

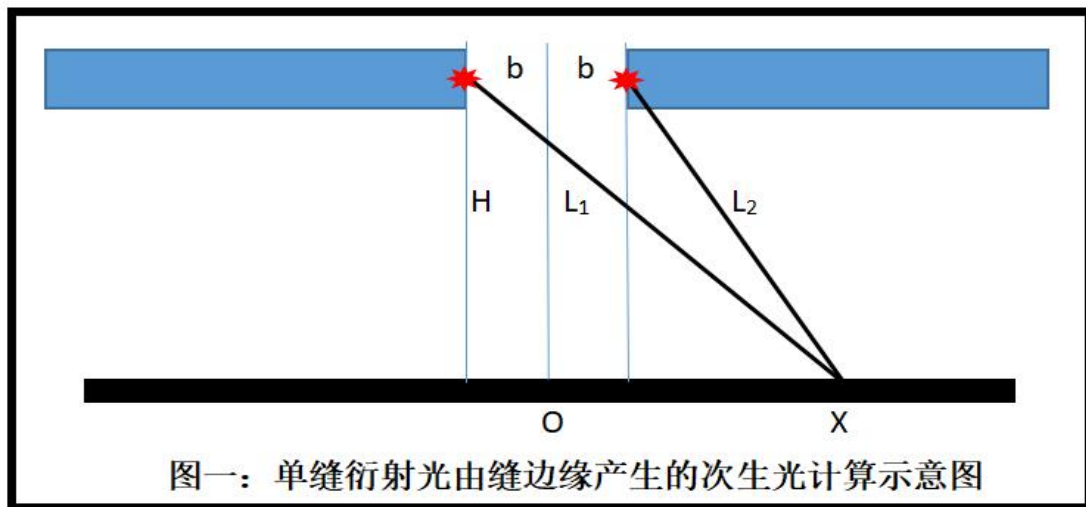
试用缝边缘为单缝衍射和双缝干涉光源推导衍射与干涉光强度的计算公式

作者：彭晓韬

日期：2022.08.20

[文章摘要]：从目前诸多单缝衍射和双缝干涉实验结果推断，衍射和干涉光应该都是由缝边缘产生的次生光的矢量叠加结果。本文拟以此思路来推导出计算衍射和干涉光强度的理论公式，并据此结果与依据实验结果推导出的现有公式进行比较，以达到检验与验证的目的。

一、单缝衍射光计算公式推导



如上图一所示：假设单缝宽度为 $2b$ ；单缝板至显示屏的垂直距离为 H ；距显示屏正中点 O 点距离为 X 点距缝边缘的距离分别为 L_1 、 L_2 。则：缝边缘次生光源到 X 点的光程差 Δs 为：

$$\Delta s = (L_1 + \frac{\lambda}{2}) - (L_2 + \frac{\lambda}{2}) = \sqrt{(x+b)^2 + H^2} - \sqrt{(x-b)^2 + H^2} \quad (\text{公式 1})$$

对（公式 1）进行整理可得：

$$x = \pm \sqrt{\frac{4H^2 + 4b^2 - \Delta s^2}{16b^2 - 4\Delta s^2}} \Delta s \quad (\text{公式 2})$$

当 b 和 $\Delta s \ll H$ 、 $b \gg \Delta s$ 时，（公式 2）可简化为：

$$x = \pm \sqrt{\frac{4H^2 + 4b^2 - \Delta s^2}{16b^2 - 4\Delta s^2}} \Delta s \approx \pm \frac{H\Delta s}{2b} \quad (\text{公式 3})$$

当光程差 Δs 为照射光波长 λ 的整数倍，即 $\Delta s = n\lambda$ （ n 为自然整数）时，缝边缘产生的次生光在 X 点处的相位相同，矢量叠加结果为最大值，代入（公式 2）并整理后可得：

$$x = \pm \frac{n\lambda H}{2b} \quad (\text{公式 4})$$

则有两个相邻最大值间的距离 Δx 为：

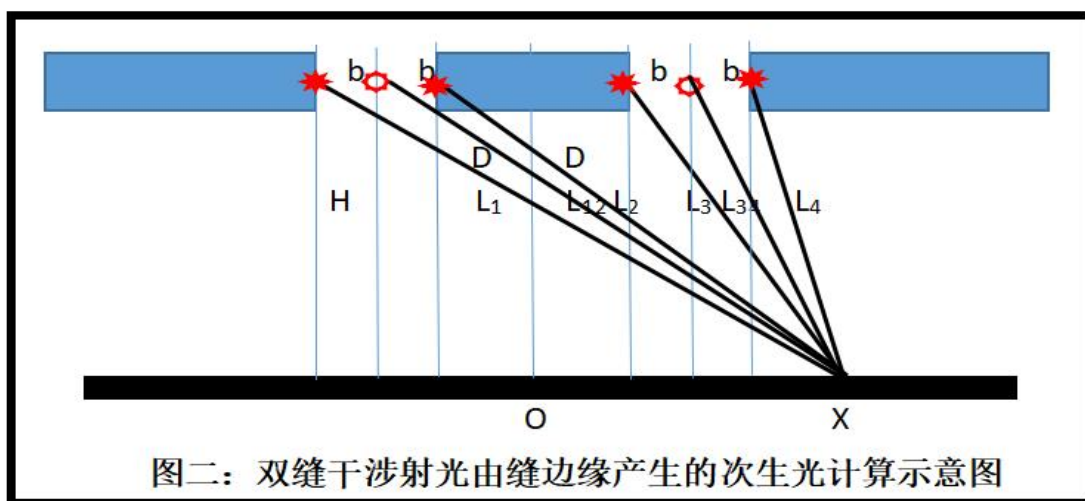
$$\Delta x = \frac{\lambda H}{2b} \quad (\text{公式 5})$$

当光程差 Δs 为照射光波长 λ 的整数倍+半波长，即 $\Delta s = (n+1/2) \lambda$ 时，缝边缘产生的次生光在 X 点处的相位相反，矢量叠加结果为最小值，代入（公式 2）并整理后可得：

$$x = \pm \frac{(2n+1)\lambda H}{4b} \quad (\text{公式 6})$$

由以上（公式 4）、（公式 5）和（公式 6）与现有单缝衍射光明暗条纹位置公式是完全一致的。这就证明：单缝衍射光就是由单缝的两条缝边缘产生的次生光的矢量叠加结果。

二、双缝干涉射光计算公式推导



如上图二所示：假设双缝的每条单缝宽度为 $2b$ 、双缝内边缘间距为 $2D$ ；双缝板至显示屏的垂直距离为 H ；距显示屏正中点 O 点距离为 X 点距缝边缘的距离分别为 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 。为了简化计算，当 $D \gg b$ 时，我们可以以每条单缝中点作为该单缝两条边缘子光源的合成虚光源位置，其到 X 点的距离分别为 L_{12} 、 L_{34} 。则：两个虚次生光源到 X 点的光程差 Δs 为：

$$\Delta s = (L_{12} + \frac{\lambda}{2}) - (L_{34} + \frac{\lambda}{2}) = \sqrt{(x+D+b)^2 + H^2} - \sqrt{(x-D-b)^2 + H^2} \quad (\text{公式 7})$$

对（公式 7）进行整理可得：

$$x = \pm \sqrt{\frac{4H^2 + 4(D+b)^2 - \Delta s^2}{16(D+b)^2 - 4\Delta s^2}} \Delta s \quad (\text{公式 8})$$

当 $(D+b)$ 和 $\Delta s \ll H$ 、 $(D+b) \gg \Delta s$ 时，（公式 8）可简化为：

$$x = \pm \sqrt{\frac{4H^2 + 4(D+b)^2 - \Delta s^2}{16(D+b)^2 - 4\Delta s^2}} \Delta s \approx \pm \frac{H}{2(D+b)} \Delta s \quad (\text{公式 9})$$

当光程差 Δs 为照射光波长 λ 的整数倍，即 $\Delta s = n \lambda$ （ n 为自然整数）时，缝边缘产生的次生光在 X 点处的相位相同，矢量叠加结果为最大值，代入（公式 9）并整理后可得：

$$x = \pm \frac{n\lambda H}{2(D+b)} \quad (\text{公式 10})$$

当光程差 Δs 为照射光波长 λ 的整数倍+半波长，即 $\Delta s = (n+1/2) \lambda$ 时，缝边缘产生的次

生光在 X 点处的相位相反，矢量叠加结果为最小值，代入（公式 9）并整理后可得：

$$x = \pm \frac{(2n+1)\lambda H}{4(D+b)} \quad (\text{公式 11})$$

则有两个相邻最大值或最小值间的距离 Δx 为：

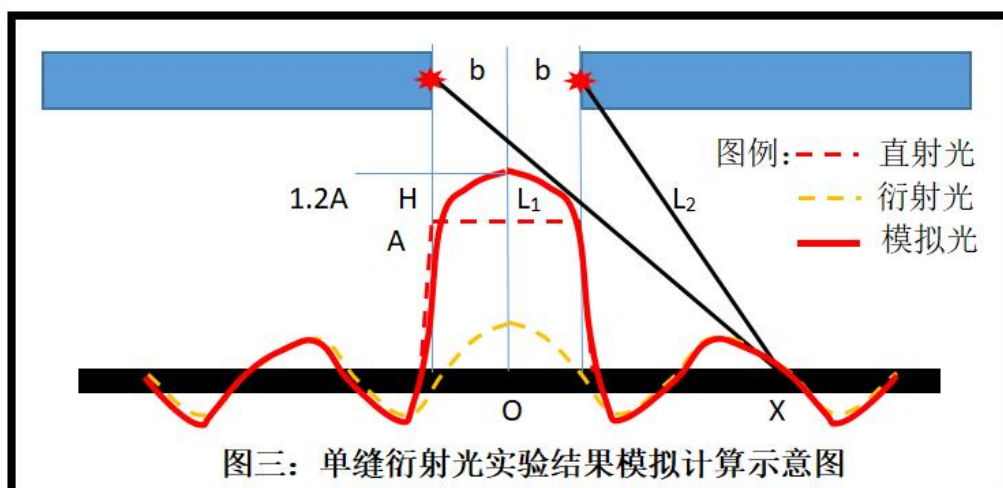
$$\Delta x = \frac{\lambda H}{2(D+b)} \quad (\text{公式 12})$$

由以上（公式 10）、（公式 11）和（公式 12）与现有双缝干涉光明暗条纹位置公式是完全一致的。这就证明：双缝干涉光就是由缝边缘产生的次生光的矢量叠加结果。

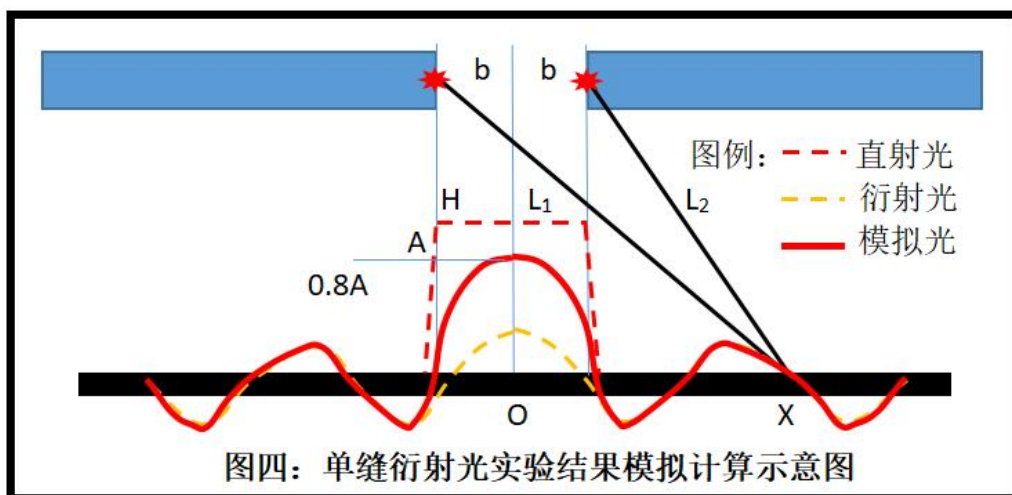
三、利用单缝衍射光计算公式模拟计算单缝衍射实验结果

假设单缝边缘产生的次生光强度是直射光的 10%，则利用（公式 4）模拟计算单缝衍射实验结果：

1、直射光在中心点 O 点的强度为 A，相位与单缝边缘产生的次生衍射光相位相同时，模拟计算结果如下图三所示：



2、直射光在中心点 O 点的强度为 A，相位与单缝边缘产生的次生衍射光相位相反时，模拟计算结果如下图四所示：



综上所述，通过对单缝衍射和双缝干涉实验中衍射光和干涉光源为缝边缘推导出来的计算公式计算出来的衍射和干涉图像中明暗条纹位置，其结果与目前实验结果完全一致。同时，衍射光强度最大值不足直射光的 20%、用超黑材料覆盖单缝边缘或不让光照射单缝边缘均不会出现衍射光等现象充分证明：单缝衍射光和双缝干涉光都是由缝隙边缘产生的次生光的矢量叠加结果。