlt zur Herleitung von $m_x{}^3 = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR} = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}$ ist ein Bezug auf die Gravitationsphysik, schließlich kommt die Gravitationskonstante G in der angepeilten Formel vor. Dieser Bezug lässt sich über die sogenannte Kreisbahngeschwindigkeit gewinnen:

$$v^2 = \frac{GM}{r} \qquad (22)$$

Damit ein Objekt im Abstand r auf einer Kreisbahn um den Schwerpunkt eines Himmelskörpers (z.B. die Erde) mit Masse M kreisen kann, benötigt es eine Geschwindigkeit v. Umgekehrt ergibt sich der Radius der Kreisbahn in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit des Objektes im Orbit.

Diese Beziehung kann fiktiv auch auf eine Partikelmasse m und die Lichtgeschwindigkeit als Kreisbahngeschwindigkeit angewendet werden:

$$r = \frac{Gm}{c^2} \qquad (23)$$

Dagegen kann eingewendet werden, dass sobald sich die Kreisbahngeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit annähert die allgemeine Relativitätstheorie anzuwenden ist und die Kreisbahn zum Ereignishorizont mit Betrag $r = \frac{2Gm}{c^2}$ wird. Diesbezüglich ist allerdings zu bedenken, dass ein Partikel, dessen Masse kleiner ist, als die sogenannte Planckmasse m_{pl} ($m_{pl}{}^2 = \frac{ch}{G}$) kein schwarzes Loch mit Ereignishorizont bilden kann. Elektronen und Protonen emittieren im Gegensatz zu schwarzen Löchern ja Lichtquanten. Außerdem ganz pragmatisch gedacht, kommt es bei der Herleitung von m_x primär auf die Struktur der (Kreisbahn)-Formel an und die ist bis auf einen Faktor 2 dieselbe bei Newton und Einstein.

Nachdem die Formel $m_x{}^3 = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR}$ nach geeigneter Umformung auch das Verhältnis der Stärke der elektromagnetischen zur gravitativen Kraft zwischen einem Proton und einem Elektron $\frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o G m_e m_p} = \frac{m_x cR}{h}$ enthält (da: $m_x = [\, m_e * m_p \,]^{1/2}$), kann der Faktor 4π zur Gänze dem

Elektromagnetismus entstammen und muss nicht zum Teil aus der Gravitationsphysik hergeleitet werden.

In diesem Sinne ergibt sich ein fiktiver Kreisbahnradius r für ein Partikel gemäß (23), der ins Verhältnis zu λ_{ph} bzw. l_g nach (21) gesetzt werden kann

$$\frac{\lambda_{ph}}{r} = \frac{l_g}{r} = \frac{h^2}{c^2 m^2 R} / \frac{Gm}{c^2} = \frac{h^2}{GRm^3} = \frac{Hh^2}{cGm^3} \qquad (24)$$

Im Falle des Elektrons ergibt das Verhältnis von l_g/r:

$$\frac{\lambda_{ph,e}}{r_e} = \frac{l_{g,e}}{r_e} = \frac{h^2}{GRm_e{}^3} = \frac{Hh^2}{cGm_e{}^3} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{2{,}9979*10^8*6{,}6743*10^{-11}*(9{,}1094*10^{-31})^3} = 6{,}7745*10^7 = \mathbf{a} \qquad (25)$$

Im Falle des Protons ergibt das Verhältnis von l_g/r:

$$\frac{\lambda_{ph,p}}{r_p} = \frac{l_{g,p}}{r_p} = \frac{h^2}{GRm_p{}^3} = \frac{Hh^2}{cGm_p{}^3} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{2{,}9979*10^8*6{,}6743*10^{-11}*(1{,}6726*10^{-27})^3} = 1{,}0943*10^{-2} = \mathbf{b} \qquad (26)$$

Mit (25) und (26) liegen bereits alle Zutaten für das Ziel unserer Herleitung vor. Wenn wir nämlich a aus (25) mit b aus (26) miteinander multiplizieren, ergibt sich das Quadrat der Zahl 861,023.

861,023 wiederum entspricht $2\pi/\alpha$. α ist die sogenannte Feinstrukturkonstante und ist in der Physik folgendermaßen definiert bzw. hat folgenden Wert:

$$\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 ch} = \frac{1}{137{,}036} \qquad (27)$$

Hier die restliche Herleitung im Detail:

$$a*b = 6{,}7745*10^7*1{,}0943*10^{-2} = 7{,}4136*10^5 = 861{,}023^2 = [\frac{2\pi}{\alpha}]^2 = [\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}]^2 \rightarrow$$

$$a*b = [\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}]^2 = \frac{h^2}{GRm_e{}^3}*\frac{h^2}{GRm_p{}^3} \rightarrow m_e{}^3*m_p{}^3 = [\frac{e^2}{4\pi\epsilon_o ch}*\frac{h^2}{GR}]^2 = [\frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR}]^2 = [\frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}]^2$$

$$\text{mit } \mathbf{m_e*m_p = m_x{}^2} \rightarrow \mathbf{m_x{}^3 = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR} = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}} \qquad \textbf{(28)}$$

Mit der bisher gewonnen Erfahrung kann die Formel (28) anstatt aus m_e und m_p direkt in wenigen Schritten aus m_x hergeleitet werden:

1. $m_x = (m_e*m_p)^{\frac{1}{2}} = (9{,}1094*10^{-31}*1{,}6726*10^{-27})^{\frac{1}{2}} = 3{,}9034*10^{-29}\ \text{kg}$
2. $v_{g,x} = \frac{h}{Rm_x} = \frac{Hh}{cm_x}$
3. $v_{ph,x} = \frac{c^2}{v_{g,x}} = \frac{c^2 m_x R}{h} = \frac{c^3 m_x}{Hh}$
4. $\lambda_{ph,x} = \frac{h}{v_{ph,x} m_x} = \frac{h^2}{c^2 m_x{}^2 R} = \frac{Hh^2}{c^3 m_x{}^2}$
5. $r_x = \frac{Gm_x}{c^2}$
6. $\frac{\lambda_{ph,x}}{r_x} = \frac{Hh^2}{cGm_x{}^3} = \frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{2{,}9979*10^8*6{,}6743*10^{-11}*(3{,}9034*10^{-29})^3} = 861{,}023 = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} \rightarrow$
7. $\frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} \rightarrow \mathbf{m_x{}^3 = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR} = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G}}$ **(29)**

<u>Diskussion der Ergebnisse:</u>

Auf S. 14 der Arbeit „Units and Reality“ [6] hat der Autor durch Transformation der Einheitssysteme folgende Näherung für die Protonenmasse gefunden:

$$m_p{}^3 \approx \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3} * \frac{h^2}{GR} \qquad (30)$$

Unter Berücksichtigung, dass $\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3} = 90{,}5058$ ist, kann (30) in eine zu (26) analoge Form gebracht werden und mit dem b aus (26) verglichen werden:

$$\frac{h^2}{GRm_p{}^3} = \frac{1}{90{,}5058} = 1{,}1049 * 10^{-2} \approx \mathbf{b} \text{ aus } (26) = 1{,}0943 * 10^{-2}$$

Die Näherung aus „Units and Reality“ mit $\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3}$ für 1/b stimmt auf 0,96 % genau (die Näherung ist etwas größer) und bestätigt eindrucksvoll die in dieser Arbeit geäußerte Vermutung, dass durch Transformation des Einheitssystems physikalische Zusammenhänge aufgedeckt werden können.

Die zur Protonenmassennäherung korrespondierende Näherung für die Elektronenmasse ist:

$$m_e{}^3 \approx \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{-8/3} * \frac{h^2}{GR} \qquad (31)$$

$$\frac{h^2}{GRm_e{}^3} = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{-8/3}} = \frac{1}{1{,}4904*10^{-8}} = 6{,}7097 * 10^7 \approx \mathbf{a} \text{ aus } (25) = 6{,}7745 * 10^7$$

Die korrespondierende Näherung mit $\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{-8/3}$ für 1/a stimmt ebenfalls auf 0,96 % genau, allerdings ist hier die Näherung um 0,96% kleiner. Wenn man deshalb die Näherungen (30) und (31) miteinander multipliziert, kommt man exakt auf die herzuleitende Formel (29):

$$m_e{}^3 * m_p{}^3 = \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{-8/3} * \left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^{2/3} * \left[\frac{h^2}{GR}\right]^2 = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 * \left[\frac{h^2}{GR}\right]^2 = m_x{}^6 \Rightarrow$$

$$m_x{}^3 = \frac{\alpha}{2\pi} * \frac{h^2}{GR} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o ch} * \frac{h^2}{GR} = \frac{e^2 h}{4\pi\epsilon_o cGR}$$

Betrachtet man den Kern der Herleitung von (29), welcher durch die Gleichung in Punkt 6. der Herleitung von oben

$$\frac{\lambda_{ph,x}}{r_x} = \frac{h^2}{c^2 m_x{}^2 R} \Big/ \frac{Gm_x}{c^2} = \frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{Hh^2}{cGm_x{}^3} = \frac{2{,}3338*10^{-18}*(6{,}6261*10^{-34})^2}{2{,}9979*10^8*6{,}6743*10^{-11}*(3{,}9034*10^{-29})^3} = 861{,}023 = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}$$

repräsentiert wird, so fällt auf, dass das Verhältnis zweier charakteristischer Längen $\frac{\lambda_{ph,x}}{r_x}$ eine dimensionslose Zahl $\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}$ ergibt, welche für den Elektromagnetismus steht.

$\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}$ entspricht $\frac{2\pi}{\alpha}$, beinhaltet also die sogenannte Feinstrukturkonstante $\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 ch} = \frac{1}{137{,}036}$.
$\lambda_{ph,x} = \frac{h^2}{c^2 m_x{}^2 R} = \frac{\lambda_{c,x}{}^2}{R}$ stellt die Wellenlänge der Phase einer Materiewelle dar und entspricht dem

Quadrat der Comptonwellenlänge der Masse m_x geteilt durch den Hubble-Radius. $\lambda_{ph,x}$ kombiniert also einen quantenphysikalischen mit einem kosmologischen Parameter, beschreibt also eine Welle von kosmologischer Wirkung.

$r_x = \frac{Gm_x}{c^2}$ stellt den der Lichtgeschwindigkeit zugeordneten Kreisbahnradius zur Masse m_x dar. r_x kombiniert also eine gravitative Größe mit einer Masse, die das geometrische Mittel aus Elektronen- und Protonenmasse darstellt, steht also für die Gravitation im sehr kleinen Maßstab.

Der Quotient $\frac{\lambda_{ph,x}}{r_x} = \frac{h^2}{GRm_x{}^3}$ gebildet aus der quantenphysikalischen Konstanten h, der gravitationsphysikalischen Konstanten G, der kosmologischen Konstanten H (R = c/H) und den Teilchenmassen m_e und m_p ($m_x = (m_e * m_p)^{\frac{1}{2}}$) ergibt jene dimensionslose Zahl $\frac{2\pi}{\alpha} = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2}$, die aus den Konstanten gebildet werden kann, welche den Elektromagnetismus beschreiben. Dies sind die Elementarladung e, die Lichtgeschwindigkeit c, das Plancksche Wirkungsquantum h, sowie die Coulomb-Konstante $k_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Interessant ist, dass das Plancksche Wirkungsquantum h als einzige Konstante auf beiden Seiten von $\frac{2\pi}{\alpha}$ in der Gleichung auftaucht, links mit der Masse m_x (bzw. m_e und m_p) sowie rechts mit der Ladung e:

$$\frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} \qquad (32)$$

Da die Quantenmechanik sowohl die Teilchenphysik als auch den Elektromagnetismus beeinflusst, ist es aber plausibel, dass das Plancksche Wirkungsquantum h auf beiden Seiten aufscheint.

Wenn man die beiden Seiten der Gleichung hinsichtlich der Potenzzahlen betrachtet, fällt eine gewisse Asymmetrie auf. Die Masse m_x tritt in der 3.Potenz auf, die Elementarladung e nur in der 2.Potenz. Außerdem steht links das Quadrat von h, rechts nur h. Diese scheinbare Asymmetrie kann aber zum Verschwinden gebracht werden, indem man beim linken Term der Gleichung berücksichtigt, dass für die Gruppengeschwindigkeit gilt: $v_{g,x} = \frac{h}{Rm_x}$.

links: $$\frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{v_{g,x}h}{Gm_x{}^2} = \frac{v_{g,x}h}{Gm_pm_e} = \frac{v_{g,x}h}{1} * \frac{1}{Gm_pm_e} = \frac{2\pi}{\alpha} \qquad (33)$$

rechts: $$\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} = \frac{ch}{1} * \frac{4\pi\epsilon_o}{e^2} = \frac{2\pi}{\alpha} \qquad (34)$$

Die linke Seite (33) ist - wie die gelb markierten Terme zeigen - in dieser Form wieder symmetrisch zur rechten Seite (34): Im Zähler steht das Produkt aus Gruppengeschwindigkeit und h (links) bzw. das Produkt aus Lichtgeschwindigkeit und h (rechts). Im Nenner links erscheint die Gravitation zwischen Proton und Elektron und rechts im Nenner die elektromagnetische Kraft zwischen zwei Elementarladungen.

$\frac{2\pi}{\alpha} = 861{,}023$ ist die Kopplungskonstante, die die linke Seite der Gleichung (32) mit der rechten verbindet, also die verschiedensten Teilbereiche der Physik zahlenmäßig miteinander verknüpft. Kopplungskonstanten sind in der Physik dimensionslose Kennzahlen, die die relative Stärke der Wechselwirkungen beschreiben. Da die Feinstrukturkonstante α als die Kopplungskonstante der

Elektromagnetischen Wechselwirkung gilt (siehe [7]), wird $\frac{2\pi}{\alpha}$ als die Kopplungskonstante der in dieser Arbeit hergeleiteten Gleichung bezeichnet.

Die Frage ist, ob diese Kopplungskonstante $\frac{2\pi}{\alpha}$ bzw. α einer zeitlichen Entwicklung unterliegt, also α eine Funktion der kosmischen Zeit ist oder tatsächlich einen konstanten Wert hat? Da bisher keine belastbaren Fakten für ein zeitlich veränderliches α vorliegen, ist bis auf weiteres von einem zeitlich konstanten α auszugehen. Dass α und die anderen Kopplungskonstanten der fundamentalen Wechselwirkungen hingegen energieabhängig sind, gilt in der Physik als weitgehend anerkannt [8]. Wie die ebenfalls anerkannte zeitliche Veränderlichkeit des Hubble-Radius R bzw. der Hubble-Konstanten H auf der linken Seite der Gleichung (32) mit einem zeitlich konstanten α in Einklang gebracht werden kann, hat der Autor im Detail in [2] untersucht.

Um im Detail zu analysieren, wie sich der Wert von α auf die Teilchenmassen auswirkt, sollen die Gleichungen (32) bzw. (33) und (34) weiter umgeformt werden:

$$\frac{Gm_{gx}^2}{Gm_p m_e} = \left(G.\frac{v_{g,x}h}{G}\right) * \frac{1}{Gm_p m_e} = \frac{v_{g,x}h}{1} * \frac{1}{Gm_p m_e} = \frac{h^2}{GRm_x{}^3} = \frac{2\pi}{\alpha} =$$

$$\frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} = \frac{ch}{1} * \frac{4\pi\epsilon_o}{e^2} = (G.\frac{ch}{G}) * (\frac{1}{G} * \frac{4\pi\epsilon_o G}{e^2}) = \frac{Gm_{pl}^2}{Gm_{eq}^2} \Rightarrow$$

$$\frac{Gm_{gx}^2}{Gm_p m_e} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{Gm_{pl}^2}{Gm_{eq}^2} \qquad (35) \Rightarrow$$

$$\frac{m_{gx}}{m_x} = (\frac{2\pi}{\alpha})^{\frac{1}{2}} = 29{,}343 = \frac{m_{pl}}{m_{eq}} \qquad (36)$$

Wir haben aus (32) die Gleichung (36) mit jeweils zwei Massen auf der linken (m_{gx} und m_x) und der rechten Seite (m_{pl} und m_{eq}) geformt, die es zu erläutern gilt:

$$m_{pl}^2 = \frac{ch}{G} \qquad (37)$$

Die Masse m_{pl} ist die allgemein bekannte Planckmasse und wird aus der Lichtgeschwindigkeit c, dem Planckschen Wirkungsquantum h und der Gravitatsionskonstante G gebildet.

$$m_{gx}^2 = \frac{v_{g,x}h}{G} = \frac{h^2}{GRm_x} \qquad (38)$$

Die Masse m_{gx} wird in analoger Weise zur Planckmasse gebildet, allerdings mit der Gruppengeschwindigkeit $v_{g,x} = \frac{h}{Rm_x}$ von oben anstatt der Lichtgeschwindigkeit c. Ihr wollen wir im Rahmen dieser Arbeit (vorerst) keine reale Bedeutung zuordnen. Sie dient uns vielmehr dazu die Symmetrien der Gleichungen (35) und (36) auf einen Blick zu zeigen und so die in (1) nicht erkennbaren Symmetrien zu enthüllen.

$$m_x^2 = m_p * m_e \qquad (39)$$

Die Masse m_x steht für die Protonenmasse m_p und die Elektronenmasse m_e und dient unter anderem dazu die Formeln in dieser Arbeit mit möglichst niedrigen Potenzzahlen darzustellen.

$$m_{eq}^{2} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o G} \qquad (40)$$

Die Masse m_{eq} stellt das Masseäquivalent zur Elementarladung e dar, da zwei Massen der Größe m_{eq} sich gleich stark anziehen würden wie zwei Einheitsladungen mit unterschiedlichem Vorzeichen (z.B. e^- und e^+), sofern sie sich in gleich großen Abständen befinden würden.

Gleichung (35), also $\frac{Gm_{gx}^2}{Gm_p m_e} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{Gm_{pl}^2}{Gm_{eq}^2}$ ist insofern symmetrisch als das Verhältnis der Stärke der Gravitation zwischen zwei Massen m_{gx} zur Stärke der Gravitation zwischen Proton und Elektron sich so verhält wie das Verhältnis der Stärke der Gravitation zwischen zwei Planckmassen m_{pl} zur Stärke des Elektromagnetismus zwischen Proton und Elektron. In beiden Fällen beträgt das Verhältnis $\frac{2\pi}{\alpha} = 861{,}023$.

Was das absolute Niveau der Stärke der (Gravitations-)Terme auf beiden Seiten der Gleichung (35) betrifft, so herrscht ein großes Ungleichgewicht zugunsten der elektromagnetischen Seite: $\frac{Gm_{eq}^2}{Gm_p m_e} = \frac{Gm_{pl}^2}{Gm_{gx}^2} = 2{,}269 * 10^{39}$. $2{,}269 * 10^{39}$ entspricht der relativen Stärke von Elektromagnetismus zu Gravitation.

Interessant ist auch die Frage wie die Massenverhältnisse theoretisch sein müssten, damit die Kopplungskonstante in der Mitte der Gleichung $\frac{Gm_{gx}^2}{Gm_p m_e} = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{Gm_{pl}^2}{Gm_{eq}^2}$ den Wert 1 annehmen würde. Auf der rechten Seite ist die Sache insofern trivial, als m_{pl} gleich m_{eq} sein müsste. Gleichsetzung von (37) und (40) ergibt:

$$m_{pl}^2 = m_{eq}^2 \;\Rightarrow\; \frac{ch}{G} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o G} \;\Rightarrow\; \frac{4\pi\epsilon_o ch}{e^2} = 1 = \frac{2\pi}{\alpha_{th}} \;\Rightarrow\; \alpha_{th} = 2\pi$$

Damit m_{pl} gleich m_{eq} ist, müsste die Feinstrukturkonstante α_{th} theoretisch den Wert 2π annehmen.

Auf der linken Seite ist die Angelegenheit etwas subtiler. Gleichsetzung von (38) und (39) ergibt:

1. $m_x^2 = m_{gx}^2 \;\Rightarrow\; m_x^2 = \frac{h^2}{GRm_x} \;\Rightarrow\; m_{x,th}^3 = \frac{h^2}{GR} = \frac{(6{,}6261*10^{-34})^2}{6{,}6743*10^{-11}*1{,}285*10^{26}} = 5{,}1209 * 10^{-83}$
   $\Rightarrow m_{x,th} = 3{,}7135 * 10^{-28}\ \mathrm{kg}$
2. $m_x^2 = m_{gx}^2 \;\Rightarrow\; \frac{v_{g,x}h}{G} = m_x^2 \;\Rightarrow\; v_{g,x,th} = \frac{h}{R_{th}m_x} = \frac{H_{th}h}{cm_x} = \frac{Gm_x^2}{h} \;\Rightarrow\; H_{th} = \frac{cGm_x^3}{h^2} \;\Rightarrow$
   $H_{th} = \frac{cGm_x^3}{h^2} = \frac{2{,}9979*10^8*6{,}6743*10^{-11}*(3{,}9034*10^{-29})^3}{(6{,}6261*10^{-34})^2} = 2{,}7105 * 10^{-21}\,\frac{1}{s}$

Damit die Kopplungskonstante in der Mitte der Gleichung (35) den Wert 1 hätte, müsste α theoretisch um den Faktor $\frac{\alpha_{th}}{\alpha} = \frac{2\pi*137{,}036}{1} = 861{,}023$ größer sein. Außerdem müsste – wenn man von der theoretischen Möglichkeit eines c oder h oder G mit anderem Wert absieht - entweder m_x theoretisch um den Faktor $\frac{m_{x,th}}{m_x} = \frac{3{,}7135*10^{-28}}{3{,}9034*10^{-29}} = 9{,}5135 = 861{,}023^{1/3}$ größer oder H theoretisch um den Faktor $\frac{H}{H_{th}} = \frac{2{,}3338*10^{-18}}{2{,}7105*10^{-21}} = 861{,}023$ kleiner sein. Dass dem so ist wird auf einen Blick ersichtlich, wenn man Gleichung (29) etwas umformt:

$$m_x^3 = \frac{e^2 Hh}{4\pi\epsilon_o c^2 G} = \frac{\alpha Hh^2}{2\pi cG} = \frac{Hh^2}{861{,}023*cG} \qquad (41)$$

Aus (41) würde dann entweder $m_{x,th}{}^3 = \frac{Hh^2}{cG} = \frac{h^2}{RG}$ oder $m_x{}^3 = \frac{H_{th}h^2}{cG} = \frac{h^2}{R_{th}G}$. Das würde aber bedeuten, dass die Konstanten, die den Elektromagnetismus beschreiben aus der Gleichung eliminiert wären. Welche Eigenschaften ein theoretisches Universum hätte, das diese reduzierten Gleichungen erfüllen würde, müsste man sich im Detail überlegen. Wenn man berücksichtigt, dass die Kopplungskonstante α bei höheren Energien zunimmt, dann müsste das ein Universum mit einer vielfach höheren Energiedichte als der unseres vertrauten Kosmos sein. Ob in einem solchen Universum die Elektromagnetische Kraft bereits mit den anderen Grundkräften vereint wäre, müsste man genau untersuchen.

Setzt man die reduzierte Gleichung $m_{x,th}{}^3 = \frac{Hh^2}{cG} = \frac{h^2}{RG}$ oder $m_{x,th} = \frac{h^{2/3}}{R^{1/3}G^{1/3}}$ in die Gleichung für die minimale Gruppengeschwindigkeit $v_{g,x} = \frac{h}{Rm_x}$ ein, so ergibt sich $v_{g,x,th} = \frac{h}{Rm_{x,th}} = \frac{G^{1/3}h^{1/3}}{R^{2/3}}$. Diese theoretische minimale Gruppengeschwindigkeit in die Formel (23) für die Kreisbahngeschwindigkeit eingesetzt, ergibt einen theoretischen Kreisbahnradius $r_{th} = \frac{Gm_{x,th}}{v_{g,x,th}{}^2} = G * \frac{h^{\frac{2}{3}}}{R^{\frac{1}{3}}G^{\frac{1}{3}}} * \frac{R^{\frac{4}{3}}}{G^{\frac{2}{3}}h^{\frac{2}{3}}} = R$. Ein solches Universum wäre dahingehend symmetrisch, als die minimale mögliche Gruppengeschwindigkeit für ein Partikel der Masse $m_{x,th}$ der Kreisbahngeschwindigkeit um dieses Partikel im Abstand des Hubble-Radius entsprechen würde. Aber offensichtlich muss diese Symmetrie wie in (29) gebrochen sein, damit der Kosmos jener ist, in dem wir leben.

Den Abschluss sollen ein paar Überlegungen zur Phasengeschwindigkeit der Materiewelle bilden. Wie wir oben bereits erörtert haben, wird ein fast ruhendes Teilchen mit einer ultralangen Wellenlänge, welches von einem anderen sehr schnellen Objekt getroffen wird, augenblicklich auf eine sehr hohe Geschwindigkeit beschleunigt und seine Wellenlänge reduziert sich plötzlich von ultralang auf ultrakurz. Dieser Vorgang kann keine Milliarden Jahre dauern, sondern der Stoß reduziert die Wellenlänge des Elektrons augenblicklich und spukhaft schnell. Der Stoß sollte also seine Wirkung augenblicklich über die Distanz der ultralangen Wellenlänge zeigen.

Wie wir oben mit dem Hubble-Radius berechnet haben, ist die maximal mögliche Phasengeschwindigkeit für eine Materiewelle der Masse m_x ebenfalls spukhaft schnell:

$$v_{ph,x} = \frac{c^2}{v_{g,x}} = \frac{c^2 m_x R}{h} = \frac{c^3 m_x}{Hh} = \frac{(2{,}9979*10^8)^3 * 3{,}9034*10^{-29}}{2{,}3338*10^{-18} * 6{,}6261*10^{-34}} = 6{,}8013 * 10^{47} \ \frac{m}{s} \quad (42)$$

Wenn man bedenkt, dass bei einem Stoß ein fast ruhendes Teilchen seine Wellenlänge augenblicklich verkürzen sollte, wäre es doch naheliegend, wenn dieser Vorgang mit der Phasengeschwindigkeit erfolgen würde. Schließlich ist eine Phase mit maximaler Geschwindigkeit in der Lage den Hubble-Radius in ca. 10^{-22} s zu durchqueren:

$$t_{ph,x} = \frac{R}{v_{ph,x}} = \frac{h}{c^2 m_x} = \frac{6{,}6261*10^{-34}}{(2{,}9979*10^8)^2 * 3{,}9034*10^{-29}} = 1{,}8887 * 10^{-22} \ s$$

Da die Quantenmechanik zudem die Verschränkung zweier Teilchen in der Art zulässt, dass sie durch eine gemeinsame Wellengleichung beschrieben werden können, kann eine Messung an einem der verschränkten Teilchen augenblicklich auch den Zustand des zweiten Teilchens beeinflussen. Einstein, dem dieses Phänomen missfiel, hat es als „spukhafte Fernwirkung“ bezeichnet (siehe [9]) und als Kritik zur Quantenmechanik angebracht.

Wenn wir die bisherigen Überlegungen zur Phasengeschwindigkeit weiterdenken, wäre es dann nicht naheliegend, dass hinter der „spukhaften Fernwirkung“ die Phasengeschwindigkeit steckt. Wenn mehrere verschränkte Partikel auf einer Welle „surfen“ können, warum sollten dann nicht die Phasen dieser Welle sie fast gleichzeitig „schaukeln“ können. Materiewellen sind, wie wir oben erörtert haben, eben keine lokalen Phänomene, sondern können im Extremfall kosmische Dimensionen erreichen. Ist das die Nichtlokalität, die die „spukhaften Fernwirkung“ bewirkt?

Sollte dies der Fall sein, so stellt sich die Frage: Gibt es die „spukhafte Fernwirkung“ in unterschiedlichen Geschwindigkeiten, oder tritt diese mit einer immer gleichen Geschwindigkeit (zumindest im Vakuum) auf, in Analogie zum Licht, das sich im Vakuum mit der immer gleichen Geschwindigkeit $c = 2{,}9979 * 10^8 \ \frac{m}{s}$ bewegt.

Sollte es eine „spukhaften Fernwirkung“ mit Standardgeschwindigkeit geben, dann wäre meine Favoritin für diese Geschwindigkeit die in Gleichung (42) angeführte:

$v_{ph,x} = \frac{c^2 m_x R}{h} = 6{,}8013 * 10^{47} \ \frac{m}{s}$, denn sie wird mit m_x gebildet, enthält also genauso wie die hier hergeleitete Formel (29) sowohl die Elektronenmasse als auch die Protonenmasse und wäre von der tatsächlichen Teilchenmasse und Gruppengeschwindigkeit unabhängig und eine Naturkonstante. Dafür würde sprechen, dass auch zwischen verschränkten Photonen, die „spukhafte Fernwirkung“ zum Tragen kommt. Für Photonen deren Gruppengeschwindigkeit v_g = c beträgt, würde eine Berechnung der Phasengeschwindigkeit über $v_{ph} = \frac{c^2}{v_g}$ wieder c ergeben und wäre deshalb messbar und nicht mehr spukhaft schnell. Auch sehr schnell bewegte Teilchen mit Gruppengeschwindigkeiten annähernd der Lichtgeschwindigkeit hätten demnach eine zu niedrige Phasengeschwindigkeit um sie als spukhaft schnell zu bezeichnen.

Das Verhältnis der Phasengeschwindigkeit $v_{ph,x}$ zur Lichtgeschwindigkeit c

$\frac{v_{ph,x}}{c} = \frac{c m_x R}{h} = \frac{6{,}8013*10^{47}}{2{,}9979*10^8} = 2{,}269 * 10^{39} = \frac{G {m_{eq}}^2}{G m_p m_e} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p m_e} = \frac{F_e}{F_g}$ entspricht übrigens mit $2{,}269 * 10^{39}$ genau der relativen Stärke von Elektromagnetismus zu Gravitation und ist ebenfalls implizit in Formel (29) enthalten.

Zugegeben diese Überlegungen zur „spukhafte Fernwirkung“ sind sehr spekulativ. Aber Ziel der Physik war es ja immer irgendwelchem noch ungeklärtem Spuk ein Ende zu bereiten und ihn durch eine physikalische Erklärung zu ersetzen. Irgendwer muss damit beginnen, selbst auf die Gefahr hin, dass der erste Ansatz sich als falsch herausstellen könnte und ihn künftig bessere Erklärungen ersetzen könnten.

Aber primäres Ziel der gegenständlichen Arbeit war es ja nicht die „spukhafte Fernwirkung“ zu erklären, sondern Formel (1) mit Hilfe des Konzepts der Materiewellen herzuleiten. Leser und Leserinnen, die die Überlegungen zur „spukhaften Fernwirkung“ hier, aus welchen Gründen auch immer ablehnen, mögen sie einfach ignorieren und sich auf das Kernziel dieser Arbeit konzentrieren. ☺

Referenzen:

[1] "The Code of Nature" by Helmut Söllinger, 2012, http://viXra.org/abs/1301.0110

[2] "Cosmos 2.0 An Innovative Description of the Universe" by Helmut Söllinger, 2014, http://viXra.org/abs/1403.0949

[3] "Interpretation of quantum mechanics by the double solution theory" by Louis de Broglie, Annales de la Fondation Louis de Broglie, Paris, 1987, Volume 12, no.4, p.2

[4] "Theoretische Physik für Studierende des Lehramts 2" by Peter Schmüser, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2013, p. 125

[5] "Experimentalphysik 3" by Wolfgang Demtröder, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2010, p. 97-98

[6] "Units and Reality" by Helmut Söllinger, 2020, http://viXra.org/abs/2004.0508

[7] "Coupling Constants for the Fundamental Forces" by Department of Physics and Astronomy of the Georgia State University, http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/forces/couple.html

[8] "Running Coupling Constants" by Sabine Hossenfelder, https://backreaction.blogspot.com/2007/12/running-coupling-constants.html

[9] "Einstein Eine Biographie" by Jürgen Neffe, Rowohlt Verlag GmbH, Reinbeck bei Hamburg, 2005, p. 383-385