Lorentz Transformation Is 'Identical' Transformation Defined Only in Minkowski Space-Time And Untenable in Galiliean Space-Time

Fang Zhou

tony_zf_zf_zf@126.com

Abstract Einstein's Theory of Special Relativity has received much criticism and doubts on its theoretical bases. In this paper, a detailed analysis on Lorentz Transformation is produced. The fatal errors occurred in derivation of Lorentz Transformation are the mistakes made in proposed system of equations for deriving Lorentz Transformation ,where in the same one system of simultaneous equations had been introduced equations defined in two different Space-Time, i.e. Galilean Space-Time with 'absolute time' and Minkowski Space-Time with 'relative time', which in result make Lorentz Transformation being 'Identical Transformation' , defined only in Minkowski Space-Time and untenable in Galiliean Space-Time, and thus leading Lorentz Transformation to be physically meaningless. Lorentz Transformation depicts the 'World Line' in Minkowski Space-Time and describes mathematically an observing process of two relatively rest observers instead of two relatively moving observers. In addition, in this article two relevant Laws, namely, (1) Law of Light Propagation and (2) Law of Motion Observation, are firstly put forward by author. They would be the fundamental laws in Motion Observation Theory. In this article, Galilean-Zhou Transformation is logically and accurately deduced, utilizing both of these two Laws.

~~~~~~

“伽利略时空”内唯一客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”

周 方

tony_zf_zf_zf@126.com

摘要 “洛伦兹变换”为只在“闵可夫斯基时空”内成立，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内不成立的“恒等变换”（**Identical Transformation**）。也就是说，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内不存在“洛伦兹变换”。本文首次揭示了两条重要定律：一条是“光传播定律”（**Law of Light Propagation**）— 在‘伽利略时空’内任意时空点上“光传播时空弹性（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）”恒等于 1。另一条是“运动观
~~~~~~

测定律”（**Law of Motion Observation**）— 在两观测者有相对运动的场合下，‘伽利略时空’内‘两观测者同时观测到运动质点’（实现‘伽利略变换’）之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。在两观测者有相对运动之场合下，两观测者可以同时观测到运动质点（构成‘伽利略变换’），但不可能有相同的‘观测矢量’。这两条定律为“运动观测论”的基础定律。在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的假定条件下，或在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下，时空变换近似地为“伽利略变换”；在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下唯一客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”（**Galilean-Zhou Transformation**）。

关键词 时空 伽利略时空 相对论 狭义相对论 运动观测论 伽利略-周方变换 伽利略变换 洛伦兹变换

目 录

一、“伽利略时空（Galilean Space-Time）”

“时空”是‘**时间**’（**Time**）与‘**空间**’（**Space**）相结合而成，容纳万物及其活动于其中的‘**场所**’。笔者认为，在**物理学中**，**“时空”**应当就是**真实的“宇宙时空”**。因此，我们定义‘**可量测的物理时空**’— “**伽利略时空**”Ω：

$$\Omega\left[E^3,\quad T\right]^T \equiv \left[\text{（三维）欧氏空间}E^3,\quad \text{时间}T\right]^T$$

伽利略时空$\Omega\left[E^3,\quad T\right]^T$的一个重要性质是：‘**空间**$E^3$’为三维欧氏空间，‘**时间**$T$’是‘绝对的’：$t \equiv t'$。“**伽利略时空**”的“**世界线（World-line）**”为‘**一束互不相交的曲线**’，满足$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}$，因此有：

“伽利略时空公理”（Galilean Space-Time Axiom）：

$$\boxed{\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}}$$

对于（一维）**伽利略时空**：

$$\boxed{\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}}$$

~~~~~~

二、“闵可夫斯基时空（Minkowski Space-Time）”

闵可夫斯基时空$\Pi\,(x \quad y \quad z \quad \tau)$的一个重要性质是：**闵可夫斯基时空**$\Pi$为四维（伪）欧氏空间，‘**时间**$\tau$’ 是‘相对的’：$\tau \neq \tau'$。“**闵可夫斯基时空**”的“**世界线**”为‘**一束互相重叠的曲线**’，满足$\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix}$，因此有：

“闵可夫斯基时空公理”（Minkowski Space-Time Axiom）：

$$\boxed{\begin{bmatrix}\vec{r}(\tau)\\ \tau\end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix}\vec{r}'(\tau')\\ \tau'\end{bmatrix}}$$

对于（一维）**闵可夫斯基时空**：
~~~~~~

$$\boxed{\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix}}$$

****

1. K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$。

$[\vec{r}(t) \quad t]^T$ 为‘**K 系观测者在时刻 t 观测到运动质点 $\vec{r}(t)$ 时**’指向该运动质点 $\vec{r}(t)$ 的“**观测矢量**”（**Observation Vector**）。$[\vec{r}(t) \quad t]^T$ 也称为‘**K 系观测者在时刻 t 的“时空点”**，简称“**K 系时空点**”。函数 $\vec{r}(t)$ 为“**K 系时空轨迹**”。

2. K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点的位置坐标记为 $\vec{r}'(t') = [x'(t'), y'(t'), z'(t')]^T$。

$[\vec{r}'(t') \quad t']^T$ 为‘**K' 系观测者在时刻 t' 观测到运动质点 $\vec{r}'(t')$ 时**’指向该运动质点 $\vec{r}'(t')$ 的“**观测矢量**”。$[\vec{r}'(t') \quad t']^T$ 也称为‘**K' 系观测者在时刻 t' 的“时空点”**，简称“**K' 系时空点**”。函数 $\vec{r}'(t')$ 为“**K' 系时空轨迹**”。

~~~~~~

三、“光传播定律”（Law of Light Propagation）

在**伽利略时空**内的**任意时空点** $[\vec{r}(t) \quad t]^T$，光的传播满足“**光传播定律**”：

$$|\vec{r}(t)| = ct, \quad c = const. \text{（} c \text{ 为真空中光传播速率），}$$

故有：$d\ln|\vec{r}(t)| = d\ln t$，即：**伽利略时空** $[\vec{r} \quad t]^T$ 内**时空点** $[\vec{r}(t) \quad t]^T$（或‘**观测矢量**’$[\vec{r}(t) \quad t]^T$）的“**光传播时空弹性**（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）”恒为 $\varepsilon = \dfrac{d\ln|\vec{r}(t)|}{d\ln t} = 1$。因此，有：

$$\boxed{\lambda[\vec{r}(t), \quad t]^T = [\vec{r}(\lambda t), \quad \lambda t]^T}$$

K 系观测者 O 对运动质点的‘**观测矢量**’$[\vec{r}(t) \quad t]^T$ 示于图 1。
~~~~~~

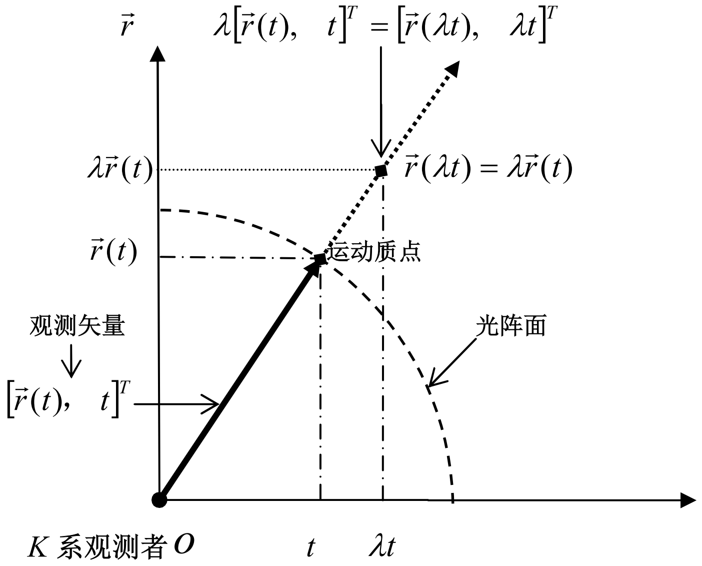

图 1　K **系**观测者 O 对运动质点的观测矢量 $[\vec{r}(t),\quad t]^T$

~~~~~~

四、“运动观测定律”（**Law of Motion Observation**）

$t\equiv t':\vec{r}(t)=\vec{r}'(t)+\vec{u}t$（矢量合成三角形）

$$\frac{\vec{r}(t)}{t}=\frac{\vec{r}'(t)+\vec{u}t}{t}$$

$$\therefore\ \forall t=t':\frac{\vec{r}(t)}{t}=\frac{\vec{r}'(t')+\vec{u}t'}{t'}$$

$$\begin{bmatrix}\vec{r}(t)\\ t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')+\vec{u}t'\\ t'\end{bmatrix}$$

逆变换：
$$\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}$$（伽利略变换）

$$\boxed{\forall t=t':\vec{r}(t)=\vec{r}'(t)+\vec{u}t\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\vec{r}'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\vec{r}(t)-\vec{u}t\\ t\end{bmatrix}}$$
（矢量合成三角形）　$\Leftrightarrow$　（伽利略变换）

可以得结论：

‘伽利略时空’内两观测者在相对运动下同时观测到运动质点（构成‘伽利略变换’）之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。
~~~~~~

在两观测者有相对运动（$\vec{u} \neq 0$）之场合下，两观测者可以同时观测到运动质点（实现‘伽利略变换’），但不可能有相同的‘观测矢量’：

$$\boxed{\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix}, \quad \vec{u} \neq 0}$$

****

（一维）伽利略时空$[x \quad t]^T$下之诸定义：

t'、t分别为K'**系观测者**、K**系观测者**所持‘时钟’指示的‘时刻（读数）’，t'可称为‘K'系时刻’，t可称为‘K系时刻’。

x'、x分别为K'**系观测者**、K**系观测者**所持‘量尺’指示的‘位置（读数）’，x'可称为‘K'系坐标’，x可称为‘K系坐标’。

$x'(t')$为K'**系观测者**在时刻t'观测到运动质点所处的K'**系**内位置。有时为了简化书写，省略括号中的t'，即将$x'(t')$简写为x'。$x(t)$为K**系观测者**在时刻t观测到运动质点所处的K系内位置。有时为了简化书写，省略括号中的t，即将$x(t)$简写为x。

$[x'(t') \quad t']^T$为K'**系观测者**在时刻t'对运动质点$x'(t')$的**“观测矢量”**，即**“K'系时空点”**。函数$x'(t')$为**“K'系时空轨迹”**。

$[x(t) \quad t]^T$为K**系观测者**在时刻t对运动质点$x(t)$的**“观测矢量”**，即**“K系时空点”**。函数$x(t)$为**“K系时空轨迹”**。

（三维）伽利略时空$[\vec{r} \quad t]^T$内，在以上各项定义中：将x换为$\vec{r}$，x'换为$\vec{r}'$。

~~~~~~

五、一个不可联立求解的方程组

人们采用多种方法推导**“洛伦兹变换”**，这里我们仅列举其中一种具有代表性的推导**“洛伦兹变换”**的方法。

（1）在$t' = t = 0$时，两参考系（K'系与K系）相重合（$x' = x = 0$）。在t'，$t \geq 0$时，K'系相对于K系沿$x(x')$轴做速度为u的平移运动。两观测者持有一样的‘时钟’与一样的‘量尺’。时空变换的**空间变换式**为$x' = k(x - ut)$。
~~~~~~

（2）将方程 $x=k(x'+ut')$ 视为方程 $x'=k(x-ut)$ 的**‘逆变换式’**，引入数学模型，藉以使时空变换能满足**“相对性原理”**。这两个方程为‘同时存在’的‘一对’方程。

（3）设：在 K' 系观测者与 K 系观测者重合点（$\tau'=\tau=0$，$x'=x=0$）发出一道闪光。光照点在 K' 系与 K 系内的传播分别表为方程 $x=c\tau$ 与 $x'=c\tau'$（c 为真空中光传播速率）。根据**‘闵可夫斯基时空’内质点运动必满足“时空间隔不变性”**，有：

$$\boxed{x-c\tau\equiv x'-c\tau'=0}$$

于是，引入方程 $x=c\tau$ 与 $x'=c\tau'$，藉以使时空变换满足**“光速不变原理”**。

这样，**“洛伦兹变换”**的炮制者综合上述三项要求，设立一个联立方程组 — **预设方程组**(A)：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x-c\tau\equiv x'-c\tau'=0 \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

或表为：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ x=c\tau \\ x'=c\tau' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

预设方程组(A)中，方程组{$x'=k(x-ut)$，$x=k(x'+ut')$}定义在**“伽利略时空”**内，其中时间 (t,t') 是**‘绝对的’**：$t\equiv t'$；而方程组{$x=c\tau$，$x'=c\tau'$}定义在**“闵可夫斯基时空”**内，其中时间 (τ,τ') 是**‘相对的’**：$\tau\neq\tau'$。所以，**预设方程组**(A)应准确地表为如下形式：

定义在**“伽利略时空”**内 →

$$\begin{cases} \begin{cases} x'=k(x-ut) \\ x=k(x'+ut') \\ t\equiv t'\ (\forall t=t') \end{cases} \\ \begin{cases} x=c\tau \\ x'=c\tau' \end{cases} \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

定义在**“闵可夫斯基时空”**内 →

很明显，这个逻辑上不自洽的预设方程组(A)是一个不可联立求解的方程组。

~~~~~~

六、"洛伦兹变换"的支持者求解预设方程组（A）的方法

人们强行将方程 $x' = k(x-ut)$ 与 $x = k(x'+ut')$ 定义在**"闵可夫斯基时空"**内，于是就得出全部方程都定义在**"闵可夫斯基时空"**内的预设方程组（A）：

$$\begin{cases} x' = k(x-u\tau) \\ x = k(x'+u\tau') \\ x = c\tau \\ x' = c\tau' \end{cases} \qquad \text{(A)}$$

然后进行**联立求解**：

将 $x = c\tau$ 及 $x' = c\tau'$ 代入上面的方程 $x' = k(x-u\tau)$ 及 $x = k(x'+u\tau')$，得：

$$\begin{cases} c\tau' = k(c\tau - u\tau) \\ c\tau = k(c\tau' + u\tau') \end{cases}$$

两式相乘，得： $$c^2\tau\tau' = k^2(c^2-u^2)\tau\tau'$$

约去等式两边的 $\tau\tau'$，在 $u<c$ 条件下，得：

$$k^2 = \frac{c^2}{c^2-u^2} = \frac{1}{1-\dfrac{u^2}{c^2}}$$

从而得出： $$k = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$

（**1**）将 $k = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ 代入方程 $x' = k(x-u\tau)$，得**空间变换式**：

$$x' = \frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$$
~~~~~~

（2）将 $x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$ 代入方程 $x' = c\tau'$，得相应的**时间变换式**：

$$\tau' = \frac{x'}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}\left(\frac{x}{c} - \frac{u}{c}\tau\right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}\left(\tau - \frac{u}{c}\frac{x}{c}\right)$$

即：
$$\tau' = \frac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}$$

于是，就得出**"洛伦兹变换"**：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \\[2ex] \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

~~~~~~

然而，可以发现，**"洛伦兹变换"**的这个表达式并不是**最终的时空变换表达式**，它仍然还是一个有待'求解'的**联立方程组**，还必须进一步'求解'，得出时空变换的最终表达式 —**"两观测者同时观测到运动质点时的观测矢量 $\begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix}$ 与 $\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \tau \end{bmatrix}$ 之间的变换关系"**。（即**"时空变换"**）

为此，记 $\dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} = k$，将上面这组方程换写成：

$$\begin{cases} x' = k(x - u\tau) = kx - ku\tau \\[2ex] \tau' = k\left(\tau - \dfrac{ux}{c^2}\right) = -\dfrac{ku}{c^2}x + k\tau \end{cases}$$

得：
~~~~~~

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kx - ku\tau \\ -\frac{ku}{c^2}x + k\tau \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{cases} kx - ku\tau = x' \\ \left(-\frac{ku}{c^2}\right)x + k\tau = \tau' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\begin{bmatrix} x' & -ku \\ \tau' & k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\frac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}} = \dfrac{kx' + ku\tau'}{k^2 - \frac{k^2u^2}{c^2}} = \dfrac{x' + u\tau'}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = \dfrac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}x' + \dfrac{u}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \\ \tau = \dfrac{\begin{bmatrix} k & x' \\ -\frac{ku}{c^2} & \tau' \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ -\frac{ku}{c^2} & k \end{bmatrix}} = \dfrac{k\tau' + \frac{ku}{c^2}x'}{k^2 - \frac{k^2u^2}{c^2}} = \dfrac{\tau' + \frac{u}{c^2}x'}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = \dfrac{\frac{u}{c^2}}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}x' + \dfrac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\tau' \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{u}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \\ \dfrac{\frac{u}{c^2}}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} & \dfrac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

得：

$$\boxed{\begin{array}{c} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \\ \text{逆变换：} \\ \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \dfrac{1}{k\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}\begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \end{array}}$$

由此，有：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{k\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1-\frac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\frac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

$$\therefore \quad \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~

同理，有：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{k\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} k\begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1 & u \\ \frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -u \\ -\frac{u}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \begin{bmatrix} 1-\frac{u^2}{c^2} & 0 \\ 0 & 1-\frac{u^2}{c^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}} \left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) \bullet \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$
~~~~~~

$$\therefore \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$

即：

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv 0$$

~~~~~~

故有：$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

即：$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = 0$$

由此得：

$$\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$$ **（“恒等变换”）（Identical Transformation）**

满足**“闵可夫斯基时空公理”** $\begin{bmatrix} x(\tau) \\ \tau \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x'(\tau') \\ \tau' \end{bmatrix}$。

由此可知，**“洛伦兹变换”** $\left\{ x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \quad \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right\}$ 为只在**“闵可夫斯基时空”**内成立的**“恒等变换”** $\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$。

但是，由于 $\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$ 违反**“伽利略时空公理”** $\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$，故**“恒等变换”**只在**“闵可夫斯基时空”**内成立，在**“伽利略时空”**（**真实的“宇宙时空”**）内不成立。因此，**“洛伦兹变换”**为**“恒等变换”** $\begin{bmatrix} x' \\ \tau' \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix}$，只在**“闵可夫斯基时空”**内成立。也就是说，在**“伽利略时空”**（**真实的“宇宙时空”**）内不存在**“洛伦兹变换”** $\left\{ x' = \dfrac{x - u\tau}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}}, \quad \tau' = \dfrac{\tau - \dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{u^2}{c^2}}} \right\}$。
~~~~~~

~~~~~~

小结

“**洛伦兹变换**” $\left\{ x' = \frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \quad \tau' = \frac{\tau - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right\}$ 为只在“**闵可夫斯基时空**”内成立，在“**伽利略时空**”（**真实的**“**宇宙时空**”）内不成立的“**恒等变换**”。也就是说，在“**伽利略时空**”（**真实的**“**宇宙时空**”）内不存在“**洛伦兹变换**” $\left\{ x' = \frac{x-u\tau}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}, \quad \tau' = \frac{\tau - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right\}$。

这样，由于“**洛伦兹变换**”及以它为理论基础的“**爱因斯坦相对论**”只在“**闵可夫斯基时空**”内成立，在“**伽利略时空**”（**真实的**“**宇宙时空**”）内不成立，所以“洛伦兹变换”及“**爱因斯坦相对论**”的结论中，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内就必然出现各种各样的无法破解的‘**悖论**’[相对论信徒们所称的“**佯谬**”（**Paradox**）]。因此，“**爱因斯坦相对论**”的任何（数学）结论，如‘**相对论速度变换**’$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - \frac{v_x u}{c^2}}$，‘**相对论质速关系**’$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，‘**质能关系**’$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$，等等，在“**伽利略时空**”（**真实的**‘**宇宙时空**’）内都是不成立的，都是不存在的，都是不可能通过“**伽利略时空**”（**真实的**‘**宇宙时空**’）内的数据（如天文观测数据或从粒子加速器获得的观测数据等）得到验证的。因此我们不能用“**伽利略时空**”（**真实的**‘**宇宙时空**’）内获取的数据来‘**证明**’只在“**闵可夫斯基时空**”内成立的“**爱因斯坦相对论**”所做出的任何‘**预言**’。

~~~~~~

七、伽利略-周方变换（**Galilean-Zhou Transformation**）之导出（A）

（1）根据“**运动观测定律**”（**Law of Motion Observation**），有：

$$t \equiv t' : \vec{r}(t) = \vec{r}'(t) + \vec{u}t \text{（矢量合成三角形）}$$

$$\frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t) + \vec{u}t}{t}$$

$$\forall t = t' : \frac{\vec{r}(t)}{t} = \frac{\vec{r}'(t') + \vec{u}t'}{t'}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') + \vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix} \text{（伽利略变换）}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'(t') + \vec{u}t' \\ t' \end{bmatrix}$$

‘一维时空’场合下：
$$\begin{bmatrix} x(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

（2）实际上，因为在t'，$t \geq 0$时，K'系相对于K系沿$x(x')$轴做速度为u的平移运动，即：“K'系观测者对K系观测者沿$x(x')$轴始终有相对运动（$u > 0$）”，所以应当引入‘伽利略时空’内约束条件$x = ut' + x'$下的“光速不变性”定律（**Law of Invariance of Light Velocity**）—“真空中光传播速率为恒定值（约3.0×10^5仟米/秒），乃是光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关”；示于图 2。

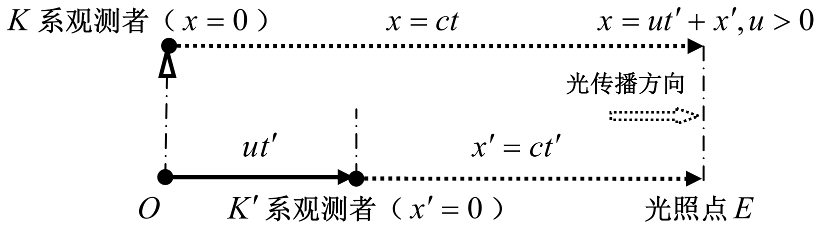

图 2　‘伽利略时空’内约束条件$x = ut' + x'$下的“光速不变性”定律

图 2 表示‘伽利略时空’内约束条件$x = ut' + x'$下的“光速不变性”定律：

$$\boxed{\{\forall t = t' > 0 : x - ct \equiv ut' + (x' - ct') = 0\} \Leftrightarrow \{x \equiv ut' + x', x = ct, x' = ct'\}}$$

引入‘伽利略时空’内约束条件$x = ut' + x'$下的“光速不变性”定律，等同于引入方程组$x = ct$，$x' = ct'$与$x = ut' + x'$。所以，应当引入方程组：

$$x = ct,\quad x' = ct',\quad x = ut' + x'$$

于是，将$x = ct$与$x' = ct'$代入$x = ut' + x'$，得：

$$ct = ut' + ct'$$

$$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$$

（3）根据**“光传播定律”**（**Law of Light Propagation**），有：

$$\boxed{\left[\vec{r}(\lambda t),\quad \lambda t\right]^T=\lambda\left[\vec{r}(t),\quad t\right]^T}$$

在**‘一维时空’**场合下为： $\left[x(\lambda t),\quad \lambda t\right]^T=\lambda\left[x(t),\quad t\right]^T$

将（2）中所得之K**系观测者观测到运动质点的时刻**$t=\left(1+\frac{u}{c}\right)t'$代入$K$**系观测者观测到运动质点时之观测矢量**$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}$，并考虑到（1）中的$\begin{bmatrix}x(t')\\ t'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x'(t')+ut'\\ t'\end{bmatrix}$，得：

$$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x(\left(1+\frac{u}{c}\right)t')\\ \left(1+\frac{u}{c}\right)t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'(t')+ut'\\ t'\end{bmatrix}$$

即得出**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix}x(t)\\ t\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'(t')+ut'\\ t'\end{bmatrix}$$

逆变换式为：

$$\begin{bmatrix}x'(t')\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x(t)-ut\\ t\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x'\\ t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\ t\end{bmatrix}$$

逆变换式：

$$\begin{bmatrix}x\\ t\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\ t'\end{bmatrix}$$

或表为：

$$\begin{cases} x'(t') = \dfrac{x(t)-ut}{1+\dfrac{u}{c}} \\ t' = \dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}} \end{cases}$$

伽利略-周方变换的“速度变换式”——

将$t' = \dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}$代入$x'(t') = \dfrac{x(t)-ut}{1+\dfrac{u}{c}}$：

$$x'(\frac{t}{1+\frac{u}{c}}) = x(\frac{t}{1+\frac{u}{c}}) - u\frac{t}{1+\frac{u}{c}}$$

$$x'(t') = x(t') - ut'$$

$$\forall t = t' : x(t) = x'(t') + ut'$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u$$

$$\boxed{\forall t = t' : \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx'(t')}{dt'} + u \text{（矢量合成三角形）}}$$

（三维）伽利略时空$[\vec{r},\ t]^T$内的伽利略-周方变换称为“（一般）伽利略-周方变换”（**General Galilean-Zhou Transformation**），表为：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t)-\vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$$

或表为：

$$\begin{cases} \vec{r}'(t') = \dfrac{\vec{r}(t)-\vec{u}t}{1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}} \\ t' = \dfrac{t}{1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}} \end{cases}$$

~~~~~~

八、伽利略-周方变换（Galilean-Zhou Transformation）之导出（B）

（一）方程$x' = k(x-ut)$

在$t' = t = 0$时，K'系观测者与K系观测者重合（$x' = x = 0$）。在t'，$t \geq 0$时，K'
~~~~~~

系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴做速度为 u 的平移运动。为了使‘时空变换’能描述“**K' 系观测者对 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴始终有相对运动**”之物理事实，在预设方程组中必须引入方程 $x' = k(x - ut)$，$u > 0$。

实际上，方程 $x' = k(x - ut)$，$u > 0$ 是形式上已确定，而系数 k 为待定的“**空间变换式**”。

（二）空间变换式与时间变换式

要使函数 $x' = k(x - ut)$ 与函数 $x = k'(x' + ut')$ 成为“**正变换**”与“**逆变换**”，系数 k 与 k' 之间必存在一定的关系。此外，由于函数 $x' = k(x - ut)$ 及其逆函数 $x = k'(x' + ut')$ 中既含有空间变量 x，x'，还含有时间变量 t，t'，故“**正变换**”、“**逆变换**”中应当有空间变量 x 与 x' 之间的关系式（**空间变换式**）与时间变量 t 与 t' 之间的关系式（**时间变换式**）。

方程 $x' = k(x - ut)$，$u > 0$ 是形式上已确定，而系数 k 为待定的“**空间变换式**”，我们必须找到与之相匹配的“**时间变换式**”。

下面我们找出对于方程 $x' = k(x - ut)$ 而言，其“**正变换**”与“**逆变换**”应具有的形式。

设有如下方程组：

$$\begin{cases} x' = k(x - ut) \\ x = k'(x' + ut') \end{cases}$$

函数 $x' = k(x - ut)$ 的**逆函数**为：　$x = \dfrac{x'}{k} + ut$

应有：

$$\frac{x'}{k} + ut \equiv k'(x' + ut')$$

$$k'x' - \frac{x'}{k} \equiv ut - k'ut'$$

$$kk'x' - x' \equiv kut - kk'ut'$$

$$(kk' - 1)x' \equiv ku(t - k't')$$

为了使方程 $x = k(x' + ut')$ 与方程 $x' = k(x - ut)$ 成为‘**正函数**’与‘**逆函数**’，充要条件为 $\{kk' - 1 = 0 \text{及} t - k't' = 0\}$，即：$\left\{k' = \dfrac{1}{k} \text{及} t' = \dfrac{1}{k'}t\right\}$，即：$\left\{k' = \dfrac{1}{k} \text{及} t' = kt\right\}$。

因此，对于方程 $x' = k(x - ut)$ 而言，“**正变换**”与“**逆变换**”必为互相等价的‘**两组**’

方程：

$$\begin{cases}空间变换式\, x' = k(x-ut) \\ 时间变换式\, t' = kt\end{cases} \qquad \begin{cases}空间变换式\, x = \dfrac{1}{k}(x'+ut') \\ 时间变换式\, t = \dfrac{1}{k}t'\end{cases}$$

验证：

$$\begin{cases}“正变换”：\{x' = k(x-ut)；\ t' = kt\} \Leftrightarrow \{x' = kx - ut'；\ t' = kt\} \\ “逆变换”：\left\{x = \dfrac{1}{k}(x'+ut')；\ t = \dfrac{1}{k}t'\right\} \Leftrightarrow \left\{kx = x'+ut'；\ t = \dfrac{1}{k}t'\right\}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \{x' = kx - ut'；\ t' = kt\}$$

$$\therefore \{x' = k(x-ut)；\ t' = kt\} \Leftrightarrow \left\{x = \frac{1}{k}(x'+ut')；\ t = \frac{1}{k}t'\right\}$$

以上两组方程中任一组方程皆可为**‘时空变换式’**，故可选取：

$$\begin{cases}x' = k(x-ut)\,，\ u>0 \\ t' = kt\end{cases}$$

（式中 k 为待定系数）

作为**‘时空变换式’**。

从**时间变换式** $t' = kt$ 可以明显地看到，两事件之‘同时’（‘不同时’）是**‘绝对的’**。

（三）**方程** $x = ct$ 与 $x' = ct'$

实际上，因为在 t'，$t \geq 0$ 时，K' **系**相对于 K **系**沿 $x(x')$ 轴做速度为 u 的平移运动，即：“K' 系观测者对 K 系观测者沿 $x(x')$ 轴始终有相对运动（$u>0$）”，所以应当引入**‘伽利略时空**‘内约束条件 $x = ut' + x'$ 下的“光速不变性”定律（**Law of Invariance of Light Velocity**）—**“真空中光传播速率为恒定值，乃光的固有属性，与它在哪个参考系内进行传播无关”**；示于图 2。

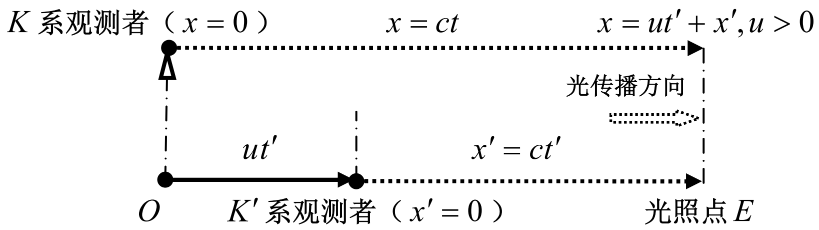

图 2 ‘伽利略时空’内约束条件 $x=ut'+x'$ 下的“光速不变性”定律

图 2 表示‘伽利略时空’内约束条件 $x=ut'+x'$ 下的“光速不变性”定律：

$$\boxed{\{\forall t=t'>0: x-ct\equiv ut'+(x'-ct')=0\}\Leftrightarrow\{x\equiv ut'+x', x=ct, x'=ct'\}}$$

‘伽利略时空’内约束条件 $x=ut'+x'$ 下的“光速不变性”定律等同于方程组 $x=ct$，$x'=ct'$ 与 $x=ut'+x'$。所以，应当引入方程组{$x=ct$，$x'=ct'$，$x=ut'+x'$}。

（四）建立“伽利略-周方变换”

按以上（一）、（二）、（三）三节所述之要求，建立如下的‘全部方程都定义在伽利略时空内’的预设方程组(B)：

$$\begin{cases} x'=k(x-ut),\ u>0 \\ t'=kt \\ x=ct \\ x'=ct' \\ x=ut'+x',\ u>0 \\ t\equiv t'\Leftrightarrow\forall t=t' \end{cases}\qquad\text{(B)}$$

很容易解出这个方程组：

将 $x=ct$ 与 $x'=ct'$ 代入 $x=ut'+x'$，得：

$$ct=ut'+ct'$$

$$t=\frac{c+u}{c}t'$$

由于“伽利略时空”内时间 t 是‘绝对的’：$t\equiv t'$，故有：

$$t'=\frac{c}{c+u}t=\frac{1}{1+\frac{u}{c}}t=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$$

将$t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$与**预设方程组**(B)中的**时间变换式**$t'=kt$相比较，得待定系数$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$。

将$k=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}$代入时空变换式：

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\text{，}\quad u>0\\ t'=kt\end{cases}$$

即得出**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}\qquad u>0$$

$$\boxed{\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}\quad u>0}$$

逆变换式：

$$\boxed{\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix}x'+ut'\\t'\end{bmatrix}\quad u>0}$$

或表为：

$$\begin{cases}x'(t')=\dfrac{x(t)-ut}{1+\frac{u}{c}}\\[2ex] t'=\dfrac{t}{1+\frac{u}{c}}\end{cases}$$

~~~~~~

九、伽利略-周方变换之性质

（A）伽利略-周方变换之‘正变换’——

将$x=ct$代入**伽利略-周方变换**$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$，得：
~~~~~~

$$\begin{cases} x' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut) = \dfrac{c}{c+u}(c-u)t \\ t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{cases}$$

由于‘伽利略时空’内时间t是‘绝对的’：$t \equiv t'$，故有：$t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$， 从而得：

$$x' = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}(x-ut) = \frac{c}{c+u}(c-u)t = \frac{c}{c+u}(c-u)\frac{c+u}{c}t' = (c-u)t'$$

$x = ct$ 至 $x' = (c-u)t'$ 的正变换流程示于 图 3。

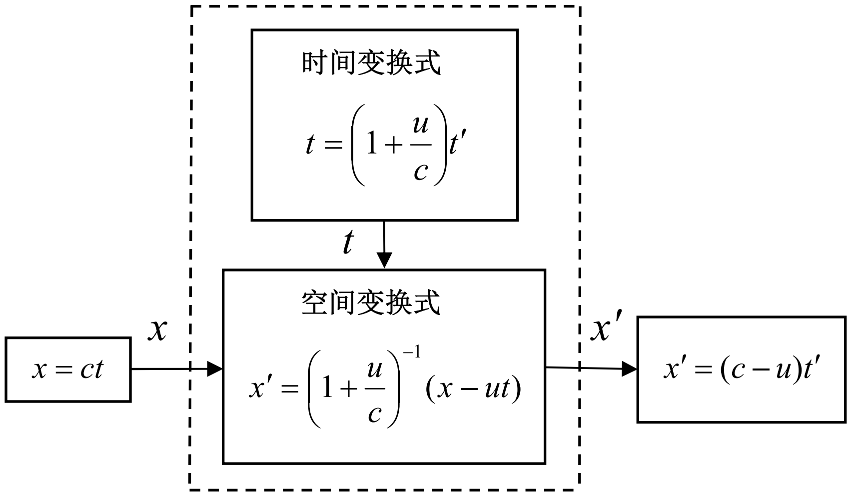

图 3 $x = ct$ 至 $x' = (c-u)t'$ 的正变换流程

（B）伽利略-周方变换之‘逆变换’——

将 $x' = (c-u)t'$ 代入（逆）空间变换式$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'+ut' \\ t' \end{bmatrix}$，得：

$$\begin{cases} x = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)(x'+ut') = \dfrac{c+u}{c}[(c-u)t'+ut'] = \dfrac{c+u}{c}ct' \\ t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

由于‘伽利略时空’内时间t是‘绝对的’：$t' \equiv t$，故有：$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$， 从而得：

$$x = \left(1+\frac{u}{c}\right)(x'+ut') = \frac{c+u}{c}[(c-u)t'+ut'] = \frac{c+u}{c}ct' = \frac{c+u}{c}c\frac{c}{c+u}t = ct$$

$x'=(c-u)t'$ 至 $x=ct$ 的逆变换流程示于 图 3a。

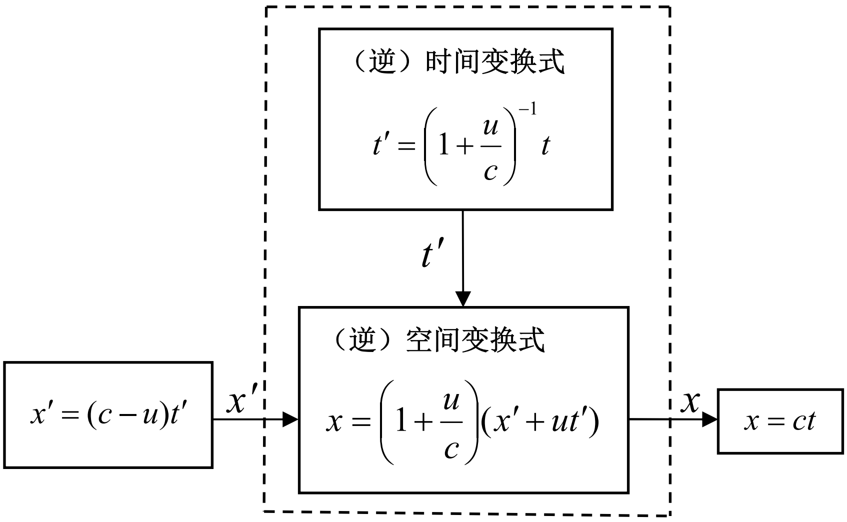

图 3a $x'=(c-u)t'$ 至 $x=ct$ 的逆变换流程

“伽利略-周方变换” $\left\{x=ct，x'=(c-u)t'，t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t\right\}$ 示于图 4。

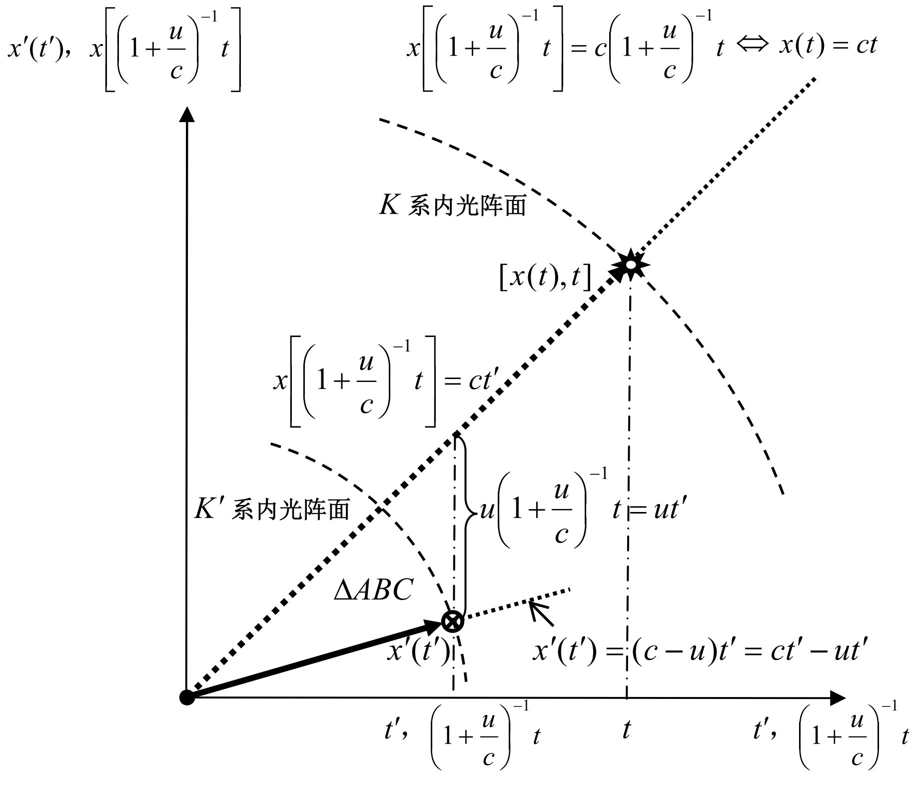

图 4 两观测者的观测矢量 $\left[x(t)=ct \quad t\right]^T$ 与 $\left[x'(t')=(c-u)t' \quad t'\right]^T$

从图 4 可知，在每时每刻 $t'=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}t$，两观测者同时观测到运动质点，此时有：$K'$

系观测者的观测矢量$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix}$与$K$系观测者的观测矢量$\begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$通过两观测者之间的距离$u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t = ut'$构成‘矢量合成三角形$\Delta ABC$’，故“伽利略-周方变换”$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$满足‘伽利略时空’内的“运动观测定律”:

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix}, \quad u \neq 0$$

“伽利略-周方变换”可以表为:

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

记：$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t = T$，得：

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(T)-uT \\ T \end{bmatrix}$$

故有：
$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x(T) \\ T \end{bmatrix}, \quad u \neq 0$$

说明“伽利略-周方变换” 满足‘伽利略时空’内的“运动观测定律”，也满足“伽利略时空公理”$\begin{bmatrix} x' \\ t' \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix}$。

参看图 4，“伽利略-周方变换” $\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} x(t)-ut \\ t \end{bmatrix}$就是‘两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值（$u \neq 0$）’场合下在每个时刻$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$下的“伽利略变换”:

$$\begin{bmatrix} x'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\left[\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t\right] - u\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

可换写为**伽利略时空**$\left[\vec{r}, \ t\right]^T$内的（一般）**伽利略-周方变换**：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}\left[\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t\right] - \vec{u}\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t \\ \left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} t \end{bmatrix}$$

逆变换为：

$$\begin{bmatrix} \vec{r}(t) \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{r}'\left[\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right) t'\right] + \vec{u}\left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \\ \left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right) t' \end{bmatrix}$$

由此可见，**“伽利略-周方变换”**其实就是在**‘两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值**（$u \neq 0$）’场合下，因‘多普勒效应’导致两参考系之间**‘时空度规’**发生变动而在每时每刻$t' = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1} t$下都形成的**“伽利略变换”**（**“两观测者同时观测到运动质点”**）。

图 4 反映的物理过程是：“K'**系观测者对**K**系观测者沿**$x(x')$**轴正方向做速度为**u**的相对运动，在不同时刻**$t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right) t'$**先后观测到运动质点**”，示于图 5。

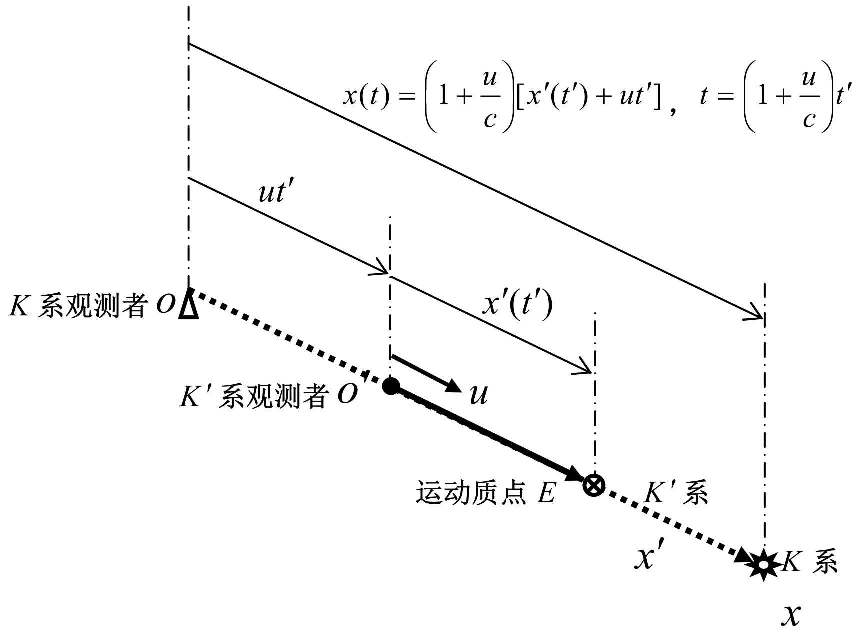

图 5 两观测者有相对运动（$u\neq0$）下在不同时刻$t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$观测到运动质点

“伽利略-周方变换”满足“相对性原理”：

$$\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}=\left(1+\frac{u}{c}\right)^{-1}\begin{bmatrix}x-ut\\t\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases}x'=k(x-ut)\\t'=kt\end{cases}$$

式中$k=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}$

逆变换为：

$$\begin{cases}kx-kut=x'\\0x+kt=t'\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}k & -ku\\0 & k\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x'\\t'\end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\begin{bmatrix} x' & -ku \\ t' & k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ 0 & k \end{bmatrix}} = \dfrac{1}{k}(x' + ut') \\ \\ t = \dfrac{\begin{bmatrix} k & x' \\ 0 & t' \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} k & -ku \\ 0 & k \end{bmatrix}} = \dfrac{1}{k}t' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{k}(x' + ut') \\ t = \dfrac{1}{k}t' \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \frac{1}{k}\begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x' + ut' \\ t' \end{bmatrix}$$

****

“伽利略-周方变换”计算示例（一维时空）

对于‘一维时空’场合，K' 系与 K 系之间的关系示于图 6。

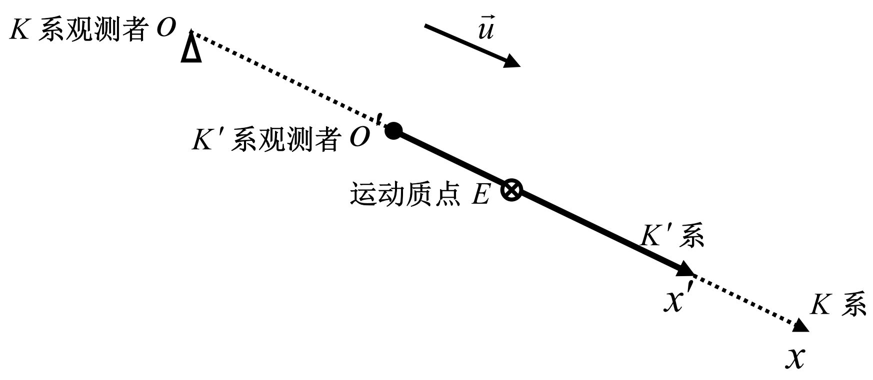

图 6　K' 系与 K 系之间的关系

伽利略-周方变换 $\begin{bmatrix} x(t) \\ t \end{bmatrix} = \left(1 + \dfrac{u}{c}\right)\begin{bmatrix} x'(t') + ut' \\ t' \end{bmatrix}$ 的 K' 系时空点与 K 系时空点示于图 7。

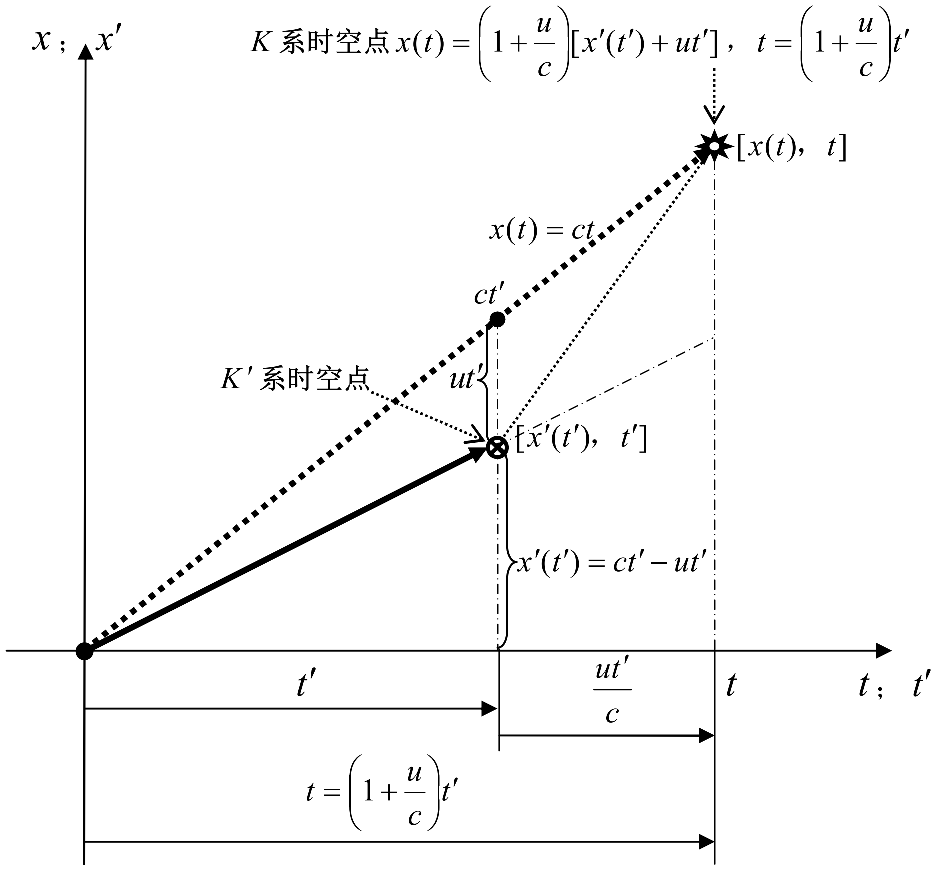

图 7 在 x 轴方向上伽利略-周方变换的 K' 系时空点与 K 系时空点

解读图 7：（参看图 5、图 6）

（1）“在 t'，$t\geq 0$ 时，K' 系相对于 K 系沿 $x(x')$ 轴正方向做速度为 u 的平移运动”。

（2）在时刻 t'，光照点（运动质点）的 K' 系位置为 $x'(t')=(c-u)t'$，而此时 K' 系观测者的 K 系位置为 ut'，故光照点（运动质点）的 $t=t$ 系位置为 $x'(t')+ut'$。

若不考虑光的传播速率（或假设光以无穷大之速率进行传播），则在 K' 系观测者‘接收’并‘发出’运动质点信息之时刻 t'，K 系观测者可以与在他前方距离为 $x(t)=ut$ 的 K' 系观测者同时观测到该运动质点。可是，因为光的传播速率为有限值，所以 K 系观测者不能与 K' 系观测者同时观测到该运动质点，而只能在滞后于时刻 t' 的时刻 $t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$ 观测到该运动质点。由于光在伽利略时空 $[\vec{r},\ t]^T$ 内任意时空点 $[\vec{r}(t),\ \ t]^T$ 的“传播时空弹性”恒为 $\varepsilon=\dfrac{d\ln|\vec{r}(t)|}{d\ln t}=1$，故在延迟时刻 $t=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'$，运动质点的 K 系位置相应地为

$x(t)=\left(1+\frac{u}{c}\right)[x'(t')+ut']$ 。

计算结果示于图 8。

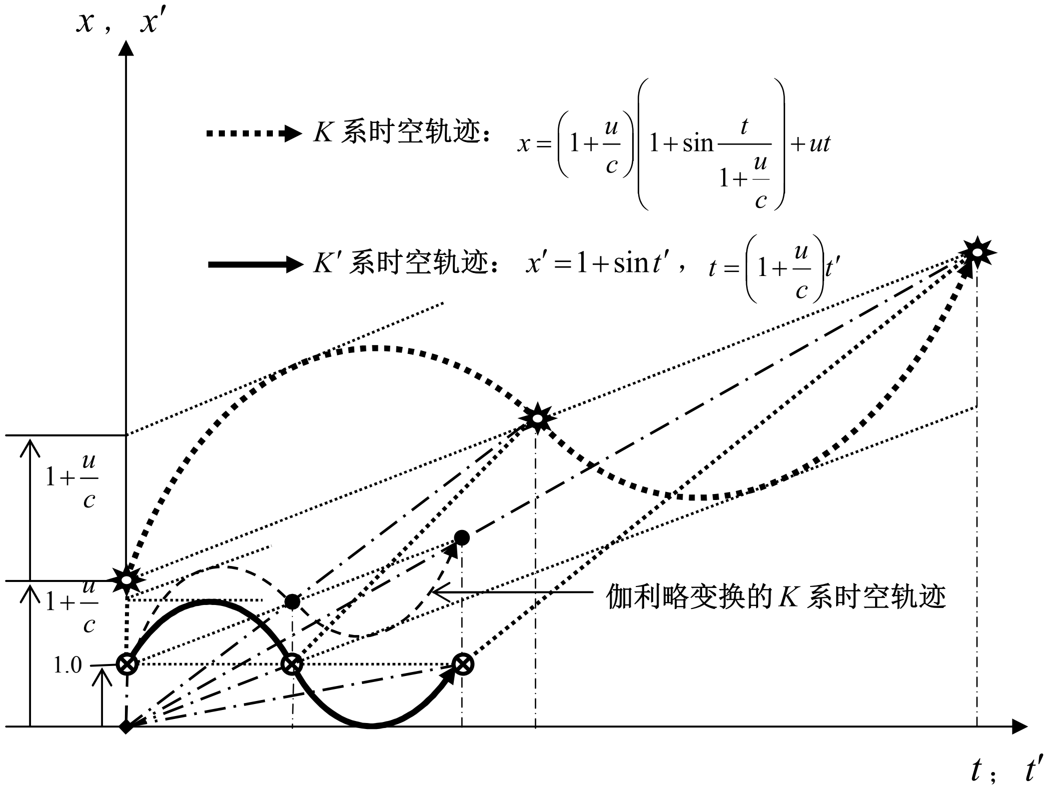

图 8 在 x 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

图 7 与图 8 展示了运动质点的 K' 系时空轨迹 $x'=1+\sin t'$ 通过“伽利略-周方变换”变换为 K 系时空轨迹 $x=\left(1+\frac{u}{c}\right)\left(1+\sin\frac{t}{1+\frac{u}{c}}\right)+ut$ 的‘协变’情况：

（1）由于 K' 系观测者与 K 系观测者之间有相对运动（ u ）且真空中光传播速率为有限值（ c ），因而使得从 K' 系观测者向 K 系观测者传播的波动产生‘多普勒效应’（“红移”）。因此，在 K 系观测者看来， K' 系中的波动变慢 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍[即频率变低 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍]，等同于波动周期变大至 $\left(1+\frac{u}{c}\right)$ 倍。

（2） K 系观测者的 K 系时空点 $\left[x(t)=ct,\ \ t\right]^T$ 满足‘光传播定律’：“光传播时空弹性”

为$\varepsilon = \dfrac{d\ln x(t)}{d\ln t} = 1$，所以，在$K$系观测者看来，$K'$系中的波动周期变大至$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$倍，就使波长与振幅均变大至$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$倍。

总体情况是：在K系观测者看来，K'系中的波动是：频率变低$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$倍，即周期变大至$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$倍，致使波长及振幅均变大至$\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$倍。

****

在两观测者相对速度为$\vec{u} = \begin{bmatrix} u & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = const.$的场合下，（一般）伽利略-周方变换（**General Galilean-Zhou Transformation**）的变换方程组$\begin{bmatrix} \vec{r}'(t') \\ t' \end{bmatrix} = \left(1+\dfrac{|\vec{u}|}{c}\right)^{-1} \begin{bmatrix} \vec{r}(t) - \vec{u}t \\ t \end{bmatrix}$就成为以下形式的（特殊）伽利略-周方变换（**Special Galilean-Zhou Transformation**）：

$$
\begin{cases}
x = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)(x' + ut') \\
y = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)y' \\
z = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)z' \\
t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t'
\end{cases}
\qquad
\begin{cases}
x' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}(x - ut) \\
y' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}y \\
z' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}z \\
t' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}t
\end{cases}
$$

（特殊）伽利略-周方变换下K系观测者的K系时空点（观测矢量）示于图 9、图 10。

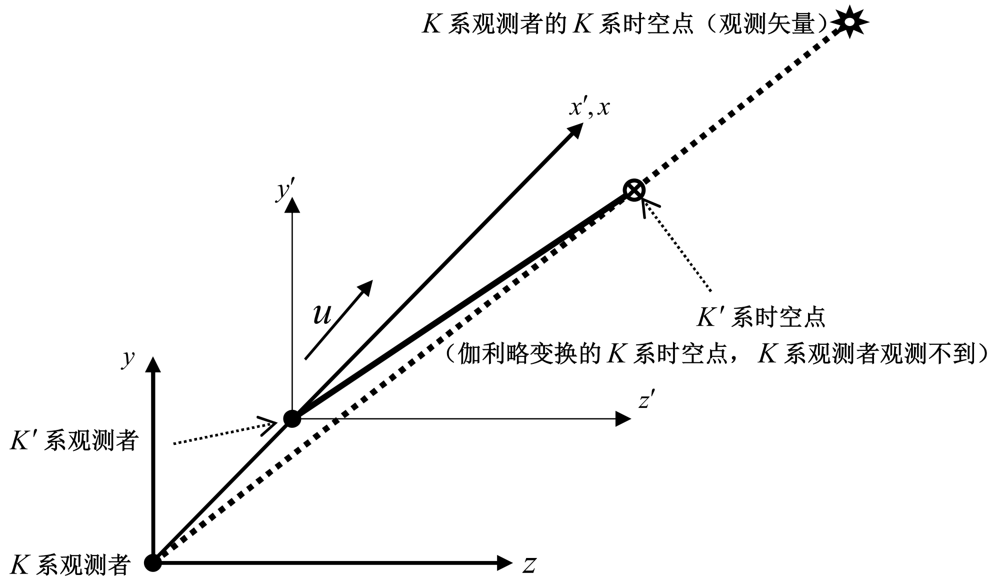

图 9 （特殊）伽利略-周方变换下 K 系观测者的 K 系时空点（观测矢量）

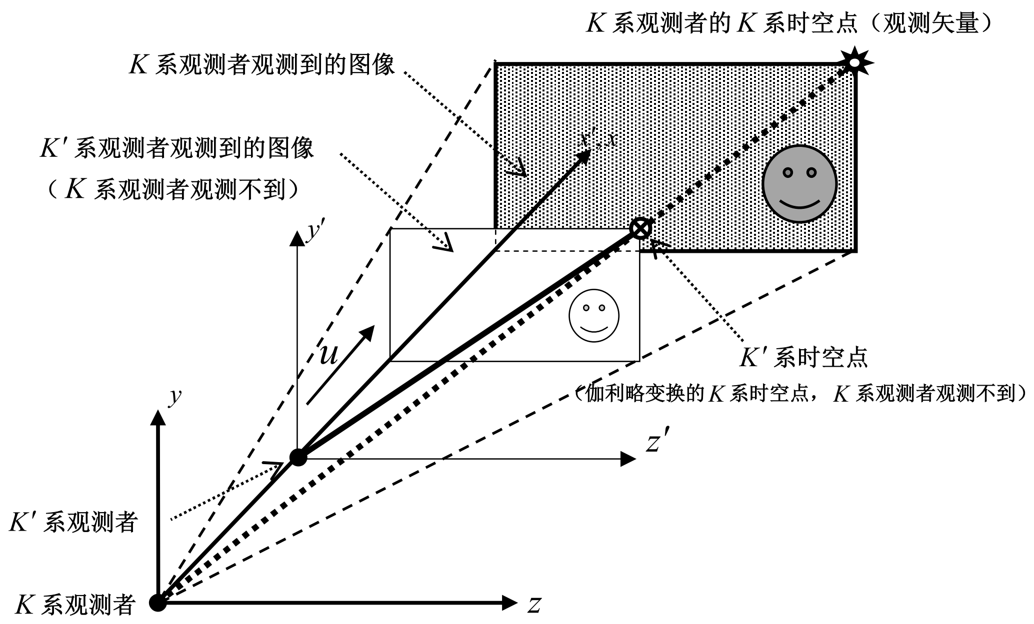

图 10 （特殊）伽利略-周方变换下 K 系观测者的 K 系时空点（观测矢量）

****

（特殊）“伽利略-周方变换”计算示例

设：某运动质点的 K' 系时空轨迹为 $x'(t')=1+\sin t'$，$y'(t')=at'^2$，$z'(t')=bt'$。

将 $x'(t')=1+\sin t'$，$y'(t')=at'^2$，$z'(t')=bt'$ 代入（特殊）伽利略-周方变换方程组：

$$\begin{cases} x = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)(x' + ut') \\ y = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)y' \\ z = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)z' \\ t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

得出该运动质点的 K 系时空轨迹：

$$\begin{cases} x(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)[x'(t') + ut'] = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t' + ut') \\ \quad = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}} + u\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)\left(1+\sin\dfrac{t}{1+\dfrac{u}{c}}\right) + ut \\ y(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2 = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)at^2\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-2} = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}at^2 \\ z(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt' = bt \\ t = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)t' \end{cases}$$

反之，将 $x(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t' + ut')$，$y(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2$，$z(t) = \left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'$ 代入“逆变换”：

$$\begin{cases} x' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}(x - ut) \\ y' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}y \\ z' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}z \\ t' = \dfrac{1}{1+\dfrac{u}{c}}t \end{cases}$$

得出该运动质点的K'系时空轨迹：

$$\begin{cases} x'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}x(t)-ut'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)(1+\sin t'+ut')-ut'=1+\sin t' \\ y'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}y(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)at'^2=at'^2 \\ z'(t')=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}z(t)=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}\left(1+\dfrac{u}{c}\right)bt'=bt' \\ t'=\left(1+\dfrac{u}{c}\right)^{-1}t \end{cases}$$

计算结果 —K'系时空轨迹［$x'(t')$，$y'(t')$，$z'(t')$］与相应的K系时空轨迹［$x(t)$，$y(t)$，$z(t)$］— 示于图 11、图 12、图 13。

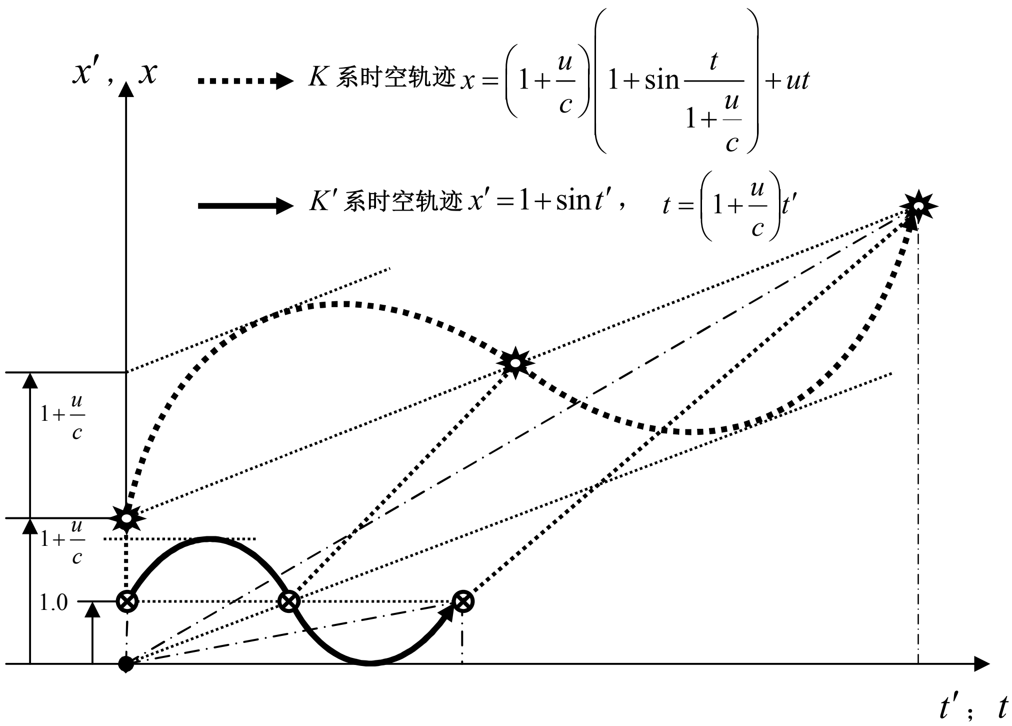

图 11 在x轴方向上K'系时空轨迹与K系时空轨迹之间的‘协变’

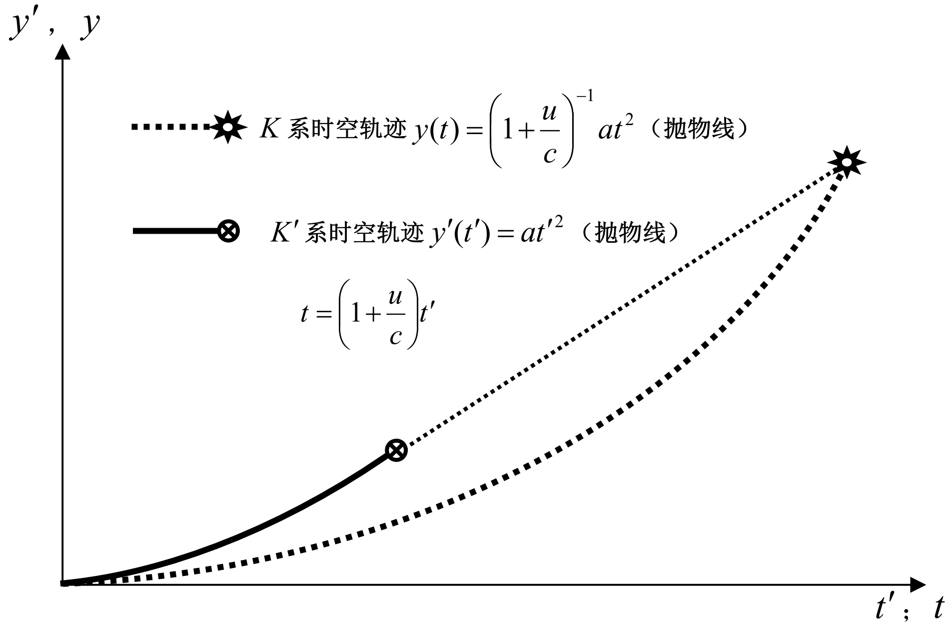

图 12 在 y 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

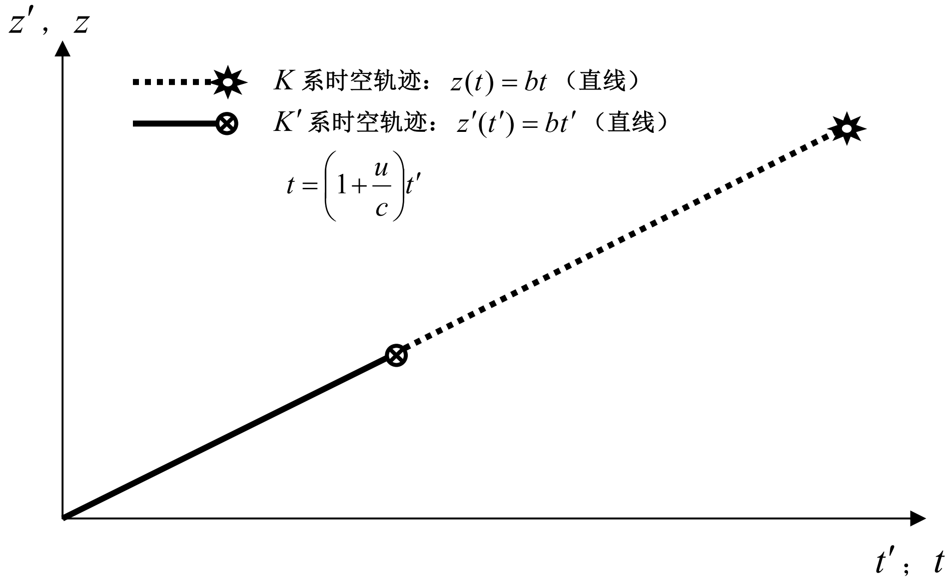

图 13 在 z 轴方向上 K' 系时空轨迹与 K 系时空轨迹之间的‘协变’

结 论

“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\quad \tau'=\dfrac{\tau-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$为只在“闵可夫斯基时空”内成立，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内不成立的“恒等变换”。也就是说，在“伽利略时空”（“宇宙时空”）内不存在“洛伦兹变换”$\left\{x'=\dfrac{x-u\tau}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}},\quad \tau'=\dfrac{\tau-\dfrac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}\right\}$。

这样，由于“洛伦兹变换”及以它为理论基础的“爱因斯坦相对论”只在“闵可夫斯基时空”内成立，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内不成立，所以“洛伦兹变换”及“爱因斯坦相对论”的结论中，在“伽利略时空”（真实的“宇宙时空”）内就必然出现各种各样的无法破解的‘悖论’[相对论信徒们所称的“佯谬”（**Paradox**）]。因此，“爱因斯坦相对论”的任何（数学）结论，如‘相对论速度变换’$v_x'=\dfrac{v_x-u}{1-\dfrac{v_x u}{c^2}}$，‘相对论质速关系’$m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，‘质能关系’$E=mc^2=\dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$，等等，在“伽利略时空”（真实的‘宇宙时空’）内都是不成立的，都是不存在的，都是不可能通过“伽利略时空”（真实的‘宇宙时空’）内的数据（如天文观测数据或从粒子加速器获得的观测数据）得到验证的。因此不能用“伽利略时空”（真实的‘宇宙时空’）内获取的数据来‘证明’只在“闵可夫斯基时空”内成立的“爱因斯坦相对论”所做的任何‘预言’。

本文首次揭示了两条重要定律：一条是“光传播定律”（**Law of Light Propagation**）— 伽利略时空内任意时空点的“光传播时空弹性（**Space-Time Elasticity of Light Propagation**）”恒等于 1。另一条是“运动观测定律”（**Law of Motion Observation**）— 在两观测者有相对运动的场合下，伽利略时空内‘两观测者同时观测到运动质点’（构成‘伽利略变换’）之充要条件为“两观测者的观测矢量通过观测者之间的距离构成‘矢量合成三角形’”。在两观测者有相对运动（$\vec{u}\neq 0$）之场合下，两观测者可以同时观测到运动质点（实现‘伽利略变换’），但不可能有相同的‘观测矢量’。这两条定律为“运动观测论”的基础定律。

我们可以得到以下结论：在“两观测者有相对运动但真空中光传播速率为无穷大”的

假定条件下，或者在“两观测者的相对速度远远小于光速”的情况下，时空变换近似地为“伽利略变换”；在“两观测者有相对运动且真空中光传播速率为有限值”场合下，唯一客观存在的时空变换为“伽利略-周方变换”。

~~~~~~

参 考 文 献

[1]《狭义与广义相对论浅说》，（美）A.爱因斯坦/著　杨润殷/译　北京大学出版社　2006 年版

[2]《狭义相对论（第二版）》，刘辽 费保俊 张允中 编著 科学出版社 2008 年版

[3]《牛顿力学的新时空变换》，周 方/著　经济科学出版社　2013 年版

[4]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》，周 方/著　经济科学出版社　2014 年版

[5]《现代牛顿力学的运动观测理论—兼评狭义相对论之“洛伦兹变换”》（第二版），周 方/著　经济科学出版社　2016 年版

[6]《相对运动观测理论》，周 方/著　经济科学出版社　2018 年版

******************** ******************* ********************

作 者 简 介

周 方　男　湖南省华容县人　1932 年 9 月 28 日生于湖南省长沙市

教授、博士生导师。1950 年就读于大连工学院应用物理系，后毕业于莫斯科航空学院飞机设计与制造系。著述涉及的专业领域：航空工程、系统工程、数理经济学与经济计量学、理论物理学与运动观测论。
~~~~~~