Fermat's last theorem. The numbers A, B, C are infinite, or What P. Fermat did not write in the margins

Author: Victor Sorokine

Abstract:

For the values of the numbers A, B, C (with the last digits a, b, c) equal to a^(n^k), b^(n^k), c^(n^k), equality (1*) is satisfied by (k+1)-digit endings and is not performed by (k+2)-th digits (which follows from the sum of n-1 equalities)..
To turn this inequality into equality, it is necessary to increase the value of the exponent k by 1, but after that, the equality is not satisfied for the (k+3)-digits. And so endlessly.

Fermat's last theorem. The numbers A, B, C are infinite, or What P. Fermat did not write in the margins

Author: Victor Sorokine

Theorem (basic case of the FLT).

For a prime power n>2 and natural numbers A, B, C not multiple of n, the equality (1*) $A^n+B^n-C^n=0$ is impossible.

The proof is carried out in a number system with a prime base n>2.

Designations:

a, b, c - last digits in numbers *A, B, C.*
d is a positive digit in the set D of all positive digits from *1* to *n-1.*
$d°$ is a number equal to *n-d.*
p is a digit equal to *(n-1)/2.*
A_k - digit with sequence number *k* in number *A* from its end.
$A_{k]}$ - *k*-digit ending of number *A;*
$A_{[k}$ - the number *A* after removing the k-digit ending.
$V(0)_{2]}$ - the sum of all single-digit numbers *d* (*d=1*, 2, ... *n-1*), or $d^{n\wedge 0}$; $V(0)_{2]}=pn^1$.
$V(k)_{k+2]}$ - is the sum of all numbers $d^{n\wedge k}$ (*d=1*, 2, … *n-1*), $V(\kappa)_{k+2]}=pn^{k+1}$.

(2)* $Z_{[k]}$ - equality equal to the sum of *n-1* equalities equivalent to equality 1* with (k+1)-valued endings of numbers *A, B, C* equal to $a^{n\wedge k}$, $b^{n\wedge k}$, $c^{n\wedge k}$, obtained by multiplying the equality 1* by all $d^{n\wedge k}$ (*d=1*, 2, … *n-1*).

Main lemmas:

01°) For g_1 not equal to 0, the set of all digits (g′d)′ (d=1, …, n-1) is D.
02°) The digit $(g^n)_t$ does not depend on g_t. /Consequence from Binom Newton./
03°) $(d^{n-1})_1=1$ (where *d* is not equal to *0*). /Fermat's Little Theorem./
04°) The two-digit endings of the numbers *A*, *B*, *C* are the two-digit endings of the degrees a^n, b^n, c^n. /For a proof of this simple fact, see 1707.0092v1.pdf (vixra.org)/.
05°) The two-digit ending of the sum of all *d* (*d=1*, …, *n-1*), or $d^{n\wedge 0}$, is equal to *pn*.
06°) The (k+2)-valued ending of the sum of all $d^{n\wedge k}$ (*d=1*, …, *n-1*) is equal to pn^{k+1} /corollary from the sum $(n-d)^{n\wedge k}+d^{n\wedge k}$ the Little Theorem/.
07°) $d^{n\wedge(k+1)}-d^{n\wedge k}=(d^{(n-1)n\wedge k}-1)$ with (k+1)-digit null ending (see 03°).
In particular: $d^{n\wedge 2}-d^n=d^n(d^{(n-1)n}-1)$ with 2-digit null ending.
8°) The numbers *A*, *B*, *C* and their degrees can be represented as: $A=a+A°n$, $B=b+B°n$, $C=c+C°n$; $A^n=a^n+A°°n^3$, $B^n=b^n+B°°n^3$, $C^n=c^n+C°°n^3$; $A^n{}_{[2]}=a^n{}_{[2]}$; $B^n{}_{[2]}=b^n{}_{[2]}$; $C^n{}_{[2]}=c^n{}_{[2]}$.

PROOF OF THE THEOREM

With the values of numbers
(3*) $A=a^{n^k}$, $B=b^{n^k}$, $C=c^{n^k}$ (mod n^k) (where *a*, *b*, *c* are the last digits in numbers *A*, *B*, *C*), equality (1*) is satisfied by (*k+1*)-digit endings and not by (*k+2*)-digits (see 2*). In this case, ANY other solution $A'=a^{n^k}+x$, $B'=b^{n^k}+y$, $C'=c^{n^k}+z$, (mod n^k), where $x+y-z=0$, does NOT turn inequality 3* into equality by (k+2)-digits.

To turn the inequality (3*) into an equality, it is necessary to increase the value of the exponent *k* by *1*, but after that the new equality is not satisfied for the (*k+3*)-digits. And so on ad infinitum.

Thus, there is no finite integer solution to the equality 1*.

============

Mezos, France. E-mail: victor.sorokine2@gmail.com

P.S. See the proof of the Second Case here: viXra:1908.0072 (En), viXra:1907.0109 (Ru) /There is also a simpler proof./

Последняя теорема Ферма. Числа A, B, C бесконечны, или Что не написал П.Ферма на полях

<u>Автор</u>: Виктор Сорокин

<u>Резюме</u>:

При значениях чисел A, B, C (с последними цифрами a, b, c), равными a^(n^k), b^(n^k), c^(n^k), равенство (1*) выполняется по (*k+1*)-значными окончаниям и не выполняется по (k+2)-м цифрам (что следует из суммы n-1 равенств)..
Для превращения этого неравенства в равенство необходимо увеличить значение показателя степени k на 1, но после этого равенство не выполняется уже по (*k+3*)-цифрам. И так бесконечно.

Последняя теорема Ферма. Числа A, B, C бесконечны, или Что не написал П.Ферма на полях

__Автор__: Виктор Сорокин

__Теорема (базовый случай ВТФ)__. Для простой степени $n>2$ и натуральных чисел A, B, C не кратными n равенство
(1*) $A^n+B^n-C^n=0$ невозможно.

Доказательство проводится в системе счисления с простым основанием n>2.

__Обозначения__:
a, b, c - последние цифры в числах A, B, C.
d - положительная цифра в множестве D всех положительных цифр от 1 до $n-1$.
$d°$ - цифра, равная $n-d$.
p - цифра, равная $(n-1)/2$.
A_k - цифра с порядковым номером k в числе A от его конца.
$A_{k]}$ - k-значное окончание числа A;
$A_{[k}$ - число A после удаления k-значного окончания.
$V(0)_{2]}$ - сумма всех однозначных чисел d ($d=1$, 2, … $n-1$), или $d^{n\wedge 0}$; $V(0)_{2]}=pn^1$.
$V(k)_{k+2]}$ - сумма всех чисел $d^{n\wedge k}$ ($d=1$, 2, … $n-1$), $V(к)_{k+2]}=pn^{k+1}$.

(2*) $Z_{[k]}$ - равенство, равное сумме $n-1$ равенств, эквивалентных равенству 1* с (k+1)-значными окончаниями чисел A, B, C, равными $a^{n\wedge k}$, $b^{n\wedge k}$, $c^{n\wedge k}$, полученными с помощью умножения равенства 1* на все $d^{n\wedge k}$ ($d=1$, 2, … $n-1$).

__Основные леммы__:

01°) Для g_1 не равной 0 множество всех цифр $(g'd)'$ ($d=1$, …, $n-1$) есть D.
02°) Цифра $(g^n)_t$ не зависит от g_t. /Следствие из Бинома Ньютона./
03°) $(d^{n-1})_1=1$ (где d не равна 0). /Малая теорема Ферма./
04°) Двузначные окончания чисел A, B, C есть двузначные окончания степеней a^n, b^n, c^n. /Доказательство этого простого факта см. в [1707.0092v1.pdf (vixra.org)](https://vixra.org)/.
05°) Двузначное окончание суммы всех d ($d=1$, …, $n-1$), или $d^{n\wedge 0}$, равно pn.
06°) (k+2)-значное окончание суммы всех $d^{n\wedge k}$ ($d=1$, …, $n-1$) равно pn^{k+1} /следствие из суммы $(n-d)^{n\wedge k}+d^{n\wedge k}$ и малой теоремы/.
07°) $d^{n\wedge(k+1)}-d^{n\wedge k}=(d^{(n-1)n\wedge k}-1)$ с (k+1)-значным нулевым окончанием (см. 03°).
В частности: $d^{n\wedge 2}-d^n=d^n(d^{(n-1)n}-1)$ с 2-значным нулевым окончанием.
8°) Числа A, B, C и их степени представимы в виде: $A=a+A°n$, $B=b+B°n$, $C=c+C°n$; $A^n=a^n+A°°n^3$, $B^n=b^n+B°°n^3$, $C^n=c^n+C°°n^3$; $A^n{}_{[2]}=a^n{}_{[2]}$; $B^n{}_{[2]}=b^n{}_{[2]}$; $C^n{}_{[2]}=c^n{}_{[2]}$.

***

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ

При значениях чисел
(3*) $A=a^{n\wedge k}$, $B=b^{n\wedge k}$, $C=c^{n\wedge k}$ (mod n^k) (где a, b, c - последние цифры в числах A, B, C), равенство (1*) выполняется по ($k+1$)-значными окончаниям и не выполняется по (k+2)-цифрам (см. 2*).
При этом НИКАКОЕ иное решение $A'=a^{n\wedge k}+x$, $B'=b^{n\wedge k}+y$, $C'=c^{n\wedge k}+z$, (mod n^k), где $x+y-z=0$, НЕ превращает неравенство 3* в равенство по (k+2)-цифрам.

Для превращения неравенства (3*) в равенство необходимо увеличить значение показателя степени k на 1, но после этого новое равенство не выполняется уже по ($k+3$)-цифрам. И так до бесконечности.

Таким образом, конечное целочисленное решение равенства 1* отсутствует.

==============

Mezos, France. E-mail: victor.sorokine2@gmail.com

P.S. Доказательство Второго случая см. здесь: viXra:1908.0072 (En), viXra:1907.0109 (Ru). /Есть и более простое доказательство./