DISTRIBUTION OPTIONS OF (C) BETWEEN (A) AND (B)

Miguel Cerdá Bennassar – February 2023

Abstract

The purpose of this argument is to distribute a natural number (c) between (a) and (b), know the number of unique options (n) to do so, and calculate the values of (a) and (b). Obviously (c) is also the result of the sum of (a) and (b), but we have to see it as a consequence of the distribution, not as an end.

Distribution of (C), an even natural number ≥2, between (A) and (B) in their (N) possible and unique options to do so.

The (n) options N{0, 1, 2, 3, 4, 5, ... (c-2)/2} |N|=c/2

The values of (a) A{(c/2)-n, (c/2)-n, ... 1} |A|=c/2

The values of (b) B{(c/2)+n, (c/2)+n, ... (c-1)} |B|=c/2

The value of (c) C{c, c, c, ... c} |C|=c/2

All elements comply:

The equality a+n = b-n = c/2 a+2n = b = (c+2n)/2

Congruence a ≡ b ≡ c/2 (mod n) a ≡ b ≡ (c-1) ≡ 1 (mod 2)

If (c) is an even number, the difference between any number in (a) and any number in (b) is equal to the sum of their values in (n).
The difference of two numbers, both of (a) or both of (b), is equal to the difference of their values of (n).
If the sum of any two numbers (a) and (b) is less than (c) and we add the difference of their values of (n), then it is equal to (c).
If the sum of any two numbers (a) and (b) is greater than (c) and we subtract the difference of their values from (n), then it is equal to (c).

OPCIONES DE REPARTO DE C ENTRE A Y B

Miguel Cerdá Bennassar – Febrero 2023

Resumen

La finalidad de este argumento es repartir un número natural (c) entre (a) y (b), conocer el número de opciones (n) únicas para hacerlo y calcular los valores de (a) y de (b). Evidentemente (c) también es el resultado de la suma de (a) y de (b), pero tenemos que verlo como una consecuencia del reparto, no como un fin.

CONJUNTO FINITO

Reparto o distribución de C, un número natural par ≥2, entre A y B en sus N opciones posibles y únicas para hacerlo.

Las opciones (n) N{0, 1, 2, 3, 4, 5, ... (c-2)/2} |N|=c/2

Los valores de (a) A{(c/2)-n, (c/2)-n, ... 1} |A|=c/2

Los valores de (b) B{(c/2)+n, (c/2)+n, ... (c-1)} |B|=c/2

El valor de (c) C{c, c, c, ... c} |C|=c/2

Todos los elementos cumplen:

La igualdad a+n = b-n = c/2 a+2n = b = (c+2n)/2

La congruencia a ≡ b ≡ c/2 (mod n) b ≡ (c-1) ≡ 1 (mod 2)

Si (c) es un número par, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n).

La diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Desarrollo ilustrativo de C=36

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
c	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Reparto o distribución de C, un número natural impar ≥3, entre A y B en sus N opciones posibles y únicas para hacerlo.

Las opciones (n) N{0, 1, 2, 3, 4, 5, ... (c-3)/2} |N|=(c-1)/2

Los valores de (a) A{(c-2n-1)/2, ...1} |A|=(c-1)/2

Los valores de (b) B{(c+2n+1)/2, ... (c-1)} |B|=(c-1)/2

El valor de (c) C{c, c, c, ... c} |C|=(c-1)/2

Todos los elementos cumplen:

La igualdad a+n = b-n-1 = (c-1)/2 a+2n+1=b=(c+2n+1)/2

La congruencia a ≡ (b-1) ≡ (c-1)/2 (mod n) a ≡ (b-1) ≡ (c-1)/2 ≡ 1 (mod 2)

Si (c) es un número impar, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n) más 1.

La diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Desarrollo ilustrativo de C=39

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
c	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades

CONJUNTO INFINITO

Continuando los valores (n), las opciones de (a) son el cero y los números enteros negativos y se forma otro conjunto infinito, porque las (n) opciones son infinitas.

Para (c) par:

n	0	1	. . .	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	. . .
a	8	7	. . .	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	. . .
b	8	9	. . .	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	. . .
c	16	16	. . .	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	. . .

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Las opciones (n) N{c/2, (c+2)/2, (c+4)/2, ...}

Los valores de (a) A{0, -1, -2, -3, -4, -5, ...}

Los valores de (b) B{c, c+1, c+2, c+3 . . . .}

El valor de (c) C{c, c, c, c, ... c}

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+n = b-n = c/2$

La congruencia $b \equiv c/2 \pmod{n}$

Para (c) impar:

n	0	1	. . .	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	. . .
a	13	12	. . .	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	. . .
b	14	15	. . .	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	. . .
c	27	27	. . .	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	. . .

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Las opciones (n) N{(c-1)/2, (c+1)/2, (c+3)/2, ... }

Los valores de (a) A{0, -1, -2, -3, -4, -5, ... }

Los valores de (b) B{c, c+1, c+2, ...}

El valor de (c) C{c, c, c, ... c}

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+2n+1 = b = (c+2n+1)/2$

La congruencia $(b-1) \equiv (c-1)/2 \pmod{n}$

Cualquier número natural (c) se puede repartir entre (a) y (b) con no más de (c/2) opciones posibles si (c) es un número par, o con no más de (c-1)/2 opciones posibles si (c) es un número impar. Sin embargo, el mismo número se puede representar en infinitas opciones (n) como diferencia de dos números enteros.

ALGUNOS REPARTOS

1) Un cuadrado puede expresarse como la suma de dos cuadrados.

En el reparto o descomposición del número natural par c(100) entre (a) y (b) también números naturales, tenemos c/2 opciones de hacerlo, de n(0) hasta n(49).

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	. . .	48	49
a	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	. . .	2	1
b	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	. . .	98	99
c	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	. . .	100	100

Todas las (n) opciones son ciertas porque cumplen la congruencia y las igualdades necesarias.

En la opción n(14), los tres términos son segundas potencias, a(36), b(64) y c(100), y se cumple la triple igualdad y también la congruencia.

c = un número par $c^2 = ((c^2+4)/4)^2 - ((c^2-4)/4)^2$ donde $c = c^2$, $a = a^2$ y $b = b^2$
$b = (c^2-4)/4)$
$c = (c^2+4)/4)$

a = un número impar $c^2 = ((c^2+1)/2))^2 – ((c^2-1)/2)^2$
$b = (c^2-1)/2)$
$c = (c^2+1)/2)$

2) En el conjunto infinito, el cuadrado de cualquier número natural ≥3, puede ser la diferencia de dos cuadrados.

($z^2 = -x^2 + y^2$). donde $c = z^2$, $a = x^2$ y $b = y^2$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	. . .
a	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	. . .
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	. . .
c	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	. . .

3) Un cubo se puede expresar como suma de tres cuadrados.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	. . .	28	29	30	31	32	33	34	. . .	91	92	93	94	95	. . .
a	30	29	28	27	26	25	24	23	. . .	2	1	0	-1	-2	-3	-4	. . .	-61	-62	-63	-64	-65	. . .
b	31	32	33	34	35	36	37	38	. . .	59	60	61	62	63	64	65	. . .	122	123	124	125	126	. . .
c	61	61	61	61	61	61	61	61	. . .	61	61	61	61	61	61	61	. . .	61	61	61	61	61	. . .

25 + 36 + 64 = 125

4) Un cubo no puede expresarse como la suma de dos cubos.

En otro ejemplo de reparto o descomposición del número natural impar c(729) entre (a) y (b) también números naturales, tenemos (c-3)/2 opciones de hacerlo, de n(0) hasta n(363).

n	0	1	2	3	4	5	. . . . . .	147	148	. . . . . .	358	359	360	361	362	363
a	364	363	362	361	360	359	. . . . . .	217	216	. . . . . .	6	5	4	3	2	1
b	365	366	367	368	369	370	. . . . . .	512	513	. . . . . .	723	724	725	726	727	728

Todas las (n) opciones son ciertas porque cumplen la congruencia y las igualdades necesarias.

En la opción n(147), a(217) y b(512) y en la opción n(148), a(216) y b(513).
En ambas opciones, siendo c(729) una tercera potencia, solamente uno de los dos términos (a) ó (b) es también una tercera potencia.

El otro término no puede serlo porque no cumplirá la triple igualdad ni tampoco la congruencia y porque no existe ningún tercer cubo (a) o (b) cuya diferencia con x^3 o y^3 sea igual a 2n ó 2n+1, si z^3 es un número par o impar.

En todas las (n) opciones (b) recibe 2n+1 más que (a), y en los cubos: 1^3+2n+1, 2^3+2n+1, 3^3+2n+1, . . . y $(z-1)^3+2n+1$ en la última. Lo que reciba (b) no será nunca igual al cubo de un número, $(z-1)^3$, $(z-2)^3$, $(z-3)^3$, ... (1^3), porque 2n+1 nunca es suficiente como diferencia de dos cubos.

La distancia entre esos números siempre es mayor que 2n+1, excepto para $z^3-(z-1)^3$ que es menor, por lo que no se cumplirán las igualdades ni la congruencia. Un cubo no se puede descomponer en dos cubos. Esto es así para cualquier opción de reparto con potencias ≥3.

En el conjunto (D) en el que pretendamos repartir o distribuir un cubo (z^3) en dos cubos (x^3) e (y^3), las opciones en las que esto podría ser posible serían desde n(0) hasta la opción $n((z-1)^3-z^3/2)$ si (z^3) es par o desde n(0) hasta $n((z-1)^3-(z^3+1)/2)$, si (z^3) es impar.
En esta última (n) opción, (b) es $(z-1)^3$, que es el último cubo que puede haber. Entonces (a) sería $z^3-(z-1)^3$, por lo que también podemos descartar esa (n) opción de (a), pues la diferencia $z^3-(z-1)^3$, no es un cubo.

Quedan pues las opciones (n) posibles desde n(0) hasta $(z-2)^3$, en la que (a) sería $z^3-(z-2)^3$, que también podríamos descartar, ya que esa diferencia tampoco es un cubo.

Sucede siempre lo mismo hasta que solamente quedan cubos en (a) pero ninguno en (b), por lo que en ninguna (n) opción (a) más (b) sería un cubo.

5) En el conjunto infinito, el cubo de cualquier número natural ≥2 puede ser la diferencia de dos cuadrados. $z^3 = -x^2 + y^2$, $z = -x + y$ donde $c = z^3$, $a = x^2$ y $b = y^2$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	. . .
a	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	. . .
b	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	. . .
c	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	. . .

n	0	1	2	3	4	5	6	7	. . .	17	18	19	20	21	22	23	24	. . .
a	13	12	11	10	9	8	7	6	. . .	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	. . .
b	14	15	16	17	18	19	20	21	. . .	31	32	33	34	35	36	37	38	. . .
c	27	27	27	27	27	27	27	27	. . .	27	27	27	27	27	27	27	27	. . .

6) En el conjunto finito, la diferencia de dos cuadrados consecutivos, $a^2 – (a-1)^2 = 2a-1$
$a = (a^2 – (a-1)^2 + 1)/2$, donde $c = a^2$, $b = (a-1)^2$ y $a = 2a-1$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	. . . . .
a	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	. . . . .
b	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	. . . . .
c	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	

Y en el conjunto infinito, donde $c = -a^2+b^2$, $b = b^2$ y $a = a^2$

n	0	1	2	. . .	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	. . .
a	6	5	4	. . .	-25	-26	-27	-28	-29	-30	-31	-32	-33	-34	-35	-36	-37	. . .
b	7	8	9	. . .	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	. . .
c	13	13	13	. . .	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	. . .

7) Con términos de ambos conjuntos, cualquier número impar mayor que 5 puede expresarse como suma de tres números primos.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito).

Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	. . . .
a	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	. . . .
b	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	. . . .
c	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	. . . .

2 + 2 + 1 = 5, 2 + 2 + 3 = 7, 3 + 7 + 7 = 17, 3 + 7 + 13 = 23, 7 + 11 + 13 = 31, ...

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	. . . .
a	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	. . . .
b	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	. . . .
c	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	. . . .

3 + 3 + 1 = 7,   3 + 3 + 3 = 9,   3 + 3 + 5 = 11,   3 + 5 + 11 = 19,   5 + 11 + 11 = 27, ...

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	. . . .
a	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	. . . .
b	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	. . . .
c	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	. . . .

7 + 7 + 3 = 17,   7 + 7 + 5 = 19,   3 + 11 + 3 = 17,   3 + 11 + 5 = 19,   3 + 11 + 7 = 21, . . .

8) Cualquier número par y mayor que 2 se puede expresar como suma de dos números primos.

Cualquier número par y mayor que 2 se puede expresar de manera infinita como diferencia de dos números primos en el conjunto infinito.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	. . .	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	. . .
a	12	11	10	9	8	7	6	5	4	. . .	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	. . .
b	12	13	14	15	16	17	18	19	20	. . .	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	. . .
c	24	24	24	24	24	24	24	24	24	. . .	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	. . .

9) Cualquier número primo ≥7 puede ser expresado como la suma de tres números primos.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	. . .	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	. . .
a	12	11	10	9	8	7	6	5	4	. . .	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	. . .
b	12	13	14	15	16	17	18	19	20	. . .	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	. . .
c	24	24	24	24	24	24	24	24	24	. . .	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	. . .

11 + 13 + 5 = 29, 7 + 17 + 5 = 29, 7 + 17 + 7 = 31, 11 + 13 + 7 = 31

10) Todo número impar se puede poner como suma de una potencia de dos y un número primo.

Todo número impar se puede poner de manera infinita como diferencia de una potencia de dos y un número primo, en el conjunto infinito.

Un número primo puede expresarse como la suma de otro número primo y un múltiplo de 2:

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	. . .	12	13	14	. . .	45	46	47	. . .	57	58	59	. . .	177	178	179	. . .	561	562	. . .
a	50	49	. . .	38	37	36	. . .	5	4	3	. . .	-7	-8	-9	. . .	-127	-128	-129	. . .	-511	-512	. . .
b	51	52	. . .	63	64	65	. . .	96	97	98	. . .	108	109	110	. . .	228	229	230	. . .	612	613	. . .
c	101	101	. . .	101	101	101	. . .	101	101	101	. . .	101	101	101	. . .	101	101	101	. . .	101	101	. . .

37 + 72 = 109, 37 + 192 = 229, 97 + 12 = 109, 97 + 132 = 229 . . .

11) Un número primo p es expresable como suma de dos cuadrados si y sólo si p = 2 ó p ≡ 1 (mod 4).

Un número primo p es expresable como suma de dos cuadrados a y b si a ≡ b-1 ≡ (p-1)/2 (mod n).

Un número primo p es expresable como diferencia de dos cuadrados.

0	1	2	3	4	5	6	7	. . .	28	29	30	31	32	33	34	. . .	91	92	93	94	95	. . .
30	29	28	27	26	25	24	23	. . .	2	1	0	-1	-2	-3	-4	. . .	-61	-62	-63	-64	-65	. . .
31	32	33	34	35	36	37	38	. . .	59	60	61	62	63	64	65	. . .	122	123	124	125	126	. . .
61	61	61	61	61	61	61	61	. . .	61	61	61	61	61	61	61	. . .	61	61	61	61	61	. . .

En cada opción (n), $a \equiv b \pmod{n}$ y $\pmod{2}$

$2a \equiv c \pmod{n}$ y $\pmod{2}$

$2b \equiv c \pmod{n}$ y $\pmod{2}$

Si (c) es un número par, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n).
Si (c) = z^2, (a) = x^2 y (b) = y^2, resulta que $y^2 - x^2 = y^2-(z^2/2) + (z^2/2)-x^2$.

Si (c) es un número impar, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n) más 1:
Si (c) = z^2, (a) = x^2 y (b) = y^2, resulta que $y^2 - x^2=y^2-(z^2/2) + (z^2/2)-x^2 + 1$.

En ambos casos, la diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).
Si (c) = z^2, (a) = x^2 y (b) = y^2, resulta que $X^2 - x^2 = x^2-(X^2/2) + (X^2/2)-x^2$,

$Y^2 - y^2 = y^2-(Y^2/2) + (Y^2/2)-y^2$

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).
Si $x^2 + y^2 < z^2$ par, entonces $x^2 + y^2 + (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2) = z^2$
Si $x^2 + y^2 < z^2$ impar, entonces $x^2 + y^2 + (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2 + 1) = z^2$

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).
Si $x^2 + y^2 > z^2$ par, entonces $x^2 + y^2 - (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2) = z^2$
Si $x^2 + y^2 > z^2$ impar, entonces $x^2 + y^2 - (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2 + 1) = z^2$

Para que la suma de dos cubos (a) y (b) sea igual a otro cubo (c), hay que restar o sumar los valores de (n).