

## The invisible fractal /El fractal invisible

JS Ruiz Fargueta

[SRFargueta@gmail.com](mailto:SRFargueta@gmail.com)

Telefónica de España (Movistar)

In spaces where some of its dimensions are insignificant (compact) compared to others, can happen a curious phenomenon that the magnitude of the scalar characteristic of fractal becomes dependent on the inverse distance. This means that the observed fractal is "dense" at small distances and "vacuum", or invisible, at large distances.

En espacios donde algunas de sus dimensiones son despreciables (compactadas) respecto a otras, puede ocurrir un curioso fenómeno por el que la magnitud del escalar característico del fractal pasa a depender del inverso de la distancia. Esto significa que el fractal se observa "denso" a pequeñas distancias y vacío en las grandes distancias.

PACS: 05.45.Df , 03.65.-w , 42.50Lc.

### Lisofractales, "lisos" por fuera y rugosos por dentro (1)

Lisofractales , " smooth " on the outside and rough inside

*Imaginemos una línea fractal tan irregular e intrincada que fuera capaz de llenar el propio espacio tridimensional. Esta línea tendría una dimensión fractal de valor 3, porque es capaz de recubrir un espacio de dimensión 3 mientras su dimensión topológica es de sólo 1. Dado que la dimensión fractal es igual a la dimensión topológica más un coeficiente dimensional, en este caso dicho coeficiente sería nada menos que 2. En los fractales más "lisos" y regulares la dimensión fractal es mayor que su dimensión topológica (como ocurre con todo fractal) pero la diferencia entre ambas debe ser mucho menor que el 10% ; En el caso de la línea fractal que nos ocupa es del 200 %!*

Las líneas fractales continuas tienen una dependencia muy determinada con la distancia. En el caso de la línea fractal de dimensión 3 la distancia que la aleja de cualquier punto arbitrario es del orden de la raíz cúbica del espacio total recorrido desde que pasó por dicho punto. En el movimiento browniano que tiene dimensión 2, la distancia efectiva a cualquier punto arbitrario es la raíz cuadrada de la distancia total recorrida. En general la distancia total recorrida es la distancia efectiva elevada a la potencia  $d$ , siendo ésta la dimensión fractal de la línea.

Esta dependencia de las líneas fractales con la distancia se puede extender a superficies o a espacios con dimensión topológica mayor de una forma sencilla, siempre que las propiedades del fractal sean lo más isotropas posibles. Para ello dividimos la dimensión fractal del objeto a estudiar por su dimensión topológica y al resultado lo llamaremos dimensión fractal relativa. En cierta forma convertimos al fractal estudiado en una línea fractal, aunque lógicamente la transformación no conserva las propiedades direccionales o anisótropas del fractal original.

Los fractales que he llamado *lisofractales* exhiben sus curiosas propiedades en espacios en donde algunas de sus dimensiones son despreciables respecto a las otras. Puede haber recintos espaciales de N dimensiones en donde algunas de esas dimensiones queden reducidas a su mínima expresión: de hecho, entonces, el número de dimensiones significativas será un número  $N_1$  menor que N.

Vamos a ver un sencillo cálculo sobre todo esto: Imaginemos un fractal con dimensión topológica  $\delta$  y con un coeficiente dimensional  $\varepsilon$ . Su **dimensión fractal será:**  $\delta + \varepsilon$ . Y su **dimensión fractal relativa será:**

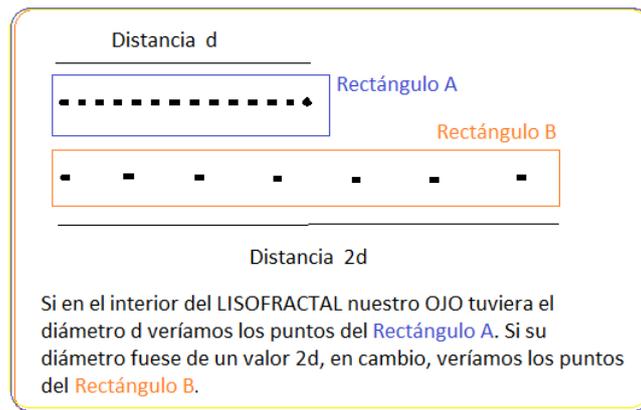
$$\text{Dimensión fractal relativa} = (\delta + \varepsilon) / \delta \quad \text{(Expresión A).}$$

Ahora supongamos que restamos al número de dimensiones topológicas un valor igual a  $\varepsilon$  de forma que  $\delta$  se convierte en  $\delta - \varepsilon$  (nuevo valor de las dimensiones significativas). Entonces, el nuevo valor de la dimensión fractal relativa será (sustituyendo  $\delta$  por  $\delta - \varepsilon$ ):

Nuevo valor de la dimensión fractal relativa:

$$\text{Dimensión fractal relativa} = \delta / (\delta - \varepsilon) \quad \text{(Expresión B).}$$

Hay una diferencia significativa entre la (Expresión A) y la (Expresión B), la primera sólo puede ser positiva pero la segunda puede ser, también, negativa. De hecho nos interesa la posibilidad de que su valor sea (-1). En ese caso:  $\delta / (\delta - \varepsilon) = -1$ . Que se cumple para el valor de las nuevas dimensiones significativas  $\delta$  igual a  $\varepsilon/2$ .



Esquema explicativo sobre Lisofractales: los puntos representan focos de irregularidad del mismo.

En los lisofractales la magnitud del escalar que determina el fractal depende de la distancia elevada a (-1), es decir dicha magnitud es muy considerable en las pequeñas distancias e insignificante en las distancias mayores: "Liso por fuera (a lo lejos) y rugoso por dentro (de cerca)". Hay que destacar que considerando la (Expresión A), es decir sin restar ninguna dimensión topológica, la dependencia del fractal con la distancia dependería de la distancia elevada a 3, que es el valor de la expresión para  $\delta$  igual a  $\varepsilon/2$ .

Se puede generalizar para diferentes valores de la (Expresión B), no sólo (-1) que es el caso estudiado. Para valores más negativos: (-2), (-3), (-4),....., etc, el lisofractal se alisa muchísimo más en las grandes distancias, dado que estamos hablando de números que son exponentes negativos de la distancia, sin embargo el valor de la (Expresión A) sólo va pasando muy lentamente de 3, para (Expresión B = -1), hasta 2, para (Expresión B = - infinito).

## Bibliografía

B.Mandelbrot :*Los objetos fractales*. Tusquets Editores,Barcelona,1987.

J.S. Ruiz Fargueta: *El sorprendente vacío cuántico*. Revista Elementos (Benemérita Universidad Autónoma de Puebla) nº 53 ,2004, pp.52-53.

J.S. Ruiz Fargueta: "*Estabilización del vacío cuántico y dimensiones enrolladas*". Revista Ciencia Abierta de la Universidad de Chile, Volumen 23 de febrero de 2004:  
<http://cabierta.uchile.cl/revista/23/educacion/educacion.html> (enlace roto

Web:<http://micienciaabierta.blogspot.com.es/>