Model of Hawking radiation

Vitaly Kuyukov

Siberian Federal University

Russia, The Republic Of Khakassia,655017

Email: vitalik.kayukov@mail.ru

I present to you a simple explanation of the Hawking radiation on the basis of my new idea of quantization of the black hole surface. Event horizon of a black hole is a two-dimensional surface in the form of a sphere. On this sphere considered purely as a geometric object that has properties similar to the membrane. Membrane may fluctuate, there arise elastic waves.

1.Сфера Шварцшильда.

Черной дырой называют область в пространства - времени, в которой гравитационное притяжение настолько сильно, что даже свет неспособен покинуть эту область.

Граница этой области называется горизонтом событий , а её характерный размер — *гравитационным радиусом*. В простейшем случае сферически симметричной чёрной дыры он равен радиусу Шварцшильда $r_g=2GM/c^2$.

Согласно теореме Биркгофа , гравитационное поле любого сферически симметричного распределения материи вне её даётся решением Шварцшильда.

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{r_g}{r}\right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2) \quad (1.1)$$

Координаты t, r, θ, φ в которых записано выражение (1), носит название координат Шварцшильда, а системы отчета, образуемая ими - системы отчета Шварцшильда. В малой окрестности каждой точке пространства можно ввести для обычных измерений длин локальную систему координат:

$$dx^1 = dx\sqrt{g_{11}} = \frac{dr}{\sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}},$$

$$dx^2 = r d\theta,$$

$$dx^3 = r \sin\theta \, d\varphi$$

Физическое время τ , текущее в данной точке r пространства, определяется выражением

$$dx^0 = c\, d\tau = dt\sqrt{g_{00}} = dt\sqrt{1 - \frac{r_g}{r}},$$

Временная координата τ будет идти медленнее удалённой t ($r\to\infty$, $\theta=const$, $\varphi = const$) в $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_g}{r}}}$ раз за счёт гравитационного замедления времени.

Как видно из приведённой формы метрики (1.1), коэффициенты при t и r ведут себя патологически при $r\to r_g$, где и располагается горизонт событий чёрной дыры Шварцшильда — в такой записи решения Шварцшильда имеют координатную сингулярность. Эти патологии являются, однако, лишь эффектом выбора координат (подобно тому, как в сферической системе координат при $\vartheta = 0$ любое значение φ описывает одну и ту же точку). Пространство Шварцшильда $\mathcal{M}$ можно, как говорят, «продолжить за горизонт», и если там тоже считать пространство везде пустым, то при этом возникает *бо́льшее* пространство-время $\tilde{\mathcal{M}}$, которое называется максимально продолженным пространством Шварцшильда.

2. Квантовые колебания гравитационного радиуса.

Возможные проявления квантовой природы физических полей и частиц, в полной мере применимы при рассмотрении квантовых эффектов в черных дырах. Качественно оценить значение флуктуационных процессов в черных дырах можно с помощью простых рассуждений. Предположим , что в области пространства-времени с характерным размером L произошла флуктуация метрики и ее значение g отклонилось от среднего значения <g> на величину δg. При этом кривизна в этой области изменится на величину $\frac{\delta g}{L^2 g}$, а значения действия S для гравитационного поля испытывает изменение порядка

$$\delta S \sim \frac{\delta g}{g} \cdot L^2 \cdot \frac{c^2}{G} \qquad (2.1)$$

Вероятность подобной флуктуации значительна только в том случае, когда $\delta S \sim \hbar$. Поэтому для величин флуктуации метрики в пространственно-временной области размером L получается следующая оценка

$$\frac{\delta g}{g} \sim \frac{L_p^2}{L^2} \qquad (2.2)$$

Где квадрат планковской длины $L_p^2 = \frac{G\hbar}{c^3} \approx 2{,}56\ 10^{-70}$ см^2. Таким образом, флуктуации метрики, достигающие значения δg =1 на планковских масштабах, малы и, вообще говоря несущественны для значительно больших масштабов. Можно ожидать, что описанные квантово-гравитационные флуктуации приведут к своеобразному квантовому «дрожанию» горизонта событий. Для сферической черной дыры с массой M амплитуда колебания δr гравитационного радиуса имеет на основании (2.2) следующий вид:

$$\delta r \sim \frac{L_p^2}{r_g} \qquad (2.3)$$

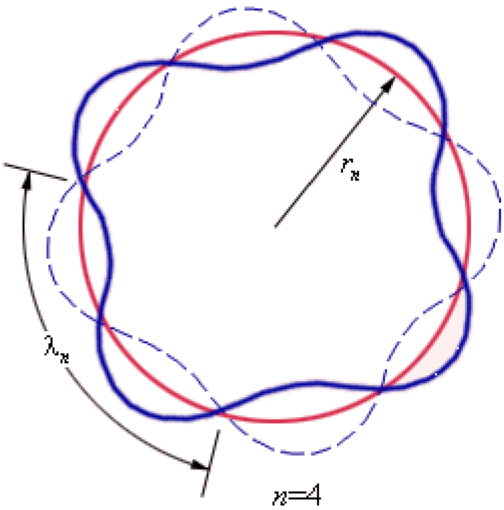
Величина амплитуды колебания δr крайне мала для черных дыр с размерами $r_g \gg L_p$. Однако не стоит сбрасывать этот эффект, потому что он приводит к интересным результатам. Под действием квантовых флуктуаций вакуума на поверхности горизонта событий появляются колебания δr радиуса Шварцшильда r_g. Эти колебания могут стать причиной распространения гравитационных волн на горизонте событий. Эти волны можно определить как отклонения от среднего значения гравитационного радиуса

$$u(t, r, \theta, \varphi) = r_g - \langle r_g \rangle \qquad (2.4)$$

Волны $u(t, r, \theta, \varphi)$ на поверхности черной дыры не должны гаснуть, так как постоянно действуют квантовые флуктуации вакуума на сфере Шварцшильда (2.3) . Под действием эти флуктуаций колебания гравитационного радиуса будут появляться в любой точке на сфере $A = 4\pi r_g^2$.

3. Энергетические уровни горизонта событий.

Поэтому я подумал, что горизонт событий - это сферическая мембрана, обладающая упругими и волновыми свойствами.
Допустим, на поверхности горизонта событий появляются упругие волны колебаний (вообще причина этих волн не воздействия внешних полей и тел, а квантовые флуктуации вакуума на поверхности горизонта событий).
Волне горизонта событий можно сопоставить квант энергии согласно формуле Планка.
Квантовая энергия распространяется по замкнутой сферической поверхности черной дыры.
Волна квантовой энергии накладывается сама на себя, разрешая определенные частоты колебаний.



Условие квантования поверхности горизонта событий черной дыры , такое же, как квантование орбит Бора, потому что в обоих случаях действуют один корпускулярно-волновой принцип.
Оно имеет вид стоячей волны:

$$p \cdot r_n = \hbar \frac{2\pi}{\lambda_{Ep}} \cdot r_n = \hbar n \quad \Rightarrow \quad 2\pi \cdot r_n = n \cdot \lambda_{Ep} \qquad (3.1)$$

Где r- радиус черной дыры, n-квантовое число 1,2,....,N.
Частота и период колебаний волны на поверхности черной дыры определим по формуле:

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c \quad (3.2)$$

Где c - фазовая скорость возмущений на поверхности горизонта событий равна скорости света, если предположить, что колебания метрики горизонта событий имеет гравитационный характер.
С другой стороны частота волны на поверхности связана с квантовой энергией по формуле Планка:

$$\varepsilon = \hbar\omega. \quad (3.3)$$

Полная квантовая энергия (3.3) колебаний горизонта событий есть сумма кинетической энергии движения и потенциальной энергии:

$$E=E_k + U = \hbar\,\omega$$

Получаем спектр энергии кванта колебаний горизонта событий, если подставим все эти формулы (3.1, 3.2, 3.3):

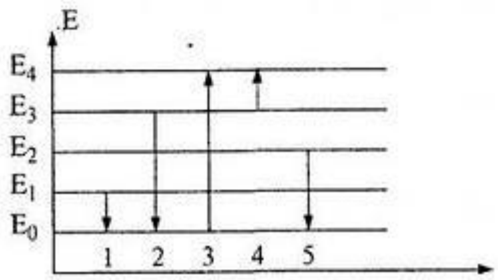
$$E_n = \frac{n\,\hbar c}{r_g} \quad (3.4)$$

Радиус черной дыры зависит от ее массы $r=2GM/c^2$, тогда формула (3.4) будет иметь вид:

$$E_n = \frac{n\,\hbar\, c^3}{2GM} \quad n=1,2,\ldots,N. \quad (3.5)$$

Получаем квантовые энергетические уровни (3.5) горизонта событий черной дыры, в данном случае получается спектр линий, отстоящие друг от друга на величину:

$$\Delta E = \frac{\hbar\, c^3}{2GM} \quad (3.6)$$



Такой процесс излучения горизонта событий черной дыры называется эффект Хокинга. Сам ученый пришел к такому выводу на основе анализа поляризации вакуума в сильном гравитационном поле вблизи поверхности черной дыры.

В данном случае показано, что этот эффект обусловлен квантовомеханическими свойствами горизонта событий, аналогично квантованию орбит по теории Бора при переходе стационарных состояний

Теперь рассчитаем температуру поверхности, для этого средняя энергия фотона при равновесном состоянии излучении определяется так:

$$E_f = \Delta E = a\,kT \quad (3.7)$$

Где k- коэффициент Больцмана, T-температура, a - числовой коэффициент, зависящий от распределения теплового излучения светимость-частота.

Энергия фотона определяется формулой (3.6), тогда используя формулу (3.7) получим температуру поверхности черной дыры:

$$T = \frac{\hbar\, c^3}{2\,a\,k\,GM}$$

a=4π

Если коэффициент (при планковском распределении излучения), то получим формулу Хокинга для температуры поверхности черной дыры (что не является строгим выводом, но это не важно, главное показан другой механизм излучения Хокинга).

Вывод: Причина эффекта Хокинга квантовые переходы энергетических уровней горизонта событий.

Теперь дальше. Полученное значение квантовой энергии (формула 3.5), показывает энергетические состояния колебаний горизонта событий черной дыры. Низшее энергетическое состояние определяется нулевыми колебаниями горизонта событий при n=1:

$$E_1 = \frac{\hbar c^3}{2GM}$$

В квантовой теории нулевые колебания можно рассмотреть как поле осцилляторов с определенными частотами. Энергия того осциллятора :

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$$

Низшее энергетическое состояние горизонта событий можно получить исходя из соотношения гейзенберга $\Delta x_i \Delta p_i \geqslant \frac{\hbar}{2}$. Величина неопределенности координаты на поверхности горизонта событий будет соответствовать ее размеру гравитационному радиусу $r=2GM/c^2$ черной дыры, соответственно неопределенность импульса на поверхности горизонта событий равна:

$$\Delta p = \frac{\hbar c^2}{4GM}$$

Учитывая эту формулу, мы получим значение энергии нулевых колебаний горизонта событий. Поэтому можно рассмотреть нулевые колебания горизонта событий как нулевой квантовый осциллятор:

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2} = \frac{\hbar c^3}{4GM}$$

Колебания поверхности горизонта событий черной дыры будем рассматривать как поле квантовых осцилляторов с энергией:

$$W = \sum_k \left(n_k + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_k$$

Горизонт событий черной дыры должен иметь собственную энергию W, если колебания ее поверхности можно рассматривать как квантовые осцилляции.
Определим перенормировку для черной дыры, сумма массы сингулярности и массы (энергии) горизонта событий равна конечной массе черной дыры:

$$Mc^2 = M_0c^2 + W$$

В этом случае масса сингулярности M_0 черной дыры и масса горизонта событий составляют ненаблюдаемые величины. Реальная измеряемая это их сумма имеет конечное значение.

Определим массу черной дыры, используя формулы (5):

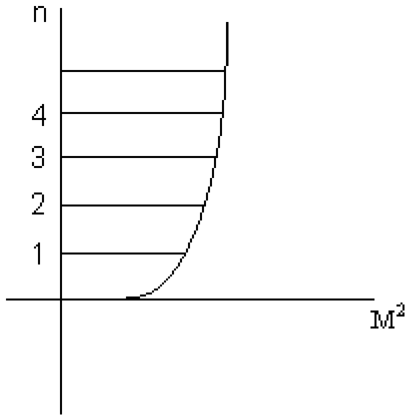
$$Mc^2 = M_0c^2 + \frac{n\,\hbar c^3}{2GM}$$

Его релятивистское решение в виде уравнения:

$$M^2 = (M_0)^2 + n\cdot(M_{pL})^2 \; ; \quad n=1,2,..,N \quad (3.8)$$

$$\text{где } (M_{pL})^2 = \frac{\hbar c}{G}$$

Данное уравнение (3.8) можно представить графически в виде параболы



Как видно из графика масса черной дыры принимает квантовые значения, где минимальное значение ограничено массой сингулярности, можно сказать масса черной дыры состоит из голой массы сингулярности и квантовой энергии горизонта событий. Условие квантования черной дыры:

$$M^2 > n\cdot(M_{pL})^2 ; \quad n=1,2,..,N \quad (3.9)$$

Допустим, черная дыра вращается, т.е. имеется собственный орбитальный угловой момент. Тогда горизонт событий как квантовая система подчиняется правилу квантовых чисел. Орбитальное квантовое число l всегда меньше на единицу главного квантового числа n :

$$J = l\,\hbar < n\,\hbar \quad (3.10)$$

Применяя выражения (3.9) и (3.10), получим следующее условие для орбитального углового момента:

$$J < \frac{\hbar\cdot M^2}{(M_{pL})^2} \quad (3.11)$$

Условие (3.11) называется ограничение для ЧД Керра. Что представляет собой частный случай ограничения Керра — Ньюмена, на этот раз для чёрной дыры с нулевым зарядом.