# Demostración de la Conjetura de Goldbach

Autor: Ramón Ruiz Barcelona, España Email: ramonruiz1742@gmail.com Julio 2017

**Resumen.**

Enunciado de la Conjetura de Goldbach: “Todo número par mayor de 2 se puede expresar como la suma de dos números primos”.

Inicialmente, para demostrar esta conjetura se pueden formar dos sucesiones aritméticas (**A** y **B**) de módulo 30 que incluyan números primos y de modo que cada término de la sucesión **A** sumado con su pareja de la sucesión **B** dé el número par correspondiente.
El estudio del modo como se emparejan, en general, todos los términos que no son primos de la sucesión **A** con términos (primos o no) de la sucesión **B**, o viceversa, para obtener el número par, y observando que siempre se forman algunas parejas de números primos, nos permite desarrollar una fórmula general, no probabilística, para calcular de un modo aproximado el número de pares de primos que cumplirán la conjetura para un número par $\boldsymbol{x}$. El resultado de esta fórmula siempre es igual o mayor que 1 y tiende a infinito cuando $\boldsymbol{x}$ tiende a infinito lo que permite afirmar que la Conjetura de Goldbach es verdadera.
En este trabajo se ha usado, aparte de algunos axiomas, el teorema de los números primos enunciado por Carl Friedrich Gauss y el teorema de los números primos para progresiones aritméticas.

## 1. Números primos y números compuestos.

Se denomina *primo* a todo número natural, mayor que 1, que solo tiene dos divisores, el 1 y el propio número.
Ejemplos de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17. Tal como demostró el matemático griego Euclides, existen infinitos números primos aunque son más escasos a medida que avanzamos en la recta numérica.
Exceptuando el 2 y el 3, todos los números primos son de la forma ($6n + 1$) o ($6n – 1$) siendo $n$ número natural.
Podemos diferenciar a los primos 2, 3 y 5 del resto. El 2 es el primer primo y el único que es par, el 3 es el único de la forma ($6n – 3$) y el 5 es el único acabado en 5. Todos los otros primos son impares y su dígito final será 1, 3, 7 o 9.

En contraposición a los números primos, se denomina *compuesto* a todo número natural que tiene más de dos divisores.
Ejemplos de números compuestos: 4 (divisores 1, 2, 4), 6 (1, 2, 3, 6), 15 (1, 3, 5, 15), 24 (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24).

Excepto el 1, todo número natural es primo o compuesto. Por convenio, el número 1 no se considera ni primo ni compuesto ya que solo tiene un divisor. Como no puede cumplir la conjetura, y para este trabajo, incluiremos el 1 en el conjunto de los números compuestos sin que esta cuestión tenga ninguna relevancia en el desarrollo o en el resultado final.
Podemos clasificar el conjunto de los números primos (excepto los referidos 2, 3 y 5) en 8 grupos dependiendo de la situación de cada uno de ellos respecto a múltiplos de 30, ($30 = 2\cdot3\cdot5$). Siendo $n = 0, 1, 2, 3, 4,\dots, \infty$.

$30n + 1$ $30n + 7$ $30n + 11$ $30n + 13$ $30n + 17$ $30n + 19$ $30n + 23$ $30n + 29$

Estas expresiones representan todas las progresiones aritméticas de módulo 30, ($30n + b$), tales que mcd($30, b$) = 1 siendo $30 > b > 0$.
Estos 8 grupos contienen todos los números primos (excepto 2, 3 y 5). También incluyen el 1 y todos los números compuestos que sean múltiplos de primos mayores que 5. Al ser 30 y cada uno de los 8 $b$ primos entre sí no pueden contener múltiplos de 2 ni de 3 ni de 5.
Lógicamente, a medida que aumenta $n$ disminuye la proporción de números primos y aumenta la de compuestos que hay en cada grupo.

Enunciado del teorema de Dirichlet[1]: “Una progresión aritmética ($an + b$) tal que mcd($a, b$) = 1 contiene infinitos números primos”.
Aplicando este teorema a los 8 grupos descritos podemos afirmar que cada uno de ellos contiene infinitos números primos.

También se puede aplicar el teorema de los números primos para progresiones aritméticas[2]: “Para todo módulo $a$, los números primos tienden a distribuirse equitativamente entre las diferentes progresiones ($an + b$) tales que mcd($a, b$) = 1”.
Para verificar la precisión de este teorema y mediante un autómata programable (PLC), como los usados para el control automático de máquinas, he obtenido los siguientes datos:
Hay 50.847.531 primos menores que $10^9$, (2, 3 y 5 no incluidos), distribuidos del siguiente modo:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Grupo ($30n + 1$) | 6.355.189 primos | 12,49852033 % | 50.847.531 / 6.355.189 = 8,0009471 |
| Grupo ($30n + 7$) | 6.356.475 primos | 12,50104946 % | 50.847.531 / 6.356.475 = 7,999328401 |
| Grupo ($30n + 11$) | 6.356.197 primos | 12,50050273 % | 50.847.531 / 6.356.197 = 7,999678267 |
| Grupo ($30n + 13$) | 6.356.062 primos | 12,50023723 % | 50.847.531 / 6.356.062 = 7,999848176 |
| Grupo ($30n + 17$) | 6.355.839 primos | 12,49979866 % | 50.847.531 / 6.355.839 = 8,000128858 |
| Grupo ($30n + 19$) | 6.354.987 primos | 12,49812307 % | 50.847.531 / 6.354.987 = 8,001201419 |
| Grupo ($30n + 23$) | 6.356.436 primos | 12,50097276 % | 50.847.531 / 6.356.436 = 7,999377481 |
| Grupo ($30n + 29$) | 6.356.346 primos | 12,50079576 % | 50.847.531 / 6.356.346 = 7,999490745 |

Podemos comprobar que la desviación máxima para $10^9$, (entre 6.354.987 y el valor medio 6.355.941), es menor que 0,01502 %.
Deduzco que, en cumplimiento de este teorema, la desviación máxima tiende a 0 % a medida que analizamos números más grandes.

## 2. Casos especiales de la conjetura de Goldbach asociados a los números primos 2, 3 y 5.

Como hemos visto los primos 2, 3 y 5 son diferentes del resto por lo que no están incluidos en los 8 grupos descritos.
Estudiaremos, como casos especiales, los números pares 4, 6, 8, 10, 12 y 16 cuyas únicas soluciones para cumplir la conjetura contienen el 2, el 3 o el 5. Escribiremos todas las parejas posibles para estos números pares resaltando en **negrita** los números primos.

| | |
|---|---|
| 4 = 1 + **3** = **2** + **2** | 4 = **2** + **2** (única con el primo 2) |
| 6 = 1 + **5** = **2** + 4 = **3** + **3** | 6 = **3** + **3** |
| 8 = 1 + **7** = **2** + 6 = **3** + **5** = 4 + 4 | 8 = **3** + **5** |
| 10 = 1 + 9 = **2** + 8 = **3** + **7** = 4 + 6 = **5** + **5** | 10 = **3** + **7** = **5** + **5** |
| 12 = 1 + **11** = **2** + 10 = **3** + 9 = 4 + 8 = **5** + **7** = 6 + 6 | 12 = **5** + **7** |
| 16 = 1 + 15 = **2** + 14 = **3** + **13** = 4 + 12 = **5** + **11** = 6 + 10 = **7** + 9 = 8 + 8 | 16 = **3** + **13** = **5** + **11** |

Comprobamos que los pares 4, 6, 8, 10, 12 y 16 se pueden expresar como suma de dos primos. Para el resto de números pares se debe demostrar o verificar que cumplen la conjetura mediante una o varias parejas de primos que no contengan ni el 3 ni el 5.

## 3. Relación entre el dígito final del número par y los dígitos finales de la pareja de primos que cumplen la conjetura.

El dígito final de un número par será 2, 4, 6, 8 o 0. Recordemos que los números primos mayores que 5 acaban en 1, 3, 7 o 9.
Analicemos las combinaciones de primos que se pueden formar para cada número par según el dígito final de cada uno de ellos.

| Número par | Pareja de primos | Pareja de primos |
|---|---|---|
| . . . . . . . . . 2 | . . . . . 1 + . . . . . 1 | . . . . . 3 + . . . . . 9 |
| . . . . . . . . . 4 | . . . . . 1 + . . . . . 3 | . . . . . 7 + . . . . . 7 |
| . . . . . . . . . 6 | . . . . . 3 + . . . . . 3 | . . . . . 7 + . . . . . 9 |
| . . . . . . . . . 8 | . . . . . 1 + . . . . . 7 | . . . . . 9 + . . . . . 9 |
| . . . . . . . . . 0 | . . . . . 1 + . . . . . 9 | . . . . . 3 + . . . . . 7 |

Observamos que, para cada número par, se pueden formar dos combinaciones de parejas de primos diferenciándose en el dígito final.
Esto nos permite intuir que, si la conjetura de Goldbach es verdadera, todo número par (excepto 4, 6, 8 y 12) se podrá expresar como la suma de dos números primos, como mínimo, en dos formas diferentes. De igual modo podemos intuir que, cuando el número par tienda a infinito, también tenderá a infinito el número de parejas de primos que cumplen la conjetura en cada una de las dos combinaciones.

## 4. Clasificación de los números pares.

Del mismo modo que hemos hecho con los números primos, dividiremos el conjunto de todos los números pares (2, 4, 6, 8, 10, 12,…) en 15 grupos dependiendo de la situación de cada uno de ellos respecto a múltiplos de 30. Siendo $n$ = 0, 1, 2, 3, 4,…, ∞.

| | | |
|---|---|---|
| $30n + 2$ | $30n + 12$ | $30n + 22$ |
| $30n + 4$ | $30n + 14$ | $30n + 24$ |
| $30n + 6$ | $30n + 16$ | $30n + 26$ |
| $30n + 8$ | $30n + 18$ | $30n + 28$ |
| $30n + 10$ | $30n + 20$ | $30n + 30$ |

## 5. Combinar grupos de números pares y grupos de números primos.

Según lo expuesto, todas las parejas de primos mayores que 5 se formarán combinando 2 números primos de un mismo grupo o de dos grupos diferentes de los 8 disponibles. El número de combinaciones entre estos 8 grupos es 36, (36 = 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1).
Teniendo en cuenta lo descrito en la sección 3, analicemos los 15 grupos de números pares para saber que combinaciones de grupos de primos, de las 36 posibles, se pueden asociar a cada uno de ellos.
Veamos primero un ejemplo:
Todos los números pares de la forma $(30n + 8)$ acaban en 8 por lo que las parejas de primos correspondientes acabarán en 1 y 7 o 9 y 9.
La única combinación de grupos de primos que acaban en 1 y 7 y que suman $(30n + 8)$ es $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 7)$ siendo: $n = n_1 + n_2$.
Para que dos primos acabados en 9 sumen $(30n + 8)$ la única combinación es $(30n_3 + 19) + (30n_4 + 19)$ siendo: $n = n_3 + n_4 + 1$.

Apliquemos el mismo razonamiento a cada uno de los 15 grupos de números pares.

$\underline{30n + 2} = (30n_1 + 1) + (30n_2 + 1) = (30n_3 + 13) + (30n_4 + 19)$
Los valores de $n_1$, $n_2$, $n_3$ y $n_4$ deben cumplir la siguiente condición: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 + 1$
Comprobamos que para los números pares $(30n + 2)$ resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Para el número 2 solo se puede aplicar la combinación 2 = 1 + 1. Este número par está excluido en el enunciado de la conjetura.

$\underline{30n + 4}$ = $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 23) = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 17)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 + 1 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Estas combinaciones no se pueden aplicar al número 4 por lo que, tal como se ha indicado, es considerado caso especial, (4 = **2** + **2**).

$\underline{30n + 6}$ = $(30n_1 + 7) + (30n_2 + 29) = (30n_3 + 13) + (30n_4 + 23) = (30n_5 + 17) + (30n_6 + 19)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 + 1 = n_3 + n_4 + 1 = n_5 + n_6 + 1$
Resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.
Estas combinaciones no se pueden aplicar al número 6 por lo que es considerado caso especial, (6 = **3** + **3**).

$\underline{30n + 8}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 7) = (30n_3 + 19) + (30n_4 + 19)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Para el número 8 solo la combinación 8 = 1 + **7** que no cumple la conjetura por lo que el 8 es considerado caso especial, (8 = **3** + **5**).

$\underline{30n + 10}$ = $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 29) = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 23)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 + 1 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 4 grupos de primos.
Estas combinaciones no se pueden aplicar al número 10 por lo que es considerado caso especial, (10 = **3** + **7** = **5** + **5**).

$\underline{30n + 12}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 11) = (30n_3 + 13) + (30n_4 + 29) = (30n_5 + 19) + (30n_6 + 23)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 + 1 = n_5 + n_6 + 1$
Resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.
Para el número 12 solo la combinación 12 = 1 + **11** que no cumple la conjetura por lo que es considerado caso especial, (12 = **5** + **7**).

$\underline{30n + 14}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 13) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 7)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.

$\underline{30n + 16}$ = $(30n_1 + 17) + (30n_2 + 29) = (30n_3 + 23) + (30n_4 + 23)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 + 1 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Estas combinaciones no se pueden aplicar al número 16 por lo que es considerado caso especial, (16 = **3** + **13** = **5** + **11**).

$\underline{30n + 18}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 17) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 11) = (30n_5 + 19) + (30n_6 + 29)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 = n_5 + n_6 + 1$
Resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.
Para el número 18 solo se pueden aplicar las combinaciones 18 = 1 + **17** = **7** + **11**. (También: 18 = **5** + **13**).

$\underline{30n + 20}$ = $(30n_1 +1) + (30n_2 + 19) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 13)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 4 grupos de primos.

$\underline{30n + 22}$ = $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 11) = (30n_3 + 23) + (30n_4 + 29)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Para el número 22 solo se puede aplicar la combinación 22 = **11** + **11**. (También: 22 = **3** + **19** = **5** + **17**).

$\underline{30n + 24}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 23) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 17) = (30n_5 + 11) + (30n_6 + 13)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 = n_5 + n_6$
Resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.

$\underline{30n + 26}$ = $(30n_1 + 7) + (30n_2 + 19) = (30n_3 + 13) + (30n_4 + 13)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.

$\underline{30n + 28}$ = $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 17) = (30n_3 + 29) + (30n_4 + 29)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 + 1$
Resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Para el número 28 solo se puede aplicar la combinación 28 = **11** + **17**. (También: 28 = **5** + **23**).

$\underline{30n + 30}$ = $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 29) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 23) = (30n_5 + 11) + (30n_6 + 19) = (30n_7 + 13) + (30n_8 + 17)$
Siendo: $n = n_1 + n_2 = n_3 + n_4 = n_5 + n_6 = n_7 + n_8$
Resultan 4 combinaciones diferentes (completando las 36 posibles) usando los 8 grupos de primos disponibles.

Observamos que para los números pares no múltiplos de 6 ni de 10 resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
Para los múltiplos de 6, $(30n + 6)$, $(30n + 12)$, $(30n + 18)$ y $(30n + 24)$ resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.
Para los múltiplos de 10, $(30n + 10)$ y $(30n + 20)$ resultan 2 combinaciones diferentes usando 4 grupos de primos.
Para los múltiplos de 30, $(30n + 30)$, resultan 4 combinaciones diferentes usando los 8 grupos de primos disponibles.

Es lógico pensar que, dado un número par, el número de parejas de primos (también llamadas **particiones** de Goldbach) que cumplirán la conjetura estará en relación con la cantidad de grupos de primos usados (3, 4, 6 o 8). Ejemplos con valores reales:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.600 | 125 particiones | 8 grupos | Múltiplo de 30 | 3.606 | 90 particiones | 6 grupos | Múltiplo de 6 |
| 3.602 | 48 particiones | 3 grupos | | 3.610 | 66 particiones | 4 grupos | Múltiplo de 10 |

Como dato sorprendente podemos comprobar que, debido al número de grupos de primos usados, números pares consecutivos pueden tener una diferencia notable en el número de particiones. Ejemplo: 3.600 tiene 125 particiones y 3.602 solo 48.

## 6. Ejemplo.

Se puede aplicar lo descrito al número 784 sirviendo como ejemplo para cualquiera de las 36 combinaciones expuestas y para cualquier número par $\boldsymbol{x}$ aunque sea muy grande. Usaré la lista de los primos menores que 1.000 para resaltar en **negrita** los primos que aparezcan.

$784 = 30\cdot 26 + 4 = (30n_1 + 11) + (30n_2 + 23) = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 17)$ siendo: $26 = n_1 + n_2 + 1 = n_3 + n_4 + 1$

Para la combinación $784 = (30n_1 + 11) + (30n_2 + 23)$ escribiremos la sucesión **A** de todos los números $(30n_1 + 11)$ desde 0 a 784.
Escribiremos también, en orden inverso, la sucesión **B** de todos los números $(30n_2 + 23)$ desde 0 a 784.

**A** **11** - **41** - **71** -**101**-**131**-161-**191**-221-**251**-**281**-**311**-341-371-**401**-**431**-**461**-**491**-**521**-551-581-611-**641**-671-**701**-731-**761**
**B** **773**-**743**-713-**683**-**653**-623-**593**-**563**-533-**503**-473-**443**-413-**383**-**353**-323-**293**-**263**-**233**-203-**173**-143-**113** - **83** - **53** - **23**

La segunda combinación, $784 = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 17)$, usa el mismo grupo de primos para las dos sucesiones.
Escribiremos la sucesión **A** de todos los números $(30n_3 + 17)$ desde 0 a 392 (mitad de 784).
Escribiremos también, en orden inverso, la sucesión **B** de todos los números $(30n_4 + 17)$ desde 392 a 784.

**A** **17** - **47** - 77- **107**-**137**-**167**-**197**-**227**-**257**-287-**317**-**347**-377
**B** 767-737-707-**677**-**647**-**617**-**587**-**557**-527-497-**467**-437-407

Ordenados de esta manera, cada término de una sucesión **A** se puede sumar con su pareja de la sucesión **B** para obtener 784.
En las 4 sucesiones anteriores están subrayadas las 18 parejas de primos que cumplen la conjetura de Goldbach para el número 784.

El estudio de las sucesiones **A** y **B**, individual y en conjunto, es la base de esta investigación.
Se analizaran las sucesiones completas (desde 0 a $\boldsymbol{x}$). Para la fórmula final se tendrán en cuenta las sucesiones medias.

Para calcular el número de términos de cada una de las sucesiones **A** o **B** recordemos que son progresiones aritméticas de módulo 30.

$\frac{\boldsymbol{x}}{\mathbf{30}}$ Número de términos de cada sucesión **A** o **B** para el número par $\boldsymbol{x}$. Obviamente es igual al número de parejas que se forman.
(26 términos en cada sucesión y 26 parejas que se forman para $\boldsymbol{x} = 784$).

Analizando, con carácter general, la fórmula anterior tenemos:

Número de términos y de parejas = resultado fórmula — si $\boldsymbol{x}$ es múltiplo de 30
Número de términos y de parejas = parte entera resultado — si $\boldsymbol{x}$ no es múltiplo de 30 y $n = n_1 + n_2 + 1$
Número de términos y de parejas = (parte entera resultado) + 1 — si $\boldsymbol{x}$ no es múltiplo de 30 y $n = n_1 + n_2$

## 7. La conjetura aplicada a números pares pequeños.

Según hemos visto, los números compuestos presentes en los 8 grupos de primos serán múltiplos solamente de primos mayores que 5 (primos 7, 11, 13, 17, 19, 23,…). Indico a continuación los primeros números compuestos que aparecen en ellos.

$49 = \mathbf{7^2}$ $77 = \mathbf{7\cdot 11}$ $91 = \mathbf{7\cdot 13}$ $119 = \mathbf{7\cdot 17}$ $121 = \mathbf{11^2}$ $133 = \mathbf{7\cdot 19}$ $143 = \mathbf{11\cdot 13}$ $161 = \mathbf{7\cdot 23}$ $169 = \mathbf{13^2}$

Y así sucesivamente formando productos, de dos o más factores, con primos mayores que 5.

De lo expuesto deducimos que, para números pares menores que 49, todos los términos de las sucesiones **A-B** correspondientes serán números primos (excepto el 1) y todas las parejas cumplirán la conjetura de Goldbach (excepto las que contengan el 1).

Escribimos todas las parejas entre los términos de las sucesiones **A-B** de números pares menores que 49 (excepto casos especiales).

<u>14</u> = 1 + **13** = **7** + **7**
<u>18</u> = 1 + **17** = **7** + **11**
<u>20</u> = 1 + **19** = **7** + **13**
<u>22</u> = **11** + **11**
<u>24</u> = 1 + **23** = **7** + **17** = **11** + **13**
<u>26</u> = **7** + **19** = **13** + **13**
<u>28</u> = **11** + **17**
<u>30</u> = 1 + **29** = **7** + **23** = **11** + **19** = **13** + **17**
<u>32</u> = 1 + **31** = **13** + **19**

<u>34</u> = **11** + **23** = **17** + **17**
<u>36</u> = **7** + **29** = **13** + **23** = **17** + **19**
<u>38</u> = 1 + **37** = **31** + **7** = **19** + **19**
<u>40</u> = **11** + **29** = **17** + **23**
<u>42</u> = 1 + **41** = **31** + **11** = **13** + **29** = **19** + **23**
<u>44</u> = 1 + **43** = **31** + **13** = **7** + **37**
<u>46</u> = **17** + **29** = **23** + **23**
<u>48</u> = 1 + **47** = **31** + **17** = **7** + **41** = **37** + **11** = **19** + **29**

Por otro lado, observamos que en las sucesiones **A-B** completas del número 784, usado como ejemplo (sección 6), predominan los números primos (17 primos y 9 compuestos en la sucesión **A** y 18 primos y 8 compuestos en la **B**).
Este hecho se manifiesta para números pares pequeños. Usando la lista de los 10.000 primeros primos (obtenida de Internet), podemos comprobar que en los 120 primeros términos (menores que 3.600) de cada uno de los 8 grupos predominan los números primos.
Por lo tanto, para números pares menores que 3.600 está asegurado el cumplimiento de la conjetura de Goldbach con las sucesiones **A** y **B** ya que, aún en el caso de que todos los números compuestos estén emparejados con números primos, siempre sobrarán, en las dos sucesiones, algunos primos que formarán parejas entre ellos. Aplicando este razonamiento al número 784 tendríamos:
17 – 8 = 18 – 9 = 9 parejas de primos como mínimo (en la sección 6 podemos comprobar que son 12 parejas reales).

## <u>8. Aplicando el razonamiento lógico a la conjetura.</u>

Las sucesiones **A** y **B** están formadas por términos que pueden ser números compuestos o números primos que forman parejas entre ellos. Para diferenciar, definiré como **compuesto libre** aquel que no está emparejado con otro compuesto por lo que su pareja será un número primo de la otra sucesión. Por lo tanto, las parejas entre los términos de las sucesiones **A-B** estarán formadas por:

(Número compuesto sucesión **A**) + (Número compuesto sucesión **B**) (parejas CC)
(Número compuesto libre de **A** o de **B**) + (Número primo de **B** o de **A**) (parejas C**P**-**P**C)
(Número primo sucesión **A**) + (Número primo sucesión **B**) (parejas **PP**)

Sustituyamos los números primos por **P** y los compuestos por C en las sucesiones **A-B** del número 784, (sección 6).

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **A** | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | **P** | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | C | **<u>P</u>** | C | **P** | **<u>P</u>** | **P** | C | C | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | **P** | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | C | C | C | **P** | C | **<u>P</u>** | C | **<u>P</u>** |
| **B** | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | C | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | C | **<u>P</u>** | **P** | C | **<u>P</u>** | C | **P** | C | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | C | **<u>P</u>** | **<u>P</u>** | **P** | C | **P** | C | **P** | **<u>P</u>** | **P** | **<u>P</u>** |

El número de parejas primo-primo ($P_{PP}$) que se formen dependerá del número de compuestos (libres) de una sucesión que estén emparejados con primos de la otra. Con carácter general, se cumplirá el siguiente axioma:

$P_{PP}$ = (Nº de primos sucesión **A**) – (Nº de compuestos libres sucesión **B**) = (Nº de primos suces. **B**) – (Nº de compuestos libres suces. **A**)

Para el número 784: $P_{PP}$ = 17 – 5 = 18 – 6 = 12 parejas de primos en las sucesiones **A-B**.

Considero que este axioma es perfectamente válido aunque sea muy simple y "evidente". Se usará más adelante en la demostración.

Teniendo en cuenta el axioma anterior, deduzco que siempre se deben formar las suficientes parejas de números compuestos entre las dos sucesiones para que el número de compuestos libres de la sucesión **A** no sea mayor que el número de primos de la **B**.
Inversamente, el número de compuestos libres de la sucesión **B** no puede ser mayor que el número de primos de la **A**.
Esto es especialmente importante para sucesiones **A-B** de números pares muy grandes en las que la proporción de números primos es mucho menor que la de compuestos.
Esta cuestión se verá con más detalle cuando se aplique el álgebra a las sucesiones **A-B**.

Analicemos, escuetamente, como se forman las diferentes clases de parejas entre los términos de las sucesiones **A-B**.

Un número compuesto de la sucesión **A** estará emparejado con un compuesto de la sucesión **B** si ambos, como pareja, cumplen unas condiciones que dependerán de las características del número par $\boldsymbol{x}$ (si es una potencia de 2 o múltiplo de una potencia de 3 o de 5 o múltiplo de uno o varios primos mayores que 5, etc.).
Los números compuestos de cada sucesión que no consigan un compuesto de la otra para cumplir las condiciones requeridas estarán emparejados con un número primo (con el cual sí que las cumplirán).
Finalmente, los números primos sobrantes de las dos sucesiones formarán las parejas que cumplirán la conjetura.
Esta cuestión se verá con más detalle en la próxima sección.

Con lo descrito anteriormente se puede idear un razonamiento lógico que permita deducir que la conjetura de Goldbach es verdadera.

Tal como he indicado, el cumplimiento de la conjetura está asegurado para números pares pequeños (menores que 3.600) ya que en las sucesiones **A-B** correspondientes predominan los números primos. En consecuencia, en estas sucesiones encontraremos parejas **PP** (por haber mayoría de primos) y si hay números compuestos, parejas CC y parejas C**P**-**P**C.
Si verificamos números cada vez más grandes notamos que ya predominan los números compuestos y disminuye la proporción de primos. Supongamos que hay un número par suficientemente grande que no cumple la conjetura. En este supuesto, con todas las sucesiones **A-B** de este número (recordemos, 2, 3 o 4 combinaciones de grupos de primos dependiendo del número par) solo podríamos formar parejas CC y parejas C**P**-**P**C entendiendo que todos los números compuestos libres de cada combinación **A-B** se emparejarían con todos los números primos de la misma combinación con una extraordinaria precisión matemática.

¿Qué pasará, entonces, para números pares mayores que el que, supuestamente, no cumple?.
Podemos suponer que ya no se cumplirá la conjetura a partir del primer par que no la cumpla pero no es posible porque siempre habrá números primos mayores que él y que sumados a otros primos nos darán números pares más grandes que sí que la cumplirán.
Por otro lado tenemos que a medida que aumenta $\boldsymbol{x}$ aumenta la proporción de números compuestos y disminuye la de primos por lo que podríamos suponer que, para números muy grandes, algunos números compuestos se quedaran sin pareja por no haber suficientes primos, lo cual, evidentemente, no es posible porque a cada término de una sucesión **A** le corresponde una pareja en la **B** y viceversa.

Al no ser posible los dos supuestos anteriores he de concluir, sin que sirva como demostración, que no encontraremos un número par que no la cumpla. Por lo tanto, deduzco que la Conjetura de Goldbach es verdadera.
Más adelante reforzaré esta deducción mediante el desarrollo de una fórmula para calcular el número aproximado de particiones para un número par $\boldsymbol{x}$.

## 9. Estudiando cómo se forman las parejas entre los términos de las sucesiones A-B.

Analizaré cómo se forman las parejas compuesto-compuesto con las sucesiones **A** y **B**. Cuanto mayor es la proporción de parejas CC quedan menos compuestos libres que necesiten un primo como pareja y, por lo tanto, habrá más números primos para emparejarse.

El secreto de la Conjetura de Goldbach está en el número de parejas compuesto-compuesto que se forman con las sucesiones **A** y **B**.

Para la siguiente exposición consideremos $m$ número natural no múltiplo de 2 ni de 3 ni de 5 y $j$ número natural o 0.

Supongamos que el número par $\boldsymbol{x}$ al que aplicamos la conjetura sea múltiplo del primo 7, ($\boldsymbol{x} = 7q$ siendo $q$ número par).

En este caso, cualquier término de la sucesión **A** que sea múltiplo de 7 ($7m_1$) tendrá como pareja a un múltiplo de 7 ($7m_2$) de la sucesión **B** de modo que la suma de los dos números cumpla la condición de ser múltiplo de 7 ($7q$) tal como hemos supuesto para $\boldsymbol{x}$.
Ampliando este axioma, se puede afirmar que todos los múltiplos de 7 ($7m_1$) (incluido el primo 7 si lo hubiera) de la sucesión **A** estarán emparejados con todos los múltiplos de 7 ($7m_2$) (incluido el primo 7 si lo hubiera) de la sucesión **B**.

$$\boldsymbol{x} = 7q = 7m_1 + 7m_2 = 7(m_1 + m_2) \qquad \text{siendo: } q = m_1 + m_2$$

Apliquemos lo anterior al número 784 = 7·112. Sirve como ejemplo para cualquier número par múltiplo de 7 aunque sea muy grande. Escribimos las sucesiones **A-B** correspondientes subrayando los múltiplos de 7.

**A** **11 - 41 - 71 -101-131-**161**-191-**221**-251-281-311-**341-371**-401-431-461-491-521-**551-581-611**-641-**671**-701-**731**-761**
**B** **773-743-**713**-683-653-**623**-593-563-**533**-503-**473**-443-**413**-383-353-**323**-293-263-233-**203**-173-**143**-113 - 83 - 53 - 23**

Comprobamos: 784 = 7·112 = $7m_1 + 7m_2$ = 161 + 623 = 371 + 413 = 581 + 203 siendo: $q$ = 112 = 23 + 89 = 53 + 59 = 83 + 29

Observamos que las parejas de múltiplos de 7 se pueden "tachar" de las sucesiones **A-B** sin afectar a las parejas de primos.
Igualmente pasaría si el número par fuera múltiplo de cualquier otro primo mayor que 5 y menor que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$.
Matemáticamente, son suficientes los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ para definir a todos los múltiplos de las sucesiones **A-B**.

Del mismo modo que lo descrito para el primo 7, si el número par fuera múltiplo de varios primos mayores que 5, se formaría un mayor porcentaje de parejas CC quedando menos compuestos libres lo que daría más posibilidades a los números primos para emparejarse entre ellos. Por ejemplo, el número 2.002 = 2·7·11·13 tiene 44 particiones mientras que el número 2.048 = $2^{11}$, que es mayor, solo tiene 25. En el caso hipotético de que el número par $\boldsymbol{x}$ fuera múltiplo de todos los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$, (por supuesto, no es posible), no quedaría ningún compuesto libre y, en consecuencia, todos los primos mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ de las sucesiones **A-B** se emparejarían entre sí.

El caso más desfavorable es cuando el número par $\boldsymbol{x}$ no sea múltiplo de primos mayores que 5. Ejemplo: 512 = $2^9$ $\sqrt{\mathbf{512}}$ = 22,62
Para estos números pares, y siguiendo el orden de los números primos, desde el 7 hasta el anterior a $\sqrt{\boldsymbol{x}}$, podemos anotar:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\boldsymbol{x} = 7r + a$ | siendo: | $r$ = número natural | $a$ = número natural < 7 | 512 = 7·73 + 1 | $r$ = 73 | $a$ = 1 |
| $\boldsymbol{x} = 11s + b$ | siendo: | $s$ = número natural | $b$ = número natural < 11 | 512 = 11·46 + 6 | $s$ = 46 | $b$ = 6 |

$\boldsymbol{x} = 13t + c$ siendo: $t$ = número natural $c$ = número natural < 13 $512 = 13 \cdot 39 + 5$ $t = 39$ $c = 5$
$\boldsymbol{x} = 17u + d$ siendo: $u$ = número natural $d$ = número natural < 17 $512 = 17 \cdot 30 + 2$ $u = 30$ $d = 2$
$\boldsymbol{x} = 19v + e$ siendo: $v$ = número natural $e$ = número natural < 19 $512 = 19 \cdot 26 + 18$ $v = 26$ $e = 18$

Y así sucesivamente hasta el primo anterior a $\sqrt{\boldsymbol{x}}$.

En este caso, cualquier término de la sucesión **A** que sea múltiplo de 7 ($7m_{11}$) tendrá como pareja a un término ($7j_{21} + a$) de la sucesión **B** de modo que la suma de los dos números cumpla la condición ($7r + a$) tal como se ha supuesto para $\boldsymbol{x}$.
Inversamente, cualquier término ($7j_{11} + a$) de la sucesión **A** tendrá como pareja a un múltiplo de 7 ($7m_{21}$) de la sucesión **B** de modo que, igualmente, la suma de los dos números cumpla la condición ($7r + a$).

Ampliando este axioma, se puede afirmar que todos los múltiplos de 7 ($7m_{11}$) (incluido el primo 7 si lo hubiera) de la sucesión **A** estarán emparejados con todos los términos ($7j_{21} + a$) de la sucesión **B**.
Inversamente, todos los términos ($7j_{11} + a$) de la sucesión **A** estarán emparejados con todos los múltiplos de 7 ($7m_{21}$) (incluido el primo 7 si lo hubiera) de la sucesión **B**.

Aplicando el axioma anterior a todos los primos, desde el 7 hasta el anterior a $\sqrt{\boldsymbol{x}}$, se puede afirmar que todos los grupos de múltiplos $7m_{11}$, $11m_{12}$, $13m_{13}$, $17m_{14}$, $19m_{15}$,… (incluidos los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que estén presentes) de la sucesión **A** estarán emparejados, grupo con grupo, con todos los grupos de términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$), ($19j_{25} + e$),… de la sucesión **B**.
Inversamente, todos los grupos de términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$), ($13j_{13} + c$), ($17j_{14} + d$), ($19j_{15} + e$),… de la sucesión **A** estarán emparejados, grupo con grupo, con todos los grupos de múltiplos $7m_{21}$, $11m_{22}$, $13m_{23}$, $17m_{24}$, $19m_{25}$,… (incluidos los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que estén presentes) de la sucesión **B**.

En este axioma, el concepto de *múltiplo* aplicado a los términos de cada sucesión **A** o **B** incluye los números compuestos y los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que estén presentes. Según esta definición, todos los términos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ de cada sucesión **A** o **B** son *múltiplos*.
Paralelamente, e igualmente en este axioma, el concepto de *primo* aplicado a los términos de cada sucesión **A** o **B** se refiere solamente a los primos mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que estén presentes en la sucesión.
Por esta cuestión, a partir de este punto, en vez de referirme a números compuestos lo haré a números *múltiplos*. Según este concepto, las parejas de términos estarán formadas por múltiplo-múltiplo, múltiplo libre-primo, primo-múltiplo libre y parejas primo-primo.

Anotemos las expresiones algebraicas correspondientes a las dos partes de este axioma:

$\boldsymbol{x} = 7r + a = 7m_{11} + (7j_{21} + a) = 7(m_{11} + j_{21}) + a$ siendo: $r = m_{11} + j_{21}$
$\boldsymbol{x} = 11s + b = 11m_{12} + (11j_{22} + b) = 11(m_{12} + j_{22}) + b$ siendo: $s = m_{12} + j_{22}$
$\boldsymbol{x} = 13t + c = 13m_{13} + (13j_{23} + c) = 13(m_{13} + j_{23}) + c$ siendo: $t = m_{13} + j_{23}$
$\boldsymbol{x} = 17u + d = 17m_{14} + (17j_{24} + d) = 17(m_{14} + j_{24}) + d$ siendo: $u = m_{14} + j_{24}$
$\boldsymbol{x} = 19v + e = 19m_{15} + (19j_{25} + e) = 19(m_{15} + j_{25}) + e$ siendo: $v = m_{15} + j_{25}$

$\boldsymbol{x} = 7r + a = (7j_{11} + a) + 7m_{21} = 7(j_{11} + m_{21}) + a$ siendo: $r = j_{11} + m_{21}$
$\boldsymbol{x} = 11s + b = (11j_{12} + b) + 11m_{22} = 11(j_{12} + m_{22}) + b$ siendo: $s = j_{12} + m_{22}$
$\boldsymbol{x} = 13t + c = (13j_{13} + c) + 13m_{23} = 13(j_{13} + m_{23}) + c$ siendo: $t = j_{13} + m_{23}$
$\boldsymbol{x} = 17u + d = (17j_{14} + d) + 17m_{24} = 17(j_{14} + m_{24}) + d$ siendo: $u = j_{14} + m_{24}$
$\boldsymbol{x} = 19v + e = (19j_{15} + e) + 19m_{25} = 19(j_{15} + m_{25}) + e$ siendo: $v = j_{15} + m_{25}$

Y así sucesivamente hasta el primo anterior a $\sqrt{\boldsymbol{x}}$.

Apliquemos lo anterior al número 512 usado como ejemplo. $512 = 7 \cdot 73 + 1 = 11 \cdot 46 + 6 = 13 \cdot 39 + 5 = 17 \cdot 30 + 2 = 19 \cdot 26 + 18$.
En este caso: $r = 73$, $s = 46$, $t = 39$, $u = 30$, $v = 26$ $a = 1$, $b = 6$, $c = 5$, $d = 2$, $e = 18$.
Sirve como ejemplo para cualquier número par $\boldsymbol{x}$ aunque sea muy grande. Escribimos las sucesiones **A-B** correspondientes.

**A** **13 - 43 - 73- 103-**133-**163-193-223-**253-**283-313-**343-**373-**403-**433-463-**493 Subrayados los múltiplos $7m_{11}$ en **A**
**B** **499-**469-**439-409-379-349-**319-289-259-**229-199-**169-**139-109 - 79 -** 49 **- 19** Subrayados los términos ($7j_{21}$ + 1) en **B**

Comprobamos: $512 = 7 \cdot 73 + 1 = 7m_{11} + (7j_{21} + 1)$ = 133 + **379** = 343 + 169 siendo: 73 = 19 + 54 = 49 + 24

**A** **13 - 43 - 73- 103-**133-**163-193-223-**253-**283-313-**343-**373-**403-**433-463-**493 Subrayados los términos ($7j_{11}$ + 1) en **A**
**B** **499-**469-**439-409-379-349-**319-289-259-**229-199-**169-**139-109 - 79 -** 49 **- 19** Subrayados los múltiplos $7m_{21}$ en **B**

Comprobamos: $512 = 7 \cdot 73 + 1 = (7j_{11} + 1) + 7m_{21}$ = **43** + 469 = 253 + 259 = **463** + 49 siendo: 73 = 6 + 67 = 36 + 37 = 66 + 7

Aplicando el mismo procedimiento para los primos 11, 13, 17 y 19 tendremos:

Para el primo 11: 512 = 11•46 + 6 = $11m_{12}$ + ($11j_{22}$ + 6) = 253 + 259 siendo: 46 = 23 + 23
512 = 11•46 + 6 = ($11j_{12}$ + 6) + $11m_{22}$ = **193** + 319 siendo: 46 = 17 + 29

Para el primo 13: 512 = 13•39 + 5 = $13m_{13}$ + ($13j_{23}$ + 5) = **13 + 499** = 403 + **109** siendo: 39 = 1 + 38 = 31 + 8
512 = 13•39 + 5 = ($13j_{13}$ + 5) + $13m_{23}$ = 343 + 169 siendo: 39 = 26 + 13

Para el primo 17: 512 = 17•30 + 2 = $17m_{14}$ + ($17j_{24}$ + 2) = 493 + **19** siendo: 30 = 29 + 1
512 = 17•30 + 2 = ($17j_{14}$ + 2) + $17m_{24}$ = **223** + 289 siendo: 30 = 13 + 17

Para el primo 19: 512 = 19•26 + 18 = $19m_{15}$ + ($19j_{25}$ + 18) = 133 + **379** siendo: 26 = 7 + 19
512 = 19•26 + 18 = ($19j_{15}$ + 18) + $19m_{25}$ = 493 + **19** siendo: 26 = 25 + 1

Las 7 parejas de términos de las sucesiones **A-B** que no aparecen en las expresiones anteriores son las que cumplen la conjetura de Goldbach resultando ser ambos términos de cada pareja mayores que $\sqrt{\mathbf{512}}$.
Añadimos la pareja de primos (**13** + **499**) que aparece porque el primero de ellos es un múltiplo de 13 ($13m_{13}$) menor que $\sqrt{\mathbf{512}}$.

512 = **73** + **439** = **103** + **409** = **163** + **349** = **283** + **229** = **313** + **199** = **373** + **139** = **433** + **79** (También: 512 = **13** + **499**)

Hemos comprobado que todos los múltiplos $7m$, $11m$, $13m$, $17m$, $19m$,… de una sucesión **A** o **B** se emparejan con múltiplos o primos de la otra sucesión formando parejas múltiplo-múltiplo, múltiplo-primo y primo-múltiplo de acuerdo con el axioma que se ha definido.
Al final, las parejas primo-primo sobrantes son las que cumplen la conjetura. En estas parejas, los dos términos son mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$.

Analizando con detalle las dos partes del último axioma, se puede afirmar que el número de múltiplos (compuestos más primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que estén presentes) que hay en los términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$), ($13j_{13} + c$), ($17j_{14} + d$),… de la sucesión **A** siempre es igual al número de múltiplos que hay en los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… de la sucesión **B** resultando ser el número de parejas múltiplo-múltiplo que se forman con las dos sucesiones para el número par $\boldsymbol{x}$.
Para el número par 512 las parejas múltiplo-múltiplo que se forman son: 512 = 253 + 259 = 343 + 169 = 493 + **19**.
Del mismo modo y aceptando, en principio, que la conjetura de Goldbach es verdadera, se puede afirmar que el número de primos (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$) que estén presentes en la sucesión **A** y que no sean términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$), ($13j_{13} + c$), ($17j_{14} + d$),… siempre es igual al número de primos (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$) que estén presentes en la sucesión **B** y que no sean términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… resultando ser el número de parejas primo-primo (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$) que se forman con las dos sucesiones y que cumplen la conjetura para el número par $\boldsymbol{x}$.
Considero que estas dos cuestiones son muy importantes para el estudio de esta conjetura.

Como resultado de este análisis, y respetando los conceptos descritos de *múltiplo* y *primo* (> $\sqrt{\boldsymbol{x}}$), se puede escribir la siguiente tabla:

| Pertenece a los términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$),… | Pareja de términos Suces. **A**-Suces. **B** | Pertenece a los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$),… |
|---|---|---|
| Si | Múltiplo-Múltiplo | Si |
| No | Múltiplo libre-Primo | Si |
| Si | Primo-Múltiplo libre | No |
| No | Primo-Primo | No |

Igualmente nos permite intentar resolver la conjetura de Goldbach desde el siguiente planteamiento:
Desarrollar una fórmula general para calcular, aunque sea de un modo aproximado, el número de múltiplos que hay en los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… de la sucesión **B** y que, cumpliendo el axioma de origen, estarán emparejados con un número igual de los múltiplos $7m_{11}$, $11m_{12}$, $13m_{13}$, $17m_{14}$,… de la sucesión **A**. Conocido este dato, se puede calcular el número de los múltiplos de la sucesión **A** que quedarán libres (y que estarán emparejados con primos de la **B**). Finalmente, los primos restantes de la sucesión **B** estarán emparejados con primos de la **A** determinando el número de parejas que cumplen la conjetura.

La exposición anterior nos ayuda a entender la relación que hay entre la sucesión **A** y la sucesión **B** de cualquier número par $\boldsymbol{x}$.

Para apoyar numéricamente los axiomas expuestos, y usando un autómata programable, he obtenido datos sobre las sucesiones **A-B** correspondientes a varios números pares (entre $10^6$ y $10^9$) y que se pueden consultar a partir de la página 23.
Son los siguientes:

1. Número de múltiplos $7m$, $11m$, $13m$, $17m$,… de cada sucesión **A** o **B** (compuestos más primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
2. Número de primos de cada sucesión **A** o **B** (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
3. Número de múltiplos que hay en los términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$),… de la sucesión **A** (compuestos más primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
4. Número de primos que hay en los términos ($7j_{11} + a$), ($11j_{12} + b$), ($13j_{13} + c$), ($17j_{14} + d$),… de la sucesión **A** (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
5. Número de múltiplos que hay en los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$),… de la sucesión **B** (compuestos más primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
6. Número de primos que hay en los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… de la sucesión **B** (mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).

**10. Analizando las sucesiones A y B.**

Veamos primero los parámetros que definen a estas sucesiones.

$\frac{x}{30}$ — Número de términos de cada sucesión **A** o **B** para el número par $x$. (Página 4)

$\pi(x)$ — Símbolo[3] normalmente usado en teoría de números para expresar el número de primos menores o iguales que $x$.

Según el teorema de los números primos[3]: $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln(x)}$ siendo $\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\ln(x)}} = 1$ ln$(x)$ = logaritmo natural de $x$

Una mejor aproximación para este teorema viene dada por la integral logarítmica desplazada[3]: $\pi(x) \approx \mathbf{Li}(x) = \int_2^x \frac{dy}{\ln(y)}$

Según este teorema, para todo $x \geq 5$ se cumple $\pi(x) > \sqrt{x}$. Esta desigualdad se hace mayor a medida que aumenta $x$.

$\pi(ax)$ — Símbolo que usaremos para expresar el número de primos mayores que $\sqrt{x}$ de la sucesión **A** para el número par $x$.

$\pi(bx)$ — Símbolo que usaremos para expresar el número de primos mayores que $\sqrt{x}$ de la sucesión **B** para el número par $x$.

Para valores grandes de $x$ se puede aceptar: $\pi(ax) \approx \pi(bx) \approx \frac{\pi(x)}{8}$ siendo 8 el número de grupos de primos (página 1).

Para $x = 10^9$ el error máximo de la aproximación anterior es 0,0215 % para el grupo (30$n$ + 19).

$\frac{x}{30} - \pi(ax)$ — Número de múltiplos de la sucesión **A** para el número par $x$. Incluye el número 1 en el grupo (30$n$ + 1).

$\frac{x}{30} - \pi(bx)$ — Número de múltiplos de la sucesión **B** para el número par $x$. Incluye el número 1 en el grupo (30$n$ + 1).

Definiremos como fracción $k(ax)$ de la sucesión **A** o $k(bx)$ de la sucesión **B** la relación entre el número de múltiplos y el número total de términos de la sucesión. Como la densidad de los números primos disminuye a medida que avanzamos en la recta numérica, los valores de $k(ax)$ y $k(bx)$ aumentan gradualmente al aumentar $x$ y tienden a 1 cuando $x$ tiende a infinito.

$$k(ax) = \frac{\frac{x}{30} - \pi(ax)}{\frac{x}{30}} = 1 - \frac{\pi(ax)}{\frac{x}{30}}$$ Para la sucesión **A**: $k(ax) = 1 - \frac{30\pi(ax)}{x}$ Para la sucesión **B**: $k(bx) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}$

Seguidamente vamos a estudiar los términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… de la sucesión **B** de modo general.
El mismo procedimiento se puede aplicar a los términos $(7j_{11} + a)$, $(11j_{12} + b)$, $(13j_{13} + c)$, $(17j_{14} + d)$,… de la sucesión **A** que aparecen en la segunda parte del axioma de referencia de la sección anterior.

Empezaremos analizando cómo están distribuidos los números primos entre los términos $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$, $(17j + d)$,….
Para ello veamos la relación entre el primo 7 y los 8 grupos de primos sirviendo como ejemplo para cualquier primo mayor que 5.
Analizaremos los 7 primeros términos de cada grupo para saber los que son múltiplos de 7 (7$m$) y los que son términos $(7j + a)$ en general o sea términos $(7j + 1)$, $(7j + 2)$, $(7j + 3)$, $(7j + 4)$, $(7j + 5)$ y $(7j + 6)$.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Términos (30$n$ + 1) | 1 | **31** | **61** | 91 | 121 | **151** | **181** |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | (7·0 + 1) | (7·4 + 3) | (7·8 + 5) | 7·13 | (7·17 + 2) | (7·21 + 4) | (7·25 + 6) |
| Términos (30$n$ + 7) | **7** | **37** | **67** | **97** | **127** | **157** | 187 |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | 7·1 | (7·5 + 2) | (7·9 + 4) | (7·13 + 6) | (7·18 + 1) | (7·22 + 3) | (7·26 + 5) |
| Términos (30$n$ + 11) | **11** | **41** | **71** | **101** | **131** | 161 | **191** |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | (7·1 + 4) | (7·5 + 6) | (7·10 + 1) | (7·14 + 3) | (7·18 + 5) | 7·23 | (7·27 + 2) |
| Términos (30$n$ + 13) | **13** | **43** | **73** | **103** | 133 | **163** | **193** |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | (7·1 + 6) | (7·6 + 1) | (7·10 + 3) | (7·14 + 5) | 7·19 | (7·23 + 2) | (7·27 + 4) |
| Términos (30$n$ + 17) | **17** | **47** | 77 | **107** | **137** | **167** | **197** |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | (7·2 + 3) | (7·6 + 5) | 7·11 | (7·15 + 2) | (7·19 + 4) | (7·23 + 6) | (7·28 + 1) |
| Términos (30$n$ + 19) | **19** | 49 | **79** | **109** | **139** | 169 | **199** |
| Términos 7$m$ y (7$j$ + $a$) | (7·2 + 5) | 7·7 | (7·11 + 2) | (7·15 + 4) | (7·19 + 6) | (7·24 + 1) | (7·28 + 3) |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Términos (30*n* + 23) | **23** | **53** | **83** | **113** | 143 | **173** | 203 |
| Términos 7*m* y (7*j* + *a*) | (7•3 + 2) | (7•7 + 4) | (7•11 + 6) | (7•16 + 1) | (7•20 + 3) | (7•24 + 5) | 7•29 |
| | | | | | | | |
| Términos (30*n* + 29) | **29** | **59** | **89** | 119 | **149** | **179** | 209 |
| Términos 7*m* y (7*j* + *a*) | (7•4 + 1) | (7•8 + 3) | (7•12 + 5) | 7•17 | (7•21 + 2) | (7•25 + 4) | (7•29 + 6) |

En los datos anteriores están todos los términos de los 8 grupos de primos que son menores que 210, (210 = 7•30).
Si analizamos los siguientes términos, en pasos de 210, comprobamos que los múltiplos de 7 (7*m*) están en la misma posición relativa (cada 7 términos y a una distancia de 7•30 = 210 enteros). En el grupo (30*n* + 1) el primer 7*m* es 91 y los próximos son 301, 511, 721,…
Lo mismo ocurre con los términos de cada uno de los grupos (7*j* + 1), (7*j* + 2), (7*j* + 3), (7*j* + 4), (7*j* + 5) y (7*j* + 6) que mantendrán la misma posición relativa que en los datos expuestos apareciendo cada 7 términos y a una distancia de 210 enteros.
Teniendo en cuenta lo anterior, y considerando que es un axioma, deduzco que los grupos de múltiplos de 7 (7*m*) y los grupos de términos (7*j* + 1), (7*j* + 2), (7*j* + 3), (7*j* + 4), (7*j* + 5) y (7*j* + 6) de la sucesión **B** (e igualmente de la **A**) son progresiones aritméticas de módulo 210.
Podemos escribir las 56 progresiones aritméticas (7 por cada uno de los 8 grupos) de módulo 210 que contienen todos los múltiplos de 7 (7*m*) y todos los términos (7*j* + 1), (7*j* + 2), (7*j* + 3), (7*j* + 4), (7*j* + 5) y (7*j* + 6) que hay en los 8 grupos de primos. Para identificar en que grupo está incluida cada progresión resalto en **negrita** los números **1**, **7**, **11**, **13**, **17**, **19**, **23** y **29**. Siendo: *n* = 0, 1, 2, 3, 4,…, ∞.

(210*n* + 90 + **1**), (210*n* + **7**), (210*n* + 150 + **11**), (210*n* + 120 + **13**), (210*n* + 60 + **17**), (210*n* + 30 + **19**), (210*n* + 180 + **23**) y (210*n* + 90 + **29**) son múltiplos de 7 (7*m*). Estas progresiones no contienen primos salvo el 7 en el grupo (210*n* + **7**) para *n* = 0.

(210*n* + **1**), (210*n* + 120 + **7**), (210*n* + 60 + **11**), (210*n* + 30 + **13**), (210*n* + 180 + **17**), (210*n* + 150 + **19**), (210*n* + 90 + **23**) y (210*n* + **29**) son términos (7*j* + 1).

(210*n* + 120 + **1**), (210*n* + 30 + **7**), (210*n* + 180 + **11**), (210*n* + 150 + **13**), (210*n* + 90 + **17**), (210*n* + 60 + **19**), (210*n* + **23**) y (210*n* + 120 + **29**) son términos (7*j* + 2).

(210*n* + 30 + **1**), (210*n* + 150 + **7**), (210*n* + 90 + **11**), (210*n* + 60 + **13**), (210*n* + **17**), (210*n* + 180 + **19**), (210*n* + 120 + **23**) y (210*n* + 30 + **29**) son términos (7*j* + 3).

(210*n* + 150 + **1**), (210*n* + 60 + **7**), (210*n* + **11**), (210*n* + 180 + **13**), (210*n* + 120 + **17**), (210*n* + 90 + **19**), (210*n* + 30 + **23**) y (210*n* + 150 + **29**) son términos (7*j* + 4).

(210*n* + 60 + **1**), (210*n* + 180 + **7**), (210*n* + 120 + **11**), (210*n* + 90 + **13**), (210*n* + 30 + **17**), (210*n* + **19**), (210*n* + 150 + **23**) y (210*n* + 60 + **29**) son términos (7*j* + 5).

(210*n* + 180 + **1**), (210*n* + 90 + **7**), (210*n* + 30 + **11**), (210*n* + **13**), (210*n* + 150 + **17**), (210*n* + 120 + **19**), (210*n* + 60 + **23**) y (210*n* + 180 + **29**) son términos (7*j* + 6).

Comprobamos que los grupos de múltiplos de 7 (7*m*) de la sucesión **B** se corresponden con progresiones aritméticas de módulo 210, (210*n* + *b*), tales que mcd(210, *b*) = 7 siendo *b* menor que 210, múltiplo de 7 y habiendo 8 términos *b*, uno de cada grupo de primos.

Igualmente comprobamos que los grupos de términos (7*j* + 1), (7*j* + 2), (7*j* + 3), (7*j* + 4), (7*j* + 5) y (7*j* + 6) de la sucesión **B** se corresponden con progresiones aritméticas de módulo 210, (210*n* + *b*), tales que mcd(210, *b*) = 1 siendo *b* menor que 210, no divisible por 7 y habiendo 48 términos *b*, 6 de cada grupo de primos.

Finalmente, comprobamos que los 56 términos *b*, (8 + 48), son todos los que hay en los 8 grupos de primos menores que 210.

Aplicando el axioma anterior para todo *p* (número primo mayor que 5 y menor que $\sqrt{x}$) se puede afirmar que los grupos de múltiplos de *p* (*pm*) de la sucesión **B** se corresponden con progresiones aritméticas de módulo 30*p*, (30*pn* + *b*), tales que mcd(30*p*, *b*) = *p* siendo *b* menor que 30*p*, múltiplo de *p* y habiendo 8 términos *b*, uno de cada grupo de primos.

Igualmente se puede afirmar que los grupos de términos (*pj* + 1), (*pj* + 2), (*pj* + 3),…, (*pj* + *p* – 2) y (*pj* + *p* – 1) de la sucesión **B** se corresponden con progresiones aritméticas de módulo 30*p*, (30*pn* + *b*), tales que mcd(30*p*, *b*) = 1 siendo *b* menor que 30*p*, no divisible por *p* y habiendo 8(*p* – 1) términos *b*, (*p* – 1) de cada grupo de primos.

Finalmente, se puede afirmar que los 8*p* términos *b*, [8 + 8(*p* – 1)], son todos los que hay en los 8 grupos de primos menores que 30*p*.

Por otro lado, tal como se ha descrito para el primo 7 y teniendo en cuenta que mcd(30, *p*) = 1 se puede afirmar que los múltiplos de *p* (*pm*) de cualquiera de los 8 grupos de primos (y, por lo tanto, de una sucesión **A** o **B**) aparecerán cada *p* términos y, en consecuencia, a una distancia de 30*p* enteros entre dos *pm* consecutivos.
Igualmente se puede afirmar que los términos de cada uno de los grupos (*pj* + 1), (*pj* + 2), (*pj* + 3),…, (*pj* + *p* – 2) y (*pj* + *p* – 1) aparecerán cada *p* términos y a una distancia de 30*p* enteros entre cada uno de ellos y el siguiente que pertenezca al mismo grupo.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede enunciar el siguiente axioma:
"En cada conjunto de $p$ términos consecutivos de cualquiera de los 8 grupos de primos (y, por lo tanto, de una sucesión **A** o **B**) hay un término de cada uno de los siguientes grupos: $pm$, $(pj + 1)$, $(pj + 2)$, $(pj + 3)$,…, $(pj + p – 2)$ y $(pj + p – 1)$".

El orden de estos términos dependerá de $p$ y del primero de ellos. No coincidirá, necesariamente, con el orden indicado en el enunciado.
Este axioma se puede verificar, aplicándolo al primo 7, en los datos expuestos al final de la página 9.
Igualmente, podemos comprobar que se cumple para el primo 11 en los 11 primeros términos del grupo $(30n + 1)$.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Términos $(30n + 1)$ | 1 | **31** | **61** | 91 | 121 | **151** | **181** | **211** | **241** | **271** | 301 |
| Términos $11m$ y $(11j + b)$ | (11·0 + 1) | (11·2 + 9) | (11·5 + 6) | (11·8 + 3) | 11·11 | (11·13 + 8) | (11·16 + 5) | (11·19 + 2) | (11·21 + 10) | (11·24 + 7) | (11·27 + 4) |

En consecuencia, y según este axioma, $\frac{1}{p}\frac{x}{30}$ será el número de múltiplos de $p$ ($pm$) y, también, el número de términos de cada uno de los grupos $(pj + 1)$, $(pj + 2)$, $(pj + 3)$,…, $(pj + p – 2)$ y $(pj + p – 1)$ que hay en cada sucesión **A** o **B**.

Este mismo axioma permite afirmar que estos grupos contienen todos los términos de las sucesiones **A** o **B** del siguiente modo:

1. Grupo $pm$: contiene todos los múltiplos de $p$ (incluido el primo $p$ si está presente).
2. Grupos $(pj + 1)$, $(pj + 2)$, $(pj + 3)$,…, $(pj + p – 1)$: contienen todos los múltiplos (excepto los de $p$) y los primos mayores que $\sqrt{x}$.

Según se ha descrito, los grupos $(pj + 1)$, $(pj + 2)$, $(pj + 3)$,…, $(pj + p – 2)$ y $(pj + p – 1)$ de la sucesión **B** (e igualmente de la **A**) son progresiones aritméticas de módulo $30p$, $(30pn + b)$, tales que $\text{mcd}(30p, b) = 1$.
Aplicando el teorema de los números primos para progresiones aritméticas [2], expuesto en la página 1, a estos grupos se llega a la conclusión de que todos ellos tendrán, aproximadamente, la misma cantidad de primos ($\approx \frac{\pi(bx)}{p-1}$ para la sucesión **B**) y, como todos ellos tienen el mismo número de términos, también tendrán, aproximadamente, la misma cantidad de múltiplos.

Del mismo modo, podemos aplicar este teorema a términos que pertenezcan a dos o más grupos. Por ejemplo, los términos que estén, a la vez, en los grupos $(7j + a)$ y $(13j + c)$ se corresponden con progresiones aritméticas de módulo 2.730, (2.730 = 7·13·30). En este caso, todos los grupos de una sucesión **A** o **B** que incluyen estos términos (72 grupos resultado de combinar las 6 $a$ con las 12 $c$) tendrán, aproximadamente, la misma cantidad de primos y, como todos ellos tienen el mismo número de términos, también tendrán, aproximadamente, la misma cantidad de múltiplos.

Según lo descrito, se deduce que de los $\frac{1}{7}\frac{x}{30}$ términos que hay en cada uno de los grupos $(7j + a)$ de la sucesión **B**, $\approx \frac{\pi(bx)}{6}$ serán números primos ($> \sqrt{x}$). El resto de términos serán múltiplos (de primos mayores que 5 excepto del primo 7).

En general, se deduce que de los $\frac{1}{p}\frac{x}{30}$ términos que hay en cada uno de los grupos $(pj + h)$ de la sucesión **B**, $\approx \frac{\pi(bx)}{p-1}$ serán números primos ($> \sqrt{x}$). El resto de términos serán múltiplos (de primos mayores que 5 excepto del primo $p$).

Definiremos como fracción $k(7x)$ de la sucesión **B** la relación entre el número de múltiplos que hay en un grupo de términos $(7j + a)$ y el número total de estos.
Aplicando lo anterior para todo $p$ (número primo mayor que 5 y menor que $\sqrt{x}$) definiremos como fracción $k(px)$ de la sucesión **B** la relación entre el número de múltiplos que hay en un grupo de términos $(pj + h)$ y el número total de estos.

Podemos observar la similitud entre $k(bx)$ y los factores $k(7x)$, $k(11x)$, $k(13x)$, $k(17x)$,…, $k(px)$,… por lo que sus fórmulas serán parecidas.
Usaré ≈ en vez de = por la imprecisión en el número de primos que hay en cada grupo $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$, $(17j + d)$,…
Usando el mismo procedimiento que para obtener $k(bx)$:

$$k(px) \approx \frac{\frac{1}{p}\frac{x}{30} - \frac{\pi(bx)}{p-1}}{\frac{1}{p}\frac{x}{30}} = 1 - \frac{\frac{\pi(bx)}{p-1}}{\frac{1}{p}\frac{x}{30}} = 1 - \frac{30p\pi(bx)}{(p-1)x} \qquad k(px) \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\frac{p}{p-1}$$

Para el primo 7: $k(7x) \approx 1 - \frac{35\pi(bx)}{x}$ Para el primo 11: $k(11x) \approx 1 - \frac{33\pi(bx)}{x}$ Para el primo 31: $k(31x) \approx 1 - \frac{31\pi(bx)}{x}$

Y así sucesivamente hasta el primo anterior a $\sqrt{x}$.

Si ordenamos estos factores de menor a mayor valor: $k(7x) < k(11x) < k(13x) < k(17x) <\ldots < k(997x) <\ldots < k(bx) < 1$

En la fórmula para obtener $k(px)$ tenemos que $\lim_{p\to\infty} \frac{p}{p-1} = 1$ por lo que podemos anotar: $\lim_{p\to\infty} k(px) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x} = k(bx)$

Unificaremos todos los factores $k(7x)$, $k(11x)$, $k(13x)$,…, $k(px)$,… en uno solo, que denominaremos $k(jx)$, y que agrupará a todos ellos.

Aplicando lo descrito, definiremos como fracción $k(jx)$ de la sucesión **B** la relación entre el número de múltiplos que hay en el conjunto de todos los términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… y el número total de estos.
Lógicamente, el valor de $k(jx)$ estará determinado por los valores de los factores $k(px)$ correspondientes a cada uno de los primos desde el 7 hasta el anterior a $\sqrt{x}$.

Resumiendo lo expuesto: una fracción $k(jx)$ de los términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… de la sucesión **B** serán múltiplos y, cumpliendo el axioma de origen (página 7), estarán emparejados con una fracción igual de los múltiplos $7m_{11}$, $11m_{12}$, $13m_{13}$, $17m_{14}$,… de la sucesión **A**. Expresándolo de un modo sencillo y con carácter general:
Una fracción $k(jx)$ de los múltiplos de la sucesión **A** tendrán, como pareja, un múltiplo de la sucesión **B**.

Recordando el axioma de la sección 8 y los parámetros definidos en la página 9 podemos anotar:

1. Número de parejas múltiplo-múltiplo = $k(jx)$ (Número de múltiplos sucesión **A**)
2. Número de múltiplos libres sucesión **A** = $(1 - k(jx))$ (Número de múltiplos sucesión **A**)
3. $P_{PP}(x)$ = Número real de parejas de primos mayores que $\sqrt{x}$ que se forman con las sucesiones **A-B**
   $P_{PP}(x)$ = (Número de primos mayores que $\sqrt{x}$ sucesión **B**) – (Número de múltiplos libres sucesión **A**)

   Expresándolo algebraicamente: $$\mathbf{P_{PP}}(x) = \boldsymbol{\pi}(bx) - (1 - k(jx))\left(\frac{x}{30} - \boldsymbol{\pi}(ax)\right)$$

Supongamos que pueda existir un número par suficientemente grande que no cumpla la conjetura. En este caso: $P_{PP}(x) = 0$.
$P_{PP}(x)$ no puede ser negativo ya que el número de primos de la sucesión **B** no puede ser menor que el de múltiplos libres de la **A**.
Se puede definir un factor, que denominaré $k(0x)$, que sustituyendo a $k(jx)$ en la fórmula anterior dé como resultado $P_{PP}(x) = 0$.
Como concepto, $k(0x)$ sería el valor mínimo de $k(jx)$ para el cual la conjetura no se cumpliría.

$$0 = \boldsymbol{\pi}(bx) - (1 - k(0x))\left(\frac{x}{30} - \boldsymbol{\pi}(ax)\right) \qquad\qquad \boldsymbol{\pi}(bx) = (1 - k(0x))\left(\frac{x}{30} - \boldsymbol{\pi}(ax)\right)$$

Despejando: $$k(0x) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - 30\pi(ax)}$$

Para que la conjetura sea verdadera, $k(jx)$ debe ser mayor que $k(0x)$ para cualquier valor de $x$.
Recordemos que el valor de $k(jx)$ está determinado por los valores de cada uno de los factores $k(7x)$, $k(11x)$, $k(13x)$, $k(17x)$,…, $k(px)$,…
Para analizar la relación entre los factores $k(jx)$ y $k(0x)$, primero comparemos $k(0x)$ con el factor general $k(px)$.

$$k(0x) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - 30\pi(ax)} = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\,\frac{x}{x - 30\pi(ax)} = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\,\frac{1}{1 - \frac{30\pi(ax)}{x}}$$

$$k(px) \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\,\frac{p}{p-1} = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\,\frac{1}{1 - \frac{1}{p}}$$

Para comparar $k(0x)$ con $k(px)$, simplemente hay que comparar $\frac{30\pi(ax)}{x}$ con $\frac{1}{p}$ que son los términos que diferencian a las dos fórmulas.

Recordemos, página 9, el teorema de los números primos: $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln(x)}$ siendo $\pi(x)$ el número real de primos menores o iguales que $x$.

Tal como he indicado, se puede aceptar que: $\pi(ax) \approx \frac{\pi(x)}{8}$ siendo 8 el número de grupos de primos.

Sustituyendo $\pi(x)$ por su fórmula correspondiente: $\pi(ax) \sim \frac{x}{8\ln(x)}$

La aproximación de esta última fórmula no afecta al resultado final de la comparación entre $k(0x)$ y $k(px)$ que estamos analizando.

Comparar $\frac{30\pi(ax)}{x}$ con $\frac{1}{p}$ Sustituyendo $\pi(ax)$ por su fórmula correspondiente

Comparar $\frac{30x}{8x\ln(x)}$ con $\frac{1}{p}$

Comparar $\frac{3,75}{\ln(x)}$ con $\frac{3,75}{3,75p}$

Comparar $\ln(x)$ con $3,75p$ Aplicando el concepto de logaritmo natural de base $e$

Comparar $x$ con $e^{3,75p}$ Para potencias de 10: ln10 = 2,302585 3,75 / 2,302585 = 1,6286 ≈ 1,63

Comparar $x$ con $10^{1,63p}$

Resultado comparación: $k(0x)$ será menor que $k(px)$ si $x < 10^{1,63p}$ $k(0x)$ será mayor que $k(px)$ si $x > 10^{1,63p}$

En las siguientes expresiones los valores de los exponentes son aproximados. Esto no afecta al resultado de la comparación.

1. Para el primo 7: $k(0x) < k(7x)$ si $x < 10^{11,4}$ $k(0x) > k(7x)$ si $x > 10^{11,4}$ hay $\approx 4 \cdot 10^4$ primos menores que $10^{5,7}$
2. Para el primo 11: $k(0x) < k(11x)$ si $x < 10^{18}$ $k(0x) > k(11x)$ si $x > 10^{18}$ hay $\approx 5,08 \cdot 10^7$ primos menores que $10^9$
3. Para el primo 31: $k(0x) < k(31x)$ si $x < 10^{50}$ $k(0x) > k(31x)$ si $x > 10^{50}$ hay $\approx 1,76 \cdot 10^{23}$ primos menores que $10^{25}$
4. Para el primo 997: $k(0x) < k(997x)$ si $x < 10^{1620}$ $k(0x) > k(997x)$ si $x > 10^{1620}$ hay $\approx 5,36 \cdot 10^{806}$ primos menores que $10^{810}$

Analizando estos datos se puede comprobar que, para números pares menores que $10^{11,4}$, $k(0x)$ es menor que todos los factores $k(px)$ y, por lo tanto, también será menor que $k(jx)$ lo que permite asegurar que la conjetura de Goldbach se cumplirá, como mínimo, hasta $10^{11,4}$. Para valores mayores de $x$, observamos que $k(0x)$ va superando a los factores $k(7x)$, $k(11x)$, $k(13x)$, $k(17x)$,…, $k(997x)$,…
Observando con detalle comprobamos que si el valor de $p$, para el que se aplica la comparación entre $k(0x)$ y $k(px)$, aumenta en modo progresión geométrica, el valor de $x$ a partir del cual $k(0x)$ supera a $k(px)$ aumenta en modo exponencial. Debido a esto, se produce un aumento, aún mayor que el exponencial, en el número de primos menores que $\sqrt{x}$ y cuyos factores $k(px)$ determinan el valor de $k(jx)$.
Lógicamente, a medida que aumenta el número de primos menores que $\sqrt{x}$, disminuye el "peso relativo" de cada factor $k(px)$ en relación con el valor de $k(jx)$. Por lo tanto, aunque a partir de $10^{11,4}$ $k(7x)$ sea menor que $k(0x)$, el porcentaje de términos de un grupo $(7j + a)$ que no estén también en grupos de primos mayores que 7 será cada vez menor y el factor $k(7x)$ irá perdiendo influencia en el valor de $k(jx)$.
Lo mismo se puede aplicar a los factores $k(11x)$, $k(13x)$, $k(17x)$,… que irán perdiendo influencia sobre $k(jx)$ a medida que aumenta $x$.
Por otro lado, tomando como ejemplo el primo 997, comprobamos que cuando $k(0x)$ supera a $k(997x)$ ya hay $\approx 5,36 \cdot 10^{806}$ primos con cuyos $k(px)$ (mayores que $k(0x)$ si $p > 997$) añadidos a los $k(7x)$ a $k(997x)$ (165 factores que serán menores que $k(0x)$) se determinará el valor de $k(jx)$. Aunque estos primeros 165 factores tengan un gran "peso específico" son pocos comparados con $\approx 5,36 \cdot 10^{806}$.

Estos datos permiten intuir que $k(jx)$ será mayor que $k(0x)$ para cualquier valor de $x$.

Seguidamente comparemos $k(bx)$ con $k(jx)$. Recordemos las definiciones referentes a estos dos factores.

$k(bx)$ = Relación entre el número de múltiplos y el número total de términos de la sucesión **B**.

Sucesión **B** $\frac{x}{30}$ términos $\pi(bx)$ primos $\frac{x}{30} - \pi(bx)$ múltiplos $k(bx) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}$

Términos sucesión **B** 1/7 son múltiplos de 7, 1/11 múltiplos de 11, 1/13 múltiplos de 13, 1/17 múltiplos de 17,…

Y así sucesivamente hasta el primo anterior a $\sqrt{x}$.

$k(jx)$ = Relación entre el número de múltiplos que hay en el conjunto de términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… de la sucesión **B** y el número total de estos. Su valor está determinado por los valores de los factores $k(7x)$, $k(11x)$, $k(13x)$, $k(17x)$,…

Tal como se ha descrito al aplicar el teorema de los números primos para progresiones aritméticas, el número real de primos que hay en cada uno de los grupos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… será, aproximadamente, igual al valor medio indicado.
En el caso de que el número par fuera múltiplo de algún primo mayor que 5, (por ejemplo 13), no habría números primos en el grupo $(13j_{23} + c)$ por ser $c = 0$ y el factor $k(13x)$ correspondiente sería igual a 1 lo que, al final, aumentaría ligeramente el valor de $k(jx)$.

Grupo $(7j + a)$ $\frac{1}{7}\frac{x}{30}$ términos $\approx \frac{\pi(bx)}{6}$ primos $\approx \left(\frac{1}{7}\frac{x}{30} - \frac{\pi(bx)}{6}\right)$ múltiplos $k(7x) \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\frac{7}{6}$

Términos $(7j + a)$ No hay múltiplos de 7, 1/11 son múltiplos de 11, 1/13 múltiplos de 13, 1/17 múltiplos de 17,…

Grupo $(11j + b)$ $\frac{1}{11}\frac{x}{30}$ términos $\approx \frac{\pi(bx)}{10}$ primos $\approx \left(\frac{1}{11}\frac{x}{30} - \frac{\pi(bx)}{10}\right)$ múltiplos $k(11x) \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\frac{11}{10}$

Términos $(11j + b)$ 1/7 son múltiplos de 7, no hay múltiplos de 11, 1/13 múltiplos de 13, 1/17 múltiplos de 17,…

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <u>Grupo (13*j* + *c*)</u> | $\frac{1}{13}\frac{x}{30}$ | términos | $\approx \frac{\pi(bx)}{12}$ | primos | $\approx \left(\frac{1}{13}\frac{x}{30} - \frac{\pi(bx)}{12}\right)$ | múltiplos | $k_{(13x)} \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\frac{13}{12}$ |

<u>Términos (13*j* + *c*)</u> 1/7 son múltiplos de 7, 1/11 múltiplos de 11, <u>no hay múltiplos de 13</u>, 1/17 múltiplos de 17,…

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| <u>Grupo (17*j* + *d*)</u> | $\frac{1}{17}\frac{x}{30}$ | términos | $\approx \frac{\pi(bx)}{16}$ | primos | $\approx \left(\frac{1}{17}\frac{x}{30} - \frac{\pi(bx)}{16}\right)$ | múltiplos | $k_{(17x)} \approx 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}\frac{17}{16}$ |

<u>Términos (17*j* + *d*)</u> 1/7 son múltiplos de 7, 1/11 múltiplos de 11, 1/13 múltiplos de 13, <u>no hay múltiplos de 17</u>,…

Y así sucesivamente hasta el primo anterior a $\sqrt{x}$.

Se puede comprobar que en cumplimiento de los dos teoremas ya mencionados, (de los números primos y de los números primos para progresiones aritméticas), los grupos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… de la sucesión **B** se comportan con cierta regularidad, definida matemáticamente, respecto al número de términos, de primos y de múltiplos que contienen y que se mantiene con independencia del valor de $x$.

Siguiendo con el estudio de estos términos veamos un resumen de los datos que he obtenido mediante un autómata programable referentes al grupo de primos (30*n* + 29), (escogido como ejemplo y hasta el primo 307), y a los números pares $10^6$, $10^7$, $10^8$ y $10^9$.
Aunque para este análisis se puede escoger cualquier secuencia de primos, lo haré en orden ascendente (7, 11, 13, 17, 19, 23,…, 307).
Son los siguientes datos y están contados del siguiente modo:

1. Número total de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*), (13*j* + *c*), (17*j* + *d*),…, (*pj* + *h*),…
2. Número de múltiplos en el grupo (7*j* + *a*): están todos incluidos.
3. Número de múltiplos en el grupo (11*j* + *b*): no están incluidos los que también sean (7*j* + *a*).
4. Número de múltiplos en el grupo (13*j* + *c*): no están incluidos los que también sean (7*j* + *a*) o (11*j* + *b*).
5. Número de múltiplos en el grupo (17*j* + *d*): no están incluidos los que también sean (7*j* + *a*) o (11*j* + *b*) o (13*j* + *c*).

Y así sucesivamente hasta el grupo del primo 307. Pueden consultarse todos estos datos a partir de la página 23.
Los porcentajes indicados son en relación con el número total de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*), (13*j* + *c*), (17*j* + *d*),…, (*pj* + *h*),…

| | $10^6$ | | $10^7$ | | $10^8$ | | $10^9$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nº términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 23.545 | | 250.287 | | 2.613.173 | | 26.977.564 | |
| Nº múltiplos (7*j* + *a*) y % | 3.140 | 13,34 % | 33.750 | 13,48 % | 356.077 | 13,63 % | 3.702.786 | 13,73 % |
| Nº múltiplos (11*j* + *b*) y % | 1.767 | 7,5 % | 19.045 | 7,61 % | 199.519 | 7,63 % | 2.067.520 | 7,66 % |
| Nº múltiplos (13*j* + *c*) y % | 1.374 | 5,84 % | 14.714 | 5,88 % | 154.831 | 5,92 % | 1.600.628 | 5,93 % |
| Nº múltiplos (17*j* + *d*) y % | 1.010 | 4,29 % | 10.549 | 4,21 % | 110.081 | 4,21 % | 1.137.457 | 4,22 % |
| Total múltiplos grupos 7 a 307 | 15.008 | 63,74 % | 156.956 | 62,71 % | 1.642.061 | 62,84 % | 17.014.540 | 63,07 % |

Estos nuevos datos nos siguen confirmando que los grupos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… se comportan de un modo uniforme ya que el porcentaje de múltiplos que suministra cada uno se mantiene prácticamente constante al aumentar $x$.

## <u>11. Demostrando la conjetura.</u>

Tal como hemos visto en la sección anterior, la regularidad de los grupos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… permite intuir que el valor aproximado de $k_{(jx)}$ se puede obtener mediante una fórmula general.

Teniendo en cuenta los datos de cada grupo, y para desarrollar la fórmula de $k_{(jx)}$, podemos pensar en sumar por un lado el número de términos de todos ellos, por otro el de primos y por último el de múltiplos y efectuar los cálculos con los totales de esas sumas.
Este método no es correcto ya que cada término pueda estar en varios grupos por lo que lo contaríamos varias veces lo que nos daría un resultado final poco riguroso. Para resolver esta cuestión de un modo teórico pero más preciso se debería analizar, individualmente y aplicando el principio de inclusión-exclusión, cada uno de los términos ($7j_{21} + a$), ($11j_{22} + b$), ($13j_{23} + c$), ($17j_{24} + d$),… para definir los que son múltiplos y los que son primos.
Después de varios intentos, he comprobado que este método analítico es bastante complejo por lo que, al final, lo he desestimado.
En mi opinión, el matemático que resuelva esta cuestión de un modo riguroso puede usar el planteamiento expuesto en este trabajo para demostrar, de una manera definitiva, la conjetura de Goldbach y la conjetura de los Primos Gemelos.

Ante la dificultad del análisis matemático, he optado por un método indirecto para obtener la fórmula de $k_{(jx)}$.
Informándome en Internet de las últimas demostraciones de conjeturas matemáticas, he leído que se ha aceptado el uso de ordenadores para efectuar una parte de los cálculos o para verificar las conjeturas hasta un número determinado.
Teniendo en cuenta esta información, he considerado que puedo usar un autómata programable (PLC) para que me ayude a obtener la fórmula de $k_{(jx)}$. Para este fin, he desarrollado los diferentes programas que el autómata necesita para esta labor.

Empezaré analizando los datos expuestos de los cuales se puede deducir:

1. Los conceptos de $k(jx)$ y de $k(bx)$ son similares por lo que sus fórmulas serán parecidas usando ambas las mismas variables.
2. Los parámetros (número de términos, de primos y de múltiplos) que intervienen en $k(jx)$ siguen un "patrón" determinado.
3. Los valores de $k(jx)$ y de $k(bx)$, y también los de $\boldsymbol{\pi(ax)}$ y $\boldsymbol{\pi(bx)}$, aumentarán gradualmente al aumentar $\boldsymbol{x}$.
4. El valor de $k(jx)$ será menor que el de $k(bx)$ (esto puede variar si el número par es múltiplo de primos mayores que 5).
5. Los valores de $k(jx)$ y $k(bx)$ tenderán a igualarse, asintóticamente, cuando $\boldsymbol{x}$ tienda a infinito.

Veamos algunos valores, obtenidos mediante el autómata, referentes a $k(bx)$, $k(jx)$ y al grupo $(30n + 29)$ (consultar a partir página 23). Los datos de la última columna se han obtenido aplicando lo descrito en la página 13.

1. Para $10^6$ — $k(bx) = 0{,}70644$ — $k(jx) = 0{,}69857$ — $k(jx) / k(bx) = 0{,}98885$ — $k(jx) > k(37x) > k(0x)$ — $k(0x) < k(37x)$ si $\boldsymbol{x} < 10^{60}$
2. Para $10^7$ — $k(bx) = 0{,}75110$ — $k(jx) = 0{,}74568$ — $k(jx) / k(bx) = 0{,}99278$ — $k(jx) > k(43x) > k(0x)$ — $k(0x) < k(43x)$ si $\boldsymbol{x} < 10^{70}$
3. Para $10^8$ — $k(bx) = 0{,}78403$ — $k(jx) = 0{,}78028$ — $k(jx) / k(bx) = 0{,}99521$ — $k(jx) > k(53x) > k(0x)$ — $k(0x) < k(53x)$ si $\boldsymbol{x} < 10^{86}$
4. Para $10^9$ — $k(bx) = 0{,}80932$ — $k(jx) = 0{,}80654$ — $k(jx) / k(bx) = 0{,}99656$ — $k(jx) > k(67x) > k(0x)$ — $k(0x) < k(67x)$ si $\boldsymbol{x} < 10^{109}$
5. Para $7{\cdot}10^6$ (múltiplo de 7) — $k(bx) = 0{,}74463$ — $k(jx) = 0{,}75547$ — $k(jx) / k(bx) = 1{,}01455$ — $k(jx) > k(bx) > k(0x)$

Analizando estos datos se puede comprobar que, a medida que aumenta $\boldsymbol{x}$, el valor de $k(jx)$ tiende más rápidamente al valor de $k(bx)$ que el valor de $k(bx)$ con respecto a 1.

Expresando lo anterior en modo numérico: Para $10^6$: $(1 – 0{,}70644) / (0{,}70644 – 0{,}69857) = 37{,}3$
Para $10^9$: $(1 – 0{,}80932) / (0{,}80932 – 0{,}80654) = 68{,}59$

Igualmente, se puede comprobar que el valor de $k(jx)$ va superando a los sucesivos factores $k(px)$. Para $\boldsymbol{x} = 10^9$, $k(jx) > k(67x)$ lo que nos permite deducir que el cumplimiento de la conjetura de Goldbach está "asegurado", como mínimo, hasta $\boldsymbol{x} = 10^{109}$ ya que, por debajo de este número (página 13), $k(0x) < k(67x)$ y, en consecuencia, se cumplirá que $k(jx) > k(0x)$ que se ha definido como condición principal.
Si obtuviéramos estos mismos datos para $\boldsymbol{x} = 10^{109}$, comprobaríamos que los valores de $k(bx)$, $k(jx)$ y $k(0x)$ han aumentado.
Apoyándome en la experiencia de este trabajo he calculado unos valores que, en mi opinión, se pueden estimar como valores reales.

Para $10^{109}$ — $k(bx) \approx 0{,}98506$ — $k(jx) \approx 0{,}985041$ — $k(jx) / k(bx) \approx 0{,}999981$ — $k(jx) > k(811x) > k(0x)$ — $k(0x) < k(811x)$ si $\boldsymbol{x} < 10^{1320}$

Observamos que, para un valor de $\boldsymbol{x}$ expresado como una potencia de 10, el factor $k(jx)$ correspondiente nos "asegura" el cumplimiento de la conjetura hasta un nuevo valor de $\boldsymbol{x}$ expresado como una potencia de 10 con un exponente que, como mínimo, es 10 veces mayor.
Factor $k(jx)$ de $10^6$ asegura la conjetura hasta $10^{60}$ — Factor $k(jx)$ de $10^7$ asegura hasta $10^{70}$ — Factor $k(jx)$ de $10^8$ asegura hasta $10^{86}$
Factor $k(jx)$ de $10^9$ asegura hasta $10^{109}$ — Factor $k(jx)$ de $10^{109}$ asegura hasta $10^{1320}$ (valor estimado)
Y así sucesivamente hasta el infinito.

A continuación, y partiendo de las fórmulas de $k(bx)$ y $k(0x)$, propondré una para $k(jx)$ con una constante. Para calcular el valor de ésta usaré el autómata.

Fórmula de $k(bx)$: $$\boldsymbol{k(bx) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x}}$$

Fórmula de $k(0x)$: $$\boldsymbol{k(0x) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - 30\pi(ax)}}$$

Fórmula propuesta para $k(jx)$: $$\boldsymbol{k(jx) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}}$$

Siendo: $\boldsymbol{x}$ = Número par al que se aplica la conjetura y que define las sucesiones **A-B**.
$\boldsymbol{\pi(ax)}$ = Número de primos mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ de la sucesión **A** para $\boldsymbol{x}$.
$\boldsymbol{\pi(bx)}$ = Número de primos mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ de la sucesión **B** para $\boldsymbol{x}$.
$\boldsymbol{k(jx)}$ = Factor en estudio. Los datos obtenidos por el autómata permiten calcular su valor para varios números $\boldsymbol{x}$.
$\boldsymbol{c(jx)}$ = Constante que se puede calcular si conocemos los valores de $\boldsymbol{\pi(ax)}$, $\boldsymbol{\pi(bx)}$ y $\boldsymbol{k(jx)}$ para cada número $\boldsymbol{x}$.

Recordemos que $k(jx)$ es menor que $k(bx)$ por lo que, comparando las dos fórmulas, se deduce que $c(jx)$ tendría un valor mínimo de 0.
Igualmente recordemos que, como concepto, $k(0x)$ sería el valor mínimo de $k(jx)$ para el cual la conjetura no se cumpliría (página 12).
Según esta afirmación, y comparando la fórmula de $k(jx)$ con la de $k(0x)$, se deduce que $c(jx)$ tendría un valor máximo de 30.

Seguidamente describo, de un modo simplificado, el programa con el cual trabaja el autómata.

1. Se memorizan los 3.398 primos menores que $31.622 = 10^{4,5}$. Con ellos podemos analizar las sucesiones **A-B** hasta el número $10^9$.
2. Se divide el número par $\boldsymbol{x}$ ($\leq 10^9$) por los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$. Los restos de estas divisiones son los valores de *a*, *b*, *c*, *d*,…
3. Se divide cada uno de los términos de cada sucesión **A** o **B** por los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ para definir si son múltiplos o primos.
4. En el mismo proceso se determinan los términos que son de la forma $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$, $(17j + d)$,… de cada sucesión.
5. Se programan 8 contadores (4 por sucesión) para contar los siguientes datos:
   6. Múltiplos $7m$, $11m$, $13m$, $17m$ … de cada sucesión **A** o **B** (incluyen los números compuestos más los primos menores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).
   7. Primos de cada sucesión **A** o **B** (solamente los mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$).

8. Múltiplos que hay en los términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… de cada sucesión **A** o **B** (compuestos más primos menores que $\sqrt{x}$).
9. Primos que hay en los términos $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$, $(17j + d)$,… de cada sucesión **A** o **B** (mayores que $\sqrt{x}$).
10. Con los datos finales de estos contadores, y usando una calculadora, se pueden obtener los valores de $k(ax)$, $k(bx)$, $k(jx)$, $c(jx)$,…

A continuación indico los valores calculados de $c(jx)$ relacionados con algunos números pares (entre $10^6$ y $10^9$) y con cada grupo de primos. Los detalles de estos cálculos se pueden consultar en los datos numéricos expuestos a partir de la página 23.

| | $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 29)$ | | $(30n_3 + 17) + (30n_4 + 23)$ | |
|---|---|---|---|---|
| $10^6$ | 2,668 | 2,668 | 2,714 | 2,711 |
| $10^7$ | 2,566 | 2,566 | 2,371 | 2,371 |
| $10^8$ | 2,371 | 2,371 | 2,423 | 2,423 |
| $10^9$ | 2,261 | 2,261 | 2,256 | 2,256 |

| | $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 19)$ | | $(30n_3 + 7) + (30n_4 + 13)$ | |
|---|---|---|---|---|
| $8 \cdot 10^6$ | 2,697 | 2,696 | 2,732 | 2,732 |
| $8 \cdot 10^7$ | 2,439 | 2,439 | 2,35 | 2,35 |

| | $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 29)$ | | $(30n_3 + 7) + (30n_4 + 23)$ | | $(30n_5 + 11) + (30n_6 + 19)$ | | $(30n_7 + 13) + (30n_8 + 17)$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $9 \cdot 10^6$ | 2,744 | 2,742 | 2,401 | 2,4 | 2,615 | 2,616 | 2,603 | 2,603 |
| $9 \cdot 10^7$ | 2,309 | 2,309 | 2,223 | 2,223 | 2,42 | 2,42 | 2,474 | 2,474 |
| $3 \cdot 10^8$ | 2,308 | 2,308 | 2,35 | 2,35 | 2,34 | 2,34 | 2,288 | 2,288 |

| | $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 23)$ | |
|---|---|---|
| $4.194.304 = 2^{22}$ | 2,705 | 2,705 |
| $67.108.864 = 2^{26}$ | 2,378 | 2,378 |

| | $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 7)$ | |
|---|---|---|
| $8.388.608 = 2^{23}$ | 2,526 | 2,523 |
| $134.217.728 = 2^{27}$ | 2,354 | 2,354 |

| | $(30n_1 + 17) + (30n_2 + 29)$ | | $(30n_3 + 23) + (30n_4 + 23)$ | |
|---|---|---|---|---|
| $16.777.216 = 2^{24}$ | 2,283 | 2,282 | | |
| $268.435.456 = 2^{28}$ | 2,365 | 2,365 | 2,237 | 2,279 |

| | $(30n_1 + 13) + (30n_2 + 19)$ | |
|---|---|---|
| $33.554.432 = 2^{25}$ | 2,477 | 2,477 |
| $536.870.912 = 2^{29}$ | 2,3 | 2,301 |

| | $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 29)$ | | $(30n_3 + 17) + (30n_4 + 23)$ | |
|---|---|---|---|---|
| $7 \cdot 10^6$ (múltiplo de 7) | – 5,214 | – 5,212 | – 5,372 | – 5,373 |

| | $(30n_1 + 11) + (30n_2 + 17)$ | |
|---|---|---|
| $14.872.858 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23$ | – 30,3 | – 30,31 |

Para obtener valores de $c(jx)$ de números mayores que $10^9$ he usado datos reales obtenidos de MathWorld Web referentes a la Conjetura de los Primos Gemelos la cual dice: "Existe un número infinito de primos $p$ tales que $(p + 2)$ también es primo".
Los primos gemelos son aquellas parejas de primos que están separados solo por un número par.
Aplicando a esta conjetura un procedimiento similar al que se ha aplicado a la de Goldbach llegamos al siguiente axioma:
Todos los grupos de múltiplos $7m_{11}$, $11m_{12}$, $13m_{13}$,… (incluidos los primos menores que $\sqrt{x}$ que estén presentes) de la sucesión **A** están emparejados, grupo con grupo, con todos los grupos de términos $(7m_{11} + 2)$, $(11m_{12} + 2)$, $(13m_{13} + 2)$,… de la sucesión **B**.
Según esto, los siguientes valores medios de $c(jx)$ están referidos al conjunto de términos $(7m_{11} + 2)$, $(11m_{12} + 2)$, $(13m_{13} + 2)$,… de la sucesión **B**. Para más detalles consultar los datos numéricos expuestos a partir de la página 34.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $10^{10}$ | ≈ 2,095 | $10^{12}$ | ≈ 2,058 | $10^{14}$ | ≈ 2,029 | $10^{16}$ | ≈ 2,005 |
| $10^{11}$ | ≈ 2,075 | $10^{13}$ | ≈ 2,042 | $10^{15}$ | ≈ 2,016 | $10^{18}$ | ≈ 1,987 |

Consultando los cálculos expuestos desde la página 23 a la 34 podemos comprobar que se cumple el axioma que se ha enunciado en la sección 9 y que se ha usado como punto de partida.

1. El número de múltiplos $7m_{11}$, $11m_{12}$,… de la sucesión **A** es igual al número de términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$,… de la **B**.
2. El número de términos $(7j_{11} + a)$, $(11j_{12} + b)$,… de la sucesión **A** es igual al número de múltiplos $7m_{21}$, $11m_{22}$,… de la **B**.
3. El número de múltiplos que hay en los términos $(7j_{11} + a)$, $(11j_{12} + b)$,… de la sucesión **A** coincide con el que hay en los términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$,… de la **B** siendo el número de parejas múltiplo-múltiplo que se forman con las dos sucesiones.

Revisemos los datos anteriores:

1. Menor número analizado: $10^6$.
2. Mayor número analizado con el autómata programable: $10^9$.
3. Mayor número analizado con datos obtenidos de MathWorld Web: $10^{18}$.
4. Mayor valor $c(jx)$: 2,744 para $9 \cdot 10^6$ en la combinación $(30n_1 + 1) + (30n_2 + 29)$.

5. Menor valor $c(jx)$ con el autómata programable: 2,223 para $9{\cdot}10^7$ en la combinación $(30n_3 + 7) + (30n_4 + 23)$.
6. Menor valor $c(jx)$ con datos obtenidos de MathWorld Web: 1,987 para $10^{18}$ (valor medio) (referido a conjetura primos gemelos).
7. Número máximo de términos analizados por el autómata en una sucesión **A** o **B**: 33.333.333 para $10^9$.

De los números analizados con autómata, $10^9$ es $10^3$ veces mayor que $10^6$. Con datos de MathWorld Web, $10^{18}$ es $10^{12}$ veces mayor que $10^6$. Se puede observar que, aunque hay una gran diferencia entre los valores de los números analizados, los valores de $c(jx)$ varían muy poco (de 2,744 a 2,223 con autómata y disminuye hasta 1,987 con datos de MathWorld Web).
Observando con detalle se puede comprobar que para números superiores a $16.777.216 = 2^{24}$, el valor de $c(jx)$ es menor que 2,5. También observamos que el valor medio de $c(jx)$ tiende a disminuir ligeramente al aumentar $x$.
Finalmente se puede intuir que, para valores grandes de $x$, el valor medio de $c(jx)$ tenderá a un valor aproximado a 2,35.
Considero que estos datos son suficientemente representativos como para aplicarlos en la fórmula propuesta para $k(jx)$.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede definir un valor medio aproximado para $c(jx)$: $c(jx) \approx 2{,}5$ (para números grandes $c(jx) \approx 2{,}35$).

Con este valor medio de $c(jx)$ se puede escribir la fórmula definitiva de $k(jx)$: $\boldsymbol{k(jx) \approx 1 - \dfrac{30\pi(bx)}{x - 2{,}5\pi(ax)}}$

Considero que esta fórmula es válida para demostrar la conjetura aunque no se haya obtenido mediante análisis matemático.
Igualmente considero que se puede aplicar a números grandes ya que la regularidad en las características de los términos $(7j_{21} + a)$, $(11j_{22} + b)$, $(13j_{23} + c)$, $(17j_{24} + d)$,… se mantiene, e intuyo que con mayor precisión, a medida que aumenta $x$.
También opino que esta fórmula y la que se pueda obtener mediante un método analítico riguroso se pueden considerar equivalentes en cuanto a la validez para demostrar la conjetura aunque los resultados numéricos respectivos puedan no ser exactamente iguales.

Analicemos el valor mínimo que pudiera tener $c(jx)$. Si tenemos en cuenta solo los números pares que no sean múltiplos de primos mayores que 5, $c(jx)$ tendría un valor mínimo mayor que 0 porque, en este caso, $k(jx)$ siempre es menor que $k(bx)$.
Intentando obtener el mayor valor de $c(jx)$ he realizado diversos cálculos con números pares menores que $10^5$ y en todos los casos el valor de $c(jx)$ siempre ha sido menor que 8 (los detalles de estos cálculos no están incluidos en el presente trabajo).

Por otro lado, hemos visto que $c(jx)$ tendría un valor máximo de 30. Considerando válida la fórmula propuesta como definitiva para $k(jx)$, considerando que será equivalente a la fórmula analítica y comparando 30 con los valores calculados de $c(jx)$, (entre 2,744 y 2,223), se puede aceptar que siempre se cumplirá que $c(jx) < 29$. Respecto a esta cuestión, la fórmula analítica de $k(jx)$ simplemente debe demostrar, de un modo riguroso, que $k(jx)$ será mayor que $k(0x)$ para cualquier valor de $x$. De todos modos, si consiguiéramos una fórmula analítica para definir el valor máximo de $c(jx)$, estoy seguro que el resultado sería que $c(jx)$ siempre es menor que 12 (estimado).

Recordemos, página 12, la fórmula para calcular el número de parejas de primos mayores que $\sqrt{x}$ formadas con las sucesiones **A-B**.

$$\mathbf{P}_{PP}(x) = \pi(bx) - (1 - k(jx))\left(\frac{x}{30} - \pi(ax)\right)$$

Sustituyendo $k(jx)$ por su fórmula: $\displaystyle k(jx) = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}$

$$\mathbf{P}_{PP}(x) = \pi(bx) - \frac{30\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}\left(\frac{x}{30} - \pi(ax)\right) = \pi(bx) - \frac{x\pi(bx) - 30\pi(ax)\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)} = \frac{x\pi(bx) - c(jx)\pi(ax)\pi(bx) - x\pi(bx) + 30\pi(ax)\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}$$

$$\mathbf{P}_{PP}(x) = \frac{(30 - c(jx))\pi(ax)\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}$$

Si aplicamos a esta fórmula los valores de $c(jx)$ ya definidos:

$c(jx) \approx 2{,}5$ $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) \approx \dfrac{(30 - 2{,}5)\pi(ax)\pi(bx)}{x - 2{,}5\pi(ax)}$ $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) \approx \dfrac{27{,}5\pi(ax)\pi(bx)}{x - 2{,}5\pi(ax)}$ Nº de parejas de primos mayores que $\sqrt{x}$ con **A-B**

$c(jx) < 29$ $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) > \dfrac{(30 - 29)\pi(ax)\pi(bx)}{x - 29\pi(ax)}$ $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) > \dfrac{\pi(ax)\pi(bx)}{x - 29\pi(ax)}$ $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) > \mathbf{1}$ si $\boldsymbol{x > 1500}$

El valor 1.500 se ha calculado a partir de los primos presentes en los 50 primeros términos de cada uno de los 8 grupos de primos.
Si $c(jx)$ fuera igual a 29, $P_{PP}(x)$ sería igual a 1 para valores de $x$ próximos a 1.500 e igual o mayor que 2 cuando $x$ sea mayor que 3.600.
Recordemos, página 5, que la conjetura de Goldbach está asegurada para números pares menores que 3.600 ya que en las sucesiones **A** y **B** correspondientes predominan los números primos.
Teniendo esto en cuenta, deduzco que $P_{PP}(x)$ será un número natural igual o mayor que 1. Igualmente deduzco que el valor de $P_{PP}(x)$ aumentará al aumentar $x$ ya que también aumenta, y en mayor proporción, el producto $\boldsymbol{\pi(ax)\pi(bx)}$.

Podemos anotar: $\quad \mathbf{P}_{PP}(x) \geq \mathbf{1}$ $\quad P_{PP}(x)$ será un número natural y aumentará al aumentar $x$

Con todo lo descrito, se puede afirmar que: **La Conjetura de Goldbach es verdadera.**

## 12. Fórmula final.

Considerando ya demostrada la conjetura se puede definir una fórmula para calcular, aunque sea de un modo aproximado, el número de particiones de Goldbach para un número par $\boldsymbol{x}$.
Según la sección anterior, el número de estas particiones mayores que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ que se forman con las sucesiones **A-B** es:

$$\mathbf{P}_{\mathbf{PP}(x)} \approx \frac{\mathbf{27{,}5}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{ax})\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{bx})}{\boldsymbol{x} - \mathbf{2{,}5}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{ax})}$$

Si no se exige precisión en los resultados numéricos de esta fórmula respecto a los valores reales, se puede considerar lo siguiente:

1. En la página 9 he indicado que: $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{ax}) \approx \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{bx}) \approx \frac{\boldsymbol{\pi}(x)}{\mathbf{8}}$ siendo $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})$ el número real de primos menores o iguales que $\boldsymbol{x}$.
2. El término $\mathbf{2{,}5}\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{ax})$ se puede despreciar por ser muy pequeño en comparación con $\boldsymbol{x}$, (1,59 % de $\boldsymbol{x}$ para $10^9$), (0,77 % para $10^{18}$).
3. Al aplicar lo anterior aumentará el valor del denominador por lo que, para compensar, en el numerador pondré 28 en vez de 27,5.
4. Los datos de la página 16 permiten intuir que, a medida que aumenta $\boldsymbol{x}$, el valor medio de $c(\boldsymbol{jx})$ disminuirá siendo menor que 2,5.
5. El número de posibles parejas de primos con uno de ellos menor que $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ es muy pequeño respecto al total de pares de primos.

Teniendo esto en cuenta, se puede modificar ligeramente la fórmula anterior para que resulte más sencilla.
Como concepto final, considero que el resultado numérico que nos dé la fórmula obtenida será el número aproximado de parejas de primos que se forman con las sucesiones **A** y **B** y que cumplen la conjetura de Goldbach para un número par $\boldsymbol{x}$.

$$\mathbf{P}_{\mathbf{PP}(x)} \approx \frac{\mathbf{28}\,\frac{\boldsymbol{\pi}(x)}{\mathbf{8}}\,\frac{\boldsymbol{\pi}(x)}{\mathbf{8}}}{\boldsymbol{x}} \qquad\qquad \mathbf{P}_{\mathbf{PP}(x)} \approx \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{16}}\,\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$$

Analicemos ahora las sucesiones medias (página 4). En este caso, las sucesiones **A** y **B** se forman a partir del mismo grupo de primos.
Recordemos el número 784 usado como ejemplo al principio.

<u>784</u> = 30•26 + 4 = $(30n_3 + 17) + (30n_4 + 17)$ siendo: $26 = n_3 + n_4 + 1$ $n_3 = 0, 1, 2,\ldots, 23, 24, 25$ $n_4 = 25, 24, 23,\ldots, 2, 1, 0$

Escribiremos la sucesión **A** de todos los números $(30n_3 + 17)$ desde 0 a 784. (La escribimos completa en dos mitades).
Escribiremos también, en orden inverso, la sucesión **B** de todos los números $(30n_4 + 17)$ desde 0 a 784. (Completa en dos mitades).

**A** **17 - 47 -** 77- **<u>107</u>-<u>137</u>-<u>167</u>-<u>197</u>-<u>227</u>-257**-287-**<u>317</u>-347**-377 407-437-**<u>467</u>**-497-527-**<u>557</u>-<u>587</u>-<u>617</u>-<u>647</u>-<u>677</u>**-707-737-767
**B** 767-737-707-**<u>677</u>-<u>647</u>-<u>617</u>-<u>587</u>-<u>557</u>**-527-497-**<u>467</u>**-437-407 377-**347-<u>317</u>**-287-**257-<u>227</u>-<u>197</u>-<u>167</u>-<u>137</u>-<u>107</u>** - 77 **- 47 - 17**

Comprobamos que estas dos sucesiones tienen los mismos términos escritos en orden inverso por lo que las parejas están repetidas. Si les aplicamos el mismo procedimiento que se ha usado para las sucesiones completas comprobaremos que llegamos al mismo resultado. En este caso, el número de parejas de primos distintas que cumplen la conjetura será la mitad del total de pares de primos.

A continuación, y teniendo en cuenta lo descrito para las sucesiones medias, ajustaremos la última fórmula (que usa 2 grupos) al número de grupos de primos usados (3, 6, 4 o 8) en cada número par multiplicando $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{16}}\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$ , respectivamente, por 3/2, 3, 2 o 4.

Efectuando las multiplicaciones descritas y siendo $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$,… el número real de particiones de Goldbach para el número par $\boldsymbol{x}$:

$\mathbf{G}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{32}}\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$ Número de particiones para número par no múltiplo de 6 ni de 10. (3 grupos de primos usados).

$\mathbf{G}_{\mathbf{6}}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{16}}\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$ Número de particiones para número par múltiplo de 6. (6 grupos).

$\mathbf{G}_{\mathbf{10}}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}}\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$ Número de particiones para número par múltiplo de 10. (4 grupos).

$\mathbf{G}_{\mathbf{30}}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}\frac{\boldsymbol{\pi}^{\mathbf{2}}(x)}{\boldsymbol{x}}$ Número de particiones para número par múltiplo de 30. (Los 8 grupos disponibles).

Fórmulas finales siendo: $\mathbf{G}(\boldsymbol{x})$, $\mathbf{G}_{\mathbf{6}}(\boldsymbol{x})$, $\mathbf{G}_{\mathbf{10}}(\boldsymbol{x})$, $\mathbf{G}_{\mathbf{30}}(\boldsymbol{x})$ = Número real de particiones de Goldbach para los números pares $\boldsymbol{x}$.
$\boldsymbol{x}$ = Número par mayor que 30.
$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})$ = Número real de primos menores o iguales que $\boldsymbol{x}$.

Aunque se podrían obtener con el autómata, tomaremos los valores reales de $\pi(x)$ de MathWorld Web para comprobar la precisión de las fórmulas de $\mathbf{G_{10}}(x)$ y de $\mathbf{G}(x)$. Aunque solo comprobemos estas dos, considero que la precisión de las cuatro fórmulas será similar.

| | $\pi(x)$ | $\mathbf{G_{10}}(x)$ (autómata) | Resultado fórmula | Diferencia |
|---|---|---|---|---|
| 1. Para $10^6$ | 78.498 | 5.382 | 5.392 | + 0,185 % |
| 2. Para $10^7$ | 664.579 | 38.763 | 38.646 | – 0,302 % |
| 3. Para $10^8$ | 5.761.455 | 291.281 | 290.451 | – 0,285 % |
| 4. Para $10^9$ | 50.847.534 | 2.273.918 | 2.262.288 | – 0,511 % |

| | $\pi(x)$ (autómata) | $\mathbf{G}(x)$ (autómata) | Resultado fórmula | Diferencia |
|---|---|---|---|---|
| 5. Para $2^{28}$ = 268.435.456 | 14.630.810 | 525.109 | 523.319 | – 0,341 % |

Podemos comprobar que los valores obtenidos aplicando la fórmula correspondiente se aproximan bastante a los valores reales.

Para expresar las fórmulas finales como una función de $x$ usaremos el teorema de los números primos[3] (página 9): $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln(x)}$
Sustituyendo $\pi(x)$ en las fórmulas finales y simplificando:

$\mathbf{G}(x) \sim \frac{21}{32}\frac{x}{\ln^2(x)}$ Nº de particiones para nº par no múltiplo de 6 ni de 10. Para 16.384 fórmula: 114 particiones, real: 151

$\mathbf{G_6}(x) \sim \frac{21}{16}\frac{x}{\ln^2(x)}$ Nº de particiones para número par múltiplo de 6. Para 13.122 fórmula: 191 particiones, real: 245

$\mathbf{G_{10}}(x) \sim \frac{7}{8}\frac{x}{\ln^2(x)}$ Nº de particiones para número par múltiplo de 10. Para 31.250 fórmula: 255 particiones, real: 326

$\mathbf{G_{30}}(x) \sim \frac{7}{4}\frac{x}{\ln^2(x)}$ Nº de particiones para número par múltiplo de 30. Para 21.870 fórmula: 383 particiones, real: 483

El signo ~ indica que estas fórmulas tienen un comportamiento asintótico dando resultados menores que los valores reales para números pequeños y disminuyendo progresivamente esta diferencia a medida que analizamos números más grandes.

Si el número par es múltiplo de uno o varios primos mayores que 5, y tal como se ha visto en la página 6, aumenta la proporción de parejas múltiplo-múltiplo por lo que, al quedar menos múltiplos libres, permite que se formen más parejas de primos.
Debido a esto aumentará la diferencia entre el número real de particiones y el resultado de la fórmula correspondiente.
Ejemplos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Para 16.016 | Resultado fórmula: 112 particiones | Real: 193 particiones | Múltiplo de 7, 11 y 13. |
| Para 16.018 | Resultado fórmula: 112 particiones | Real: 152 particiones | |

Una mejor aproximación para el teorema de los números primos viene dada por la integral logarítmica desplazada[3] $\mathbf{Li}(x)$:

$$\pi(x) \approx \mathbf{Li}(x) = \int_2^x \frac{dy}{\ln(y)}$$

Sustituyendo de nuevo $\pi(x)$ obtenemos unas nuevas fórmulas:

$\mathbf{G}(x) \approx \frac{21}{32}\int_2^x \frac{dy}{\ln^2(y)}$ Número de particiones para número par no múltiplo de 6 ni de 10.

$\mathbf{G_6}(x) \approx \frac{21}{16}\int_2^x \frac{dy}{\ln^2(y)}$ Número de particiones para número par múltiplo de 6.

$\mathbf{G_{10}}(x) \approx \frac{7}{8}\int_2^x \frac{dy}{\ln^2(y)}$ Número de particiones para número par múltiplo de 10.

$\mathbf{G_{30}}(x) \approx \frac{7}{4}\int_2^x \frac{dy}{\ln^2(y)}$ Número de particiones para número par múltiplo de 30.

## 13. Comparación con la Conjetura de los Primos Gemelos.

Enunciado de la Conjetura de los Primos Gemelos [4]: “Existe un número infinito de primos $p$ tales que $(p + 2)$ también es primo”.
Se denominan **Primos Gemelos** a las parejas de primos que están separados solo por un número par. Ejemplos: (**11**, **13**), (**29**, **31**).

La conjetura de Goldbach y la de los primos gemelos son similares ya que ambas se pueden estudiar combinando dos grupos de primos (de los 8 descritos) para obtener parejas de primos que sumen un número par, en la primera, o parejas de primos gemelos en la segunda.

Escribamos las tres combinaciones de grupos de primos con las cuales se formarán todas las parejas de primos gemelos mayores que 7.

$(30n_1 + 11)$ y $(30n_1 + 13)$ $\qquad$ $(30n_2 + 17)$ y $(30n_2 + 19)$ $\qquad$ $(30n_3 + 29)$ y $(30n_3 + 31)$

Escribiremos las sucesiones **A** y **B** correspondientes al número 780 y a la combinación $(30n_1 + 11)$ y $(30n_1 + 13)$ subrayando las 11 parejas de primos gemelos que se forman.

**A** $\quad$ **11**-**41**-**71**-**101**-**131**-161-**191**-221-**251**-**281**-**311**-341-371-**401**-**431**-**461**-**491**-**521**-551-581-611-**641**-671-**701**-731-**761**
**B** $\quad$ **13**-**43**-**73**-**103**-133-**163**-**193**-**223**-253-**283**-**313**-343-**373**-403-**433**-**463**-493-**523**-553-583-**613**-**643**-**673**-703-**733**-763

Una primera diferencia en el planteamiento para estudiar estas dos conjeturas se refiere al orden de los términos en las sucesiones **A-B**.
En la de Goldbach están en orden inverso (de menor a mayor en la **A** y de mayor a menor en la **B**) mientras que en la de los primos gemelos los términos de ambas sucesiones están en el mismo orden (de menor a mayor).

Recordemos que la probabilidad de que un número natural sea primo va disminuyendo a medida que aumenta su valor por lo que analizando las sucesiones **A-B** de la conjetura de Goldbach vemos que los dos términos de cada una de las parejas que se forman tienen diferente probabilidad de ser primos ya que uno de ellos tiene un valor entre 0 y $\boldsymbol{x}/2$ y el otro entre $\boldsymbol{x}/2$ y $\boldsymbol{x}$.
Por otro lado, analizando las sucesiones **A-B** de la conjetura de los primos gemelos vemos que los dos términos de cada una de las parejas que se forman tienen, prácticamente, la misma probabilidad de ser primos ya que la diferencia entre ellos es de solo dos unidades.

Teniendo en cuenta lo anterior, deduzco que en la conjetura de Goldbach hay una mayor “dificultad” para formar parejas de primos.
Tal como se ha visto en la página 6, esta “dificultad” es menor si el número par es múltiplo de uno o varios primos mayores que 5 ya que se forma una proporción mayor de parejas de múltiplos y, en consecuencia, también es mayor la proporción de parejas de primos.

Una segunda diferencia se refiere a los grupos de términos analizados en cada caso.
En la de Goldbach se analizan los grupos de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$, $(17j + d)$,… de la sucesión **B** (o de la **A**).
En la de los primos gemelos se analizan los grupos de términos $(7m + 2)$, $(11m + 2)$, $(13m + 2)$, $(17m + 2)$,… de la sucesión **B**.
En esta última también se pueden analizar los grupos de términos $(7m – 2)$, $(11m – 2)$, $(13m – 2)$, $(17m – 2)$,… de la sucesión **A**.

Recordemos que los números $a, b, c, d$,… que aparecen en el estudio de la conjetura de Goldbach son los restos de dividir el número par $\boldsymbol{x}$ por los primos desde el 7 hasta el anterior a $\sqrt{\boldsymbol{x}}$ por lo que $a, b, c, d$,… tendrán valores diferentes para cada número par.
Si el número par fuera múltiplo (por ejemplo de 7 y de 11) tendríamos que $a = b = 0$.
En el caso de la conjetura de los primos gemelos, podemos decir que $a = b = c = d =… = 2$ por lo que los términos analizados siempre tienen la misma configuración. Simplemente aumenta su número a medida que aumenta $\boldsymbol{x}$.

Debido a esto se puede deducir que, al aumentar $\boldsymbol{x}$, el comportamiento de los términos $(7m + 2)$, $(11m + 2)$, $(13m + 2)$,… de la conjetura de los primos gemelos será más regular, $(c(j\boldsymbol{x}) \approx 2{,}2)$, que el comportamiento de los términos $(7j + a)$, $(11j + b)$, $(13j + c)$,… de la conjetura de Goldbach, $(c(j\boldsymbol{x}) \approx 2{,}5)$ (página 17).

Una última diferencia estaría relacionada con el número de combinaciones de grupos de primos y el número de éstos que se usan.
Recordemos esta cuestión para la conjetura de Goldbach (página 4).

1. Para número par no múltiplo de 6 ni de 10: resultan 2 combinaciones diferentes usando 3 grupos de primos.
2. Para número par múltiplo de 6: resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos.
3. Para número par múltiplo de 10: resultan 2 combinaciones diferentes usando 4 grupos de primos.
4. Para número par múltiplo de 30: resultan 4 combinaciones diferentes usando los 8 grupos de primos disponibles.

Para la conjetura de los primos gemelos: resultan 3 combinaciones diferentes usando 6 grupos de primos (siempre los mismos).

Analizando los datos anteriores, deducimos lo siguiente:

1. Para número par no múltiplo de 6 ni de 10: número de particiones es, aproximadamente, la ½ del nº de pares de primos gemelos.
2. Para número par múltiplo de 6: el número de particiones es, aproximadamente, igual al número de pares de primos gemelos.
3. Para número par múltiplo de 10: el número de particiones es, aproximadamente, 2/3 del número de pares de primos gemelos.
4. Para número par múltiplo de 30: el número de particiones es, aproximadamente, 4/3 del número de pares de primos gemelos.

Según hemos visto (página 18), el número de parejas de primos que suman un número par $\boldsymbol{x}$, (potencia de 2), es: $\mathbf{G}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{32}} \frac{\boldsymbol{\pi^2}(x)}{\boldsymbol{x}}$

En el caso de que el número par $\boldsymbol{x}$ sea múltiplo de 10: $\mathbf{G_{10}}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}} \frac{\boldsymbol{\pi^2}(x)}{\boldsymbol{x}}$

Según la investigación propia, el número de parejas de primos gemelos menores que $\boldsymbol{x}$ es: $\mathbf{G_G}(\boldsymbol{x}) \approx \frac{\mathbf{21}}{\mathbf{16}} \frac{\boldsymbol{\pi^2}(x)}{\boldsymbol{x}}$

Para apoyar numéricamente lo descrito, y usando el autómata programable, he obtenido los siguientes datos:

| | | |
|---|---|---|
| Para 268.435.456 = $2^{28}$ | 525.109 | parejas de primos (mayores que $2^{14}$) que suman $2^{28}$. |
| | 1.055.991 | parejas de primos gemelos que hay entre $2^{14}$ y $2^{28}$. |

Comprobamos: 525.109 ≈ ½ de 1.055.991

Para número par múltiplo de 10:

| | | |
|---|---|---|
| Para $10^9$ | 2.273.918 | parejas de primos (mayores que $10^{4,5}$) que suman $10^9$. |
| | 3.424.019 | parejas de primos gemelos que hay entre $10^{4,5}$ y $10^9$. |

Comprobamos: 2.273.918 ≈ 2/3 de 3.424.019

## Conjetura Ternaria de Goldbach

La conjetura que se ha estudiado se denomina fuerte o binaria debido a que existe otra, la débil o ternaria, también de Goldbach, que dice lo siguiente[5]: "Todo número impar mayor que 7 se puede escribir como suma de tres números primos impares".

En mayo de 2013 el matemático de origen peruano, Harald Andrés Helfgott investigador en el CNRS francés en la École Normale Supérieure de Paris, ha publicado un artículo en la web arXiv.org en el que se demuestra que la conjetura ternaria de Goldbach se cumple para todos los números impares mayores que $10^{29}$. Para los números impares menores, y en colaboración con David Platt, se han usado ordenadores para verificar que también la cumplen.

Centrándonos en el presente trabajo, y aceptando ya demostrada la conjetura fuerte de Goldbach, se puede anotar:

(Número par > 4) = (primo impar) + (primo impar)

Sumando el primo 3: (Número par > 4) + 3 = (primo impar) + (primo impar) + 3

Por lo tanto, se cumple: (Impar > 7) = (primo impar) + (primo impar) + (primo impar)

El trabajo de Harald Helfgott y la expresión anterior nos permiten afirmar que: **La Conjetura Ternaria de Goldbach es verdadera.**

Veamos ahora como calcular el número de representaciones de un número impar mayor que 7 como suma de tres primos impares.

Enunciado del teorema de Hardy-Littlewood[6]: "Sí la Hipótesis General de Riemann es cierta entonces: $r_{3(x)} \sim \mathfrak{б}_{3(x)} \frac{x^2}{\ln^3(x)}$ ".

En esta fórmula, $r_{3(x)}$ es el número real de representaciones de un número impar $x$ mayor que 7 como la suma de tres primos impares y $\mathfrak{б}_{3(x)}$ un factor que depende de $x$ estando su valor comprendido entre dos constantes.

Se puede hacer un razonamiento matemático sencillo para obtener la fórmula del teorema anterior.

Recordemos que $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln(x)}$ es el número de primos menores o iguales que $x$. Siendo $p_1$, $p_2$, $p_3$, $p_4$,… estos primos (empezando por el primer primo impar $p_1 = 3$) y $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$,… los números pares que restan a cada primo del impar $x$, tendremos:

$$x = p_1 + N_1 = p_2 + N_2 = p_3 + N_3 = p_4 + N_4 = \ldots$$

Y así sucesivamente hasta el último primo que esté a una distancia mayor que 4 de $x$.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos deducir que el número real de representaciones $r_{3(x)}$ será igual a la suma de las particiones de Goldbach $G_{(N1)}$, $G_{(N2)}$, $G_{(N3)}$, $G_{(N4)}$,… correspondientes a los número pares $N_1$, $N_2$, $N_3$, $N_4$,…

$$r_{3(x)} = G_{(N1)} + G_{(N2)} + G_{(N3)} + G_{(N4)} + \ldots$$

En la expresión anterior el número de sumandos será, aproximadamente, igual al número de primos menores que $x$: $\pi(x) \sim \frac{x}{\ln(x)}$

Recordando las fórmulas para calcular el número de particiones de Goldbach denominaremos $G_{m(x)} = \mathfrak{б}_{3(x)} \frac{x}{\ln^2(x)}$ al valor medio de $G_{(N1)}$, $G_{(N2)}$, $G_{(N3)}$, $G_{(N4)}$,… siendo $\mathfrak{б}_{3(x)}$ un factor que depende de $x$. Según lo expuesto podemos escribir:

$$r_{3(x)} \sim \frac{x}{\ln(x)} \mathfrak{б}_{3(x)} \frac{x}{\ln^2(x)} \qquad r_{3(x)} \sim \mathfrak{б}_{3(x)} \frac{x^2}{\ln^3(x)}$$

Comprobamos que después de un razonamiento "forzado" obtenemos la misma fórmula que la del teorema de Hardy-Littlewood.

## Obtención de datos usando un autómata programable

Recordemos: Múltiplos: incluyen los números compuestos y los primos menores que $\sqrt{x}$.
Primos: solamente los mayores que $\sqrt{x}$.

### Sucesión **A**

1. Los cuatro datos resaltados en **negrita** son los obtenidos por el autómata.
2. La suma del número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… y del número de primos es el número total de términos de la sucesión.
   Debe coincidir con el resultado de la fórmula: $\frac{x}{30}$ (página 4).
3. La suma del número de múltiplos y del número de primos de la forma (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… es el número total de estos términos.
   Debe coincidir con el número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… de la sucesión **B** (página 7).
4. Se ha usado una calculadora para obtener los siguientes datos:

   5. $P_{PPx}$ = Número de parejas de primos (mayores que $\sqrt{x}$) que suman $x$. Debe coincidir con $P_{PPx}$ de la sucesión **B**.
      $P_{PPx}$ = (Número de primos sucesión **A**) – (Número de primos de la forma (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… sucesión **A**)
      Esta expresión es equivalente a la que se ha usado para $P_{PPx}$ en la página 12.
   6. $k_{ax}$ = Número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… dividido por el número total de términos de la sucesión **A**.
   7. $k_{jx}$ = Número de múltiplos que hay en los términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… dividido por el número total de estos.

      Fórmula propuesta para $k_{jx}$: $\boldsymbol{k_{(jx)} = 1 - \frac{30\pi(ax)}{x - c(jx)\pi(bx)}}$ (página 15).
   8. $c_{jx}$ = Constante de la fórmula de $k_{jx}$ anterior. Despejando: $\boldsymbol{c_{(jx)} = \frac{x - \frac{30\pi(ax)}{1-k(jx)}}{\pi(bx)}}$
   9. $k_{0x}$ = Valor mínimo de $k_{jx}$ para el cual la conjetura no se cumpliría: $\boldsymbol{k_{(0x)} = 1 - \frac{30\pi(ax)}{x - 30\pi(bx)}}$ (página 12).

### Sucesión **B**

1. Los cuatro datos resaltados en **negrita** son los obtenidos por el autómata.
2. La suma del número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… y del número de primos es el número total de términos de la sucesión.
   Debe coincidir con el resultado de la fórmula: $\frac{x}{30}$ (página 4).
3. La suma del número de múltiplos y del número de primos de la forma (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… es el número total de estos términos.
   Debe coincidir con el número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… de la sucesión **A** (página 7).
4. Se ha usado una calculadora para obtener los siguientes datos:

   5. $P_{PPx}$ = Número de parejas de primos (mayores que $\sqrt{x}$) que suman $x$. Debe coincidir con $P_{PPx}$ de la sucesión **A**.
      $P_{PPx}$ = (Número de primos sucesión **B**) – (Número de primos de la forma (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… sucesión **B**)
   6. $k_{bx}$ = Número de múltiplos 7*m*, 11*m*,… dividido por el número total de términos de la sucesión **B**.
   7. $k_{jx}$ = Número de múltiplos que hay en los términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… dividido por el número total de estos.

      Fórmula propuesta para $k_{jx}$: $\boldsymbol{k_{(jx)} = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - c(jx)\pi(ax)}}$ (página 15).
   8. $c_{jx}$ = Constante de la fórmula de $k_{jx}$ anterior. Despejando: $\boldsymbol{c_{(jx)} = \frac{x - \frac{30\pi(bx)}{1-k(jx)}}{\pi(ax)}}$
   9. $k_{0x}$ = Valor mínimo de $k_{jx}$ para el cual la conjetura no se cumpliría: $\boldsymbol{k_{(0x)} = 1 - \frac{30\pi(bx)}{x - 30\pi(ax)}}$ (página 12).

Escogiendo el grupo (30*n* + 29) como ejemplo, contaremos el número de múltiplos que hay en cada uno de los grupos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*), (13*j* + *c*), (17*j* + *d*),… hasta el grupo del primo 307. Los valores obtenidos están resaltados en **negrita**.
Aunque se puede usar cualquier secuencia de primos, y para contar cada término solo una vez, lo haremos en sentido ascendente (del primo 7 hasta el 307).
Múltiplos que hay en los términos (7*j* + *a*): están todos incluidos.
Múltiplos que hay en los términos (11*j* + *b*): no están incluidos los que también sean términos (7*j* + *a*).
Múltiplos que hay en los términos (13*j* + *c*): no están incluidos los que también sean términos (7*j* + *a*) o (11*j* + *b*).
En general términos (*pj* + *h*): no están incluidos los que también sean términos de grupos correspondientes a primos menores que *p*.
Los porcentajes indicados son en relación con el número total de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*), (13*j* + *c*), (17*j* + *d*),…

$\underline{10^6}$ = (30·33333 + 10) = (30$n_1$ + 11) + (30$n_2$ + 29)    33.333 parejas    Primo mayor para dividir 997

| Sucesión **A** (30$n_1$ + 11) | | Sucesión **B** (30$n_2$ + 29) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 33.333 | Número total de términos | 33.333 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **23.545** | Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **23.548** |
| Primos mayores que $10^3$ | **9.788** | Primos mayores que $10^3$ | **9.785** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 23.548 | Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 23.545 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **16.448** | Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **16.448** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **7.100** | Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **7.097** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^3$    $P_{PPx}$ = 9.788 – 7.100 = 9.785 – 7.097 = 2.688
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^3$

$k_{ax}$ = 0,70635…
$k_{jx}$ = 0,698488194    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,988859927
$c_{jx}$ = 2,668143788
$k_{0x}$ = 0,584344256    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,827264688

$k_{bx}$ = 0,70644…
$k_{jx}$ = 0,698577192    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,988859927    $k_{37x}$ = 0,698295833
$c_{jx}$ = 2,668453186    $k_{jx} > k_{37x}$
$k_{0x}$ = 0,58441871    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,827264687

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Múltiplos (7*j* + *a*) | **3.140** | 13,336 % | Múltiplos (31*j* + *h*) | **451** | 1,915 % | Múltiplos (61*j* + *t*) | **187** | 0,794 % |
| Múltiplos (11*j* + *b*) | **1.767** | 7,504 % | Múltiplos (37*j* + *i*) | **379** | 1,609 % | Múltiplos (67*j* + *u*) | **178** | 0,756 % |
| Múltiplos (13*j* + *c*) | **1.374** | 5,835 % | Múltiplos (41*j* + *l*) | **327** | 1,389 % | Múltiplos (71*j* + *v*) | **158** | 0,671 % |
| Múltiplos (17*j* + *d*) | **1.010** | 4,289 % | Múltiplos (43*j* + *o*) | **298** | 1,265 % | Múltiplos (73*j* + *x*) | **157** | 0,666 % |
| Múltiplos (19*j* + *e*) | **841** | 3,572 % | Múltiplos (47*j* + *q*) | **271** | 1,151 % | Múltiplos (79*j* + *y*) | **135** | 0,573 % |
| Múltiplos (23*j* + *f*) | **659** | 2,799 % | Múltiplos (53*j* + *r*) | **235** | 0,998 % | Múltiplos (83*j* + *z*) | **126** | 0,535 % |
| Múltiplos (29*j* + *g*) | **491** | 2,085 % | Múltiplos (59*j* + *s*) | **208** | 0,883 % | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo primo 89 | **121** | 0,514 % | Grupo primo 163 | **69** | 0,293 % | Grupo primo 239 | **49** | 0,208 % |
| Grupo primo 97 | **108** | 0,459 % | Grupo primo 167 | **70** | 0,297 % | Grupo primo 241 | **54** | 0,229 % |
| Grupo primo 101 | **108** | 0,459 % | Grupo primo 173 | **71** | 0,301 % | Grupo primo 251 | **47** | 0,2 % |
| Grupo primo 103 | **111** | 0,471 % | Grupo primo 179 | **62** | 0,263 % | Grupo primo 257 | **48** | 0,204 % |
| Grupo primo 107 | **96** | 0,408 % | Grupo primo 181 | **61** | 0,259 % | Grupo primo 263 | **43** | 0,183 % |
| Grupo primo 109 | **103** | 0,437 % | Grupo primo 191 | **59** | 0,251 % | Grupo primo 269 | **41** | 0,174 % |
| Grupo primo 113 | **92** | 0,391 % | Grupo primo 193 | **61** | 0,259 % | Grupo primo 271 | **43** | 0,183 % |
| Grupo primo 127 | **84** | 0,357 % | Grupo primo 197 | **55** | 0,234 % | Grupo primo 277 | **43** | 0,183 % |
| Grupo primo 131 | **83** | 0,352 % | Grupo primo 199 | **57** | 0,242 % | Grupo primo 281 | **40** | 0,17 % |
| Grupo primo 137 | **80** | 0,34 % | Grupo primo 211 | **59** | 0,251 % | Grupo primo 283 | **38** | 0,161 % |
| Grupo primo 139 | **78** | 0,331 % | Grupo primo 223 | **47** | 0,2 % | Grupo primo 293 | **42** | 0,178 % |
| Grupo primo 149 | **67** | 0,284 % | Grupo primo 227 | **52** | 0,221 % | Grupo primo 307 | **35** | 0,149 % |
| Grupo primo 151 | **76** | 0,323 % | Grupo primo 229 | **43** | 0,183 % | | | |
| Grupo primo 157 | **66** | 0,28 % | Grupo primo 233 | **54** | 0,229 % | Total múltiplos grupos 7 a 307 | 15.008 | 63,742 % |

---

$\underline{10^6}$ = (30·33333 + 10) = (30$n_3$ + 17) + (30$n_4$ + 23)    33.333 parejas    Primo mayor para dividir 997

| Sucesión **A** (30$n_3$ + 17) | | Sucesión **B** (30$n_4$ + 23) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 33.333 | Número total de términos | 33.333 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **23.546** | Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **23.514** |
| Primos mayores que $10^3$ | **9.787** | Primos mayores que $10^3$ | **9.819** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 23.514 | Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 23.546 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **16.421** | Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **16.421** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **7.093** | Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **7.125** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^3$    $P_{PPx}$ = 9.787 – 7.093 = 9.819 – 7.125 = 2.694
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^3$

$k_{ax}$ = 0,70638…
$k_{jx}$ = 0,698349919    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,98862218
$c_{jx}$ = 2,714499199
$k_{0x}$ = 0,583785776    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,826438939

$k_{bx}$ = 0,70542…
$k_{jx}$ = 0,697400832    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,98862218    $k_{37x}$ = 0.6972475
$c_{jx}$ = 2,711148007    $k_{jx} > k_{37x}$
$k_{0x}$ = 0,582992398    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,826438955

---

$\underline{10^7}$ = (30·333333 + 10) = (30$n_1$ + 11) + (30$n_2$ + 29)    333.333 parejas    Primo mayor para dividir 3.137

| Sucesión **A** (30$n_1$ + 11) | | Sucesión **B** (30$n_2$ + 29) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 333.333 | Número total de términos | 333.333 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **250.287** | Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **250.369** |
| Primos mayores que $10^{3.5}$ | **83.046** | Primos mayores que $10^{3.5}$ | **82.964** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 250.369 | Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 250.287 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **186.636** | Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **186.636** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **63.733** | Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **63.651** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^{3.5}$    $P_{PPx}$ = 83.046 – 63.733 = 82.964 – 63.651 = 19.313
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^{3.5}$

$k_{ax}$ = 0,750861…
$k_{jx}$ = 0,745443725    $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,992784256
$c_{jx}$ = 2,565591768
$k_{0x}$ = 0,668306022    $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,890052025

$k_{bx}$ = 0,751107…
$k_{jx}$ = 0,74568795    $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,992784256    $k_{43x}$ = 0,745182
$c_{jx}$ = 2,56636034    $k_{jx} > k_{43x}$
$k_{0x}$ = 0,668524975    $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,890052025

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Múltiplos ($7j + a$) | **33.750** | 13,484 % | Múltiplos ($31j + h$) | **4.843** | 1,935 % | Múltiplos ($61j + t$) | **2.095** | 0,837 % |
| Múltiplos ($11j + b$) | **19.045** | 7,609 % | Múltiplos ($37j + i$) | **3.893** | 1,555 % | Múltiplos ($67j + u$) | **1.862** | 0,744 % |
| Múltiplos ($13j + c$) | **14.714** | 5,879 % | Múltiplos ($41j + l$) | **3.441** | 1,375 % | Múltiplos ($71j + v$) | **1.730** | 0,691 % |
| Múltiplos ($17j + d$) | **10.549** | 4,215 % | Múltiplos ($43j + o$) | **3.244** | 1,296 % | Múltiplos ($73j + x$) | **1.680** | 0,671 % |
| Múltiplos ($19j + e$) | **8.893** | 3,553 % | Múltiplos ($47j + q$) | **2.876** | 1,149 % | Múltiplos ($79j + y$) | **1.520** | 0,607 % |
| Múltiplos ($23j + f$) | **6.985** | 2,791 % | Múltiplos ($53j + r$) | **2.477** | 0,99 % | Múltiplos ($83j + z$) | **1.425** | 0,569 % |
| Múltiplos ($29j + g$) | **5.314** | 2,123 % | Múltiplos ($59j + s$) | **2.192** | 0,876 % | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo primo 89 | **1.333** | 0,533 % | Grupo primo 163 | **623** | 0,249 % | Grupo primo 239 | **401** | 0,16 % |
| Grupo primo 97 | **1.197** | 0,478 % | Grupo primo 167 | **601** | 0,24 % | Grupo primo 241 | **423** | 0,169 % |
| Grupo primo 101 | **1.093** | 0,437 % | Grupo primo 173 | **583** | 0,233 % | Grupo primo 251 | **379** | 0,151 % |
| Grupo primo 103 | **1.104** | 0,441 % | Grupo primo 179 | **537** | 0,214 % | Grupo primo 257 | **385** | 0,154 % |
| Grupo primo 107 | **1.035** | 0,413 % | Grupo primo 181 | **560** | 0,224 % | Grupo primo 263 | **379** | 0,151 % |
| Grupo primo 109 | **987** | 0,394 % | Grupo primo 191 | **518** | 0,207 % | Grupo primo 269 | **367** | 0,147 % |
| Grupo primo 113 | **960** | 0,384 % | Grupo primo 193 | **505** | 0,202 % | Grupo primo 271 | **363** | 0,145 % |
| Grupo primo 127 | **848** | 0,339 % | Grupo primo 197 | **508** | 0,203 % | Grupo primo 277 | **353** | 0,141 % |
| Grupo primo 131 | **789** | 0,315 % | Grupo primo 199 | **493** | 0,2 % | Grupo primo 281 | **357** | 0,143 % |
| Grupo primo 137 | **767** | 0,306 % | Grupo primo 211 | **478** | 0,197 % | Grupo primo 283 | **357** | 0,143 % |
| Grupo primo 139 | **726** | 0,29 % | Grupo primo 223 | **443** | 0,177 % | Grupo primo 293 | **346** | 0,138 % |
| Grupo primo 149 | **687** | 0,274 % | Grupo primo 227 | **452** | 0,181 % | Grupo primo 307 | **323** | 0,129 % |
| Grupo primo 151 | **679** | 0,271 % | Grupo primo 229 | **437** | 0,175 % | | | |
| Grupo primo 157 | **636** | 0,254 % | Grupo primo 233 | **416** | 0,166 % | Total múltiplos grupos 7 a 307 | 156.956 | 62,71 % |

---

<u>$10^7$</u> = (30•333333 + 10) = ($30n_3$ + 17) + ($30n_4$ + 23)    333.333 parejas    Primo mayor para dividir 3.137

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_3$ + 17)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **250.283** |
| Primos mayores que 3.162 | **83.050** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 250.238 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **186.638** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **63.600** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_4$ + 23)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **250.238** |
| Primos mayores que 3.162 | **83.095** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 250.283 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **186.638** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **63.645** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^{3.5}$    $P_{PPx}$ = 83.050 – 63.600 = 83.095 – 63.645 = 19.450
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^{3.5}$

$k_{ax}$ = 0,75084975
$k_{jx}$ = 0,745841958    $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,9933305
$c_{jx}$ = 2,371314813
$k_{0x}$ = 0,668116395    $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,8898137

$k_{bx}$ = 0,75071475
$k_{jx}$ = 0,745707858    $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,9933305    $k_{47x}$ = 0,74529576
$c_{jx}$ = 2,370922353    $k_{jx} > k_{47x}$
$k_{0x}$ = 0,66799627    $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,8898137

---

<u>$10^8$</u> = (30•3333333 + 10) = ($30n_1$ + 11) + ($30n_2$ + 29)    3.333.333 parejas    Primo mayor para dividir 9.973

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 11)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 3.333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.613.173** |
| Primos mayores que $10^4$ | **720.160** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 2.613.453 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **2.039.019** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **574.434** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 29)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 3.333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.613.453** |
| Primos mayores que $10^4$ | **719.880** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 2.613.173 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **2.039.019** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **574.154** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^4$    $P_{PPx}$ = 720.160 – 574.434 = 719.880 – 574.154 = 145.726
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor $10^4$

$k_{ax}$ = 0,7839519…
$k_{jx}$ = 0,780201136    $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995215469
$c_{jx}$ = 2,370531694
$k_{0x}$ = 0,724441224    $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,924088775

$k_{bx}$ = 0,7840359…
$k_{jx}$ = 0,780284734    $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995215469    $k_{53x}$ = 0,779882846
$c_{jx}$ = 2,370765683    $k_{jx} > k_{53x}$
$k_{0x}$ = 0,724518848    $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,924088776

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Múltiplos ($7j + a$) | **356.077** | 13,626 % | Múltiplos ($31j + h$) | **50.268** | 1,924 % | Múltiplos ($61j + t$) | **21.820** | 0,835 % |
| Múltiplos ($11j + b$) | **199.519** | 7,635 % | Múltiplos ($37j + i$) | **40.841** | 1,563 % | Múltiplos ($67j + u$) | **19.527** | 0,747 % |
| Múltiplos ($13j + c$) | **154.831** | 5,925 % | Múltiplos ($41j + l$) | **35.803** | 1,37 % | Múltiplos ($71j + v$) | **18.162** | 0,695 % |
| Múltiplos ($17j + d$) | **110.081** | 4,212 % | Múltiplos ($43j + o$) | **33.363** | 1,277 % | Múltiplos ($73j + x$) | **17.423** | 0,667 % |
| Múltiplos ($19j + e$) | **92.988** | 3,558 % | Múltiplos ($47j + q$) | **29.791** | 1,14 % | Múltiplos ($79j + y$) | **15.842** | 0,606 % |
| Múltiplos ($23j + f$) | **73.084** | 2,797 % | Múltiplos ($53j + r$) | **25.885** | 0,991 % | Múltiplos ($83j + z$) | **14.889** | 0,57 % |
| Múltiplos ($29j + g$) | **55.555** | 2,126 % | Múltiplos ($59j + s$) | **22.922** | 0,877 % | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo primo 89 | **13.782** | 0,527 % | Grupo primo 163 | **6.608** | 0,253 % | Grupo primo 239 | **4.042** | 0,155 % |
| Grupo primo 97 | **12.476** | 0,477 % | Grupo primo 167 | **6.389** | 0,244 % | Grupo primo 241 | **4.019** | 0,154 % |
| Grupo primo 101 | **11.884** | 0,455 % | Grupo primo 173 | **6.100** | 0,233 % | Grupo primo 251 | **3.850** | 0,147 % |
| Grupo primo 103 | **11.554** | 0,442 % | Grupo primo 179 | **5.894** | 0,226 % | Grupo primo 257 | **3.692** | 0,141 % |
| Grupo primo 107 | **11.022** | 0,422 % | Grupo primo 181 | **5.734** | 0,219 % | Grupo primo 263 | **3.623** | 0,139 % |
| Grupo primo 109 | **10.684** | 0,409 % | Grupo primo 191 | **5.488** | 0,21 % | Grupo primo 269 | **3.523** | 0,135 % |
| Grupo primo 113 | **10.163** | 0,389 % | Grupo primo 193 | **5.313** | 0,203 % | Grupo primo 271 | **3.495** | 0,134 % |
| Grupo primo 127 | **8.942** | 0,342 % | Grupo primo 197 | **5.207** | 0,199 % | Grupo primo 277 | **3.392** | 0,13 % |
| Grupo primo 131 | **8.636** | 0,33 % | Grupo primo 199 | **5.122** | 0,196 % | Grupo primo 281 | **3.335** | 0,128 % |
| Grupo primo 137 | **8.227** | 0,315 % | Grupo primo 211 | **4.761** | 0,182 % | Grupo primo 283 | **3.305** | 0,126 % |
| Grupo primo 139 | **7.968** | 0,305 % | Grupo primo 223 | **4.474** | 0,171 % | Grupo primo 293 | **3.187** | 0,122 % |
| Grupo primo 149 | **7.392** | 0,283 % | Grupo primo 227 | **4.407** | 0,169 % | Grupo primo 307 | **3.014** | 0,115 % |
| Grupo primo 151 | **7.240** | 0,277 % | Grupo primo 229 | **4.309** | 0,165 % | | | |
| Grupo primo 157 | **6.897** | 0,264 % | Grupo primo 233 | **4.240** | 0,162 % | Total múltiplos grupos 7 a 307 | 1.642.061 | 62,838 % |

---

$10^8 = (30\cdot 3333333 + 10) = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 23)$   3.333.333 parejas   Primo mayor para dividir 9.973

| Sucesión **A** $(30n_3 + 17)$ | | Sucesión **B** $(30n_4 + 23)$ | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 3.333.333 | Número total de términos | 3.333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.613.261** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.613.125** |
| Primos mayores que $10^4$ | **720.072** | Primos mayores que $10^4$ | **720.208** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.613.125 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.613.261 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.038.608** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.038.608** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **574.517** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **574.653** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^4$   $P_{PPx} = 720.072 – 574.517 = 720.208 – 574.653 = 145.555$
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^4$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax} = 0,7839783…$ | | $k_{bx} = 0,7839375…$ | | |
| $k_{jx} = 0,780141784$ | $k_{jx} / k_{ax} = 0,99510625$ | $k_{jx} = 0,780101183$ | $k_{jx} / k_{bx} = 0,99510625$ | $k_{53x} = 0,779782553$ |
| $c_{jx} = 2,42296808$ | | $c_{jx} = 2,42285258$ | | $k_{jx} > k_{53x}$ |
| $k_{0x} = 0,724440312$ | $k_{0x} / k_{ax} = 0,924056494$ | $k_{0x} = 0,724402611$ | $k_{0x} / k_{bx} = 0,924056495$ | |

---

$10^9 = (30\cdot 33333333 + 10) = (30n_1 + 11) + (30n_2 + 29)$   33.333.333 parejas   Primo mayor para dividir 31.607   raíz 31.622   50.847.534 primos menores que $10^9$

| Sucesión **A** $(30n_1 + 11)$ | | Sucesión **B** $(30n_2 + 29)$ | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 33.333.333 | Número total de términos | 33.333.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **26.977.564** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **26.977.414** |
| Primos mayores que $10^{4.5}$ | **6.355.769** | Primos mayores que $10^{4.5}$ | **6.355.919** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 26.977.414 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 26.977.564 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **21.758.538** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **21.758.538** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **5.218.876** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **5.219.026** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^{4.5}$   $P_{PPx} = 6.355.769 – 5.218.876 = 6.355.919 – 5.219.026 = 1.136.893$
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^{4.5}$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax} = 0,809326928$ | | $k_{bx} = 0,809322428$ | | |
| $k_{jx} = 0,806546468$ | $k_{jx} / k_{ax} = 0,996564479$ | $k_{jx} = 0,806541984$ | $k_{jx} / k_{bx} = 0,996564479$ | $k_{67x} = 0,806433375$ |
| $c_{jx} = 2,261319599$ | | $c_{jx} = 2,26130754$ | | $k_{jx} > k_{67x}$ |
| $k_{0x} = 0,76440407$ | $k_{0x} / k_{ax} = 0,944493559$ | $k_{0x} = 0,76439982$ | $k_{0x} / k_{bx} = 0,944493559$ | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Múltiplos $(7j + a)$ | **3.702.786** | 13,725 % | Múltiplos $(31j + h)$ | **517.983** | 1,92 % | Múltiplos $(61j + t)$ | **224.011** | 0,83 % |
| Múltiplos $(11j + b)$ | **2.067.520** | 7,664 % | Múltiplos $(37j + i)$ | **420.774** | 1,56 % | Múltiplos $(67j + u)$ | **200.865** | 0,745 % |
| Múltiplos $(13j + c)$ | **1.600.628** | 5,933 % | Múltiplos $(41j + l)$ | **369.785** | 1,371 % | Múltiplos $(71j + v)$ | **186.614** | 0,692 % |
| Múltiplos $(17j + d)$ | **1.137.457** | 4,216 % | Múltiplos $(43j + o)$ | **344.202** | 1,276 % | Múltiplos $(73j + x)$ | **178.908** | 0,663 % |
| Múltiplos $(19j + e)$ | **959.914** | 3,558 % | Múltiplos $(47j + q)$ | **307.696** | 1,141 % | Múltiplos $(79j + y)$ | **163.259** | 0,605 % |
| Múltiplos $(23j + f)$ | **753.704** | 2,794 % | Múltiplos $(53j + r)$ | **267.233** | 0,991 % | Múltiplos $(83j + z)$ | **153.399** | 0,569 % |
| Múltiplos $(29j + g)$ | **573.050** | 2,124 % | Múltiplos $(59j + s)$ | **235.662** | 0,874 % | | | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grupo primo 89 | **141.414** | 0,524 % | Grupo primo 163 | **68.943** | 0,256 % | Grupo primo 239 | **43.564** | 0,161 % |
| Grupo primo 97 | **128.131** | 0,475 % | Grupo primo 167 | **66.855** | 0,248 % | Grupo primo 241 | **43.153** | 0,16 % |
| Grupo primo 101 | **122.098** | 0,453 % | Grupo primo 173 | **64.156** | 0,238 % | Grupo primo 251 | **41.212** | 0,153 % |
| Grupo primo 103 | **118.537** | 0,439 % | Grupo primo 179 | **61.727** | 0,229 % | Grupo primo 257 | **39.983** | 0,148 % |
| Grupo primo 107 | **112.655** | 0,418 % | Grupo primo 181 | **60.797** | 0,225 % | Grupo primo 263 | **38.915** | 0,144 % |
| Grupo primo 109 | **110.000** | 0,408 % | Grupo primo 191 | **57.203** | 0,212 % | Grupo primo 269 | **37.905** | 0,14 % |
| Grupo primo 113 | **105.034** | 0,389 % | Grupo primo 193 | **56.272** | 0,209 % | Grupo primo 271 | **37.475** | 0,139 % |
| Grupo primo 127 | **92.824** | 0,344 % | Grupo primo 197 | **54.872** | 0,203 % | Grupo primo 277 | **36.498** | 0,135 % |
| Grupo primo 131 | **89.279** | 0,331 % | Grupo primo 199 | **54.100** | 0,2 % | Grupo primo 281 | **35.761** | 0,133 % |
| Grupo primo 137 | **84.745** | 0,314 % | Grupo primo 211 | **50.725** | 0,188 % | Grupo primo 283 | **35.390** | 0,131 % |
| Grupo primo 139 | **82.963** | 0,308 % | Grupo primo 223 | **47.673** | 0,177 % | Grupo primo 293 | **34.012** | 0,126 % |
| Grupo primo 149 | **76.942** | 0,285 % | Grupo primo 227 | **46.648** | 0,173 % | Grupo primo 307 | **32.328** | 0,12 % |
| Grupo primo 151 | **75.319** | 0,279 % | Grupo primo 229 | **46.141** | 0,171 % | | | |
| Grupo primo 157 | **71.971** | 0,267 % | Grupo primo 233 | **44.870** | 0,166 % | Total múltiplos grupos 7 a 307 | 17.014.540 | 63,069 % |

---

$10^9$ = (30•33333333 + 10) = ($30n_3$ + 17) + ($30n_4$ + 23)   33.333.333 parejas   Primo mayor para dividir 31.607   raíz 31.622   50.847.534 primos menores que $10^9$

Sucesión **A** ($30n_3$ + 17)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 33.333.333 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **26.977.923** |
| Primos mayores que $10^{4,5}$ | **6.355.410** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 26.977.320 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **21.758.935** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **5.218.385** |

Sucesión **B** ($30n_4$ + 23)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 33.333.333 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **26.977.320** |
| Primos mayores que $10^{4,5}$ | **6.356.013** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 26.977.923 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **21.758.935** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **5.218.988** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que $10^{4,5}$   $P_{PPx}$ = 6.355.410 – 5.218.385 = 6.356.013 – 5.218.988 = 1.137.025
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que $10^{4,5}$

$k_{ax}$ = 0,809337698
$k_{jx}$ = 0,806563995   $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,996572873
$c_{jx}$ = 2,255995237
$k_{0x}$ = 0,764416557   $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,944496418

$k_{bx}$ = 0,809319608
$k_{jx}$ = 0,806545967   $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,996572873   $k_{67x}$ = 0,806430513
$c_{jx}$ = 2,255948601   $k_{jx} > k_{67x}$
$k_{0x}$ = 0,764399471   $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,944496418

---

8.000.000 = 8·$10^6$ = (30•266666 + 20) = ($30n_1$ + 1) + ($30n_2$ + 19)   266.667 parejas   Primo mayor para dividir 2.819

Sucesión **A** ($30n_1$ + 1) (número 1 está presente)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 266.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **199.312+1** |
| Primos mayores que 2.828 | **67.354** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 199.314 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **147.802+1** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **51.511** |

Sucesión **B** ($30n_2$ + 19)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 266.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **199.314** |
| Primos mayores que 2.828 | **67.353** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 199.312 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **147.802** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **51.510** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.828   $P_{PPx}$ = 67.354 – 51.511 = 67.353 – 51.510 = 15.843
Faltan las posibles parejas de primos en la que uno de ellos sea menor que 2.828

$k_{ax}$ = 0,747419065
$k_{jx}$ = 0,741553528   $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,992152277
$c_{jx}$ = 2,69727031
$k_{0x}$ = 0,662070338   $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,885808736

$k_{bx}$ = 0,747426565
$k_{jx}$ = 0,741560969   $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,992152277   $k_{43x}$ = 0,741412589
$c_{jx}$ = 2,695611584   $k_{jx} > k_{43x}$
$k_{0x}$ = 0,662073659   $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,88580429

---

8.000.000 = 8·$10^6$ = (30•266666 + 20) = ($30n_3$ + 7) + ($30n_4$ + 13)   266.667 parejas   Primo mayor para dividir 2.819

Sucesión **A** ($30n_3$ + 7)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 266.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **199.224** |
| Primos mayores que 2.828 | **67.443** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 199.241 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **147.663** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **51.578** |

Sucesión **B** ($30n_4$ + 13)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 266.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **199.241** |
| Primos mayores que 2.828 | **67.426** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 199.224 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **147.663** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **51.561** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.828   $P_{PPx}$ = 67.443 – 51.578 = 67.426 – 51.561 = 15.865
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 2.828

$k_{ax}$ = 0,747089066
$k_{jx}$ = 0,741127579   $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,992020379
$c_{jx}$ = 2,732174197
$k_{0x}$ = 0,661499827   $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,885436364

$k_{bx}$ = 0,747152816
$k_{jx}$ = 0,74119082   $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,992020379   $k_{43x}$ = 0,741132321
$c_{jx}$ = 2,732386249   $k_{jx} > k_{43x}$
$k_{0x}$ = 0,661556274   $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,885436365

---

80.000.000 = 8·$10^7$ = (30•2666666 + 20) = ($30n_1$ + 1) + ($30n_2$ + 19)   2.666.667 parejas   Primo mayor para dividir 8.941

Sucesión **A** ($30n_1$ + 1) (número 1 está presente)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.666.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **2.083.272+1** |
| Primos mayores que 8.944 | **583.394** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 2.083.493 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **1.619.431+1** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **464.061** |

Sucesión **B** ($30n_2$ + 19)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.666.667 |
| Múltiplos 7$m$, 11$m$,… | **2.083.493** |
| Primos mayores que 8.944 | **583.174** |
| Número de términos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | 2.083.272 |
| Múltiplos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **1.619.431** |
| Primos (7$j$ + $a$), (11$j$ + $b$),… | **463.841** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 8.944   $P_{PPx}$ = 583.394 – 464.061 = 583.174 – 463.841 = 119.333
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 8.944

$k_{ax}$ = 0,781226902
$k_{jx}$ = 0,77726731   $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,994931572
$c_{jx}$ = 2,438913946
$k_{0x}$ = 0,719992295   $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,921617385

$k_{bx}$ = 0,781309777
$k_{jx}$ = 0,777349765   $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,994931572   $k_{53x}$ = 0,777104168
$c_{jx}$ = 2,438924811   $k_{jx} > k_{53x}$
$k_{0x}$ = 0,720068328   $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,921616942

---

$\underline{80.000.000 = 8\cdot10^7}$ = $(30\cdot2666666 + 20) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 13)$ 2.666.667 parejas Primo mayor para dividir 8.941

**Sucesión A** $(30n_3 + 7)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.666.667 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.083.064** |
| Primos mayores que 8.944 | **583.603** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.083.030 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.619.203** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **463.827** |

**Sucesión B** $(30n_4 + 13)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.666.667 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.083.030** |
| Primos mayores que 8.944 | **583.637** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.083.064 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.619.203** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **463.861** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 8.944 $P_{PPx}$ = 583.603 – 463.827 = 583.637 – 463.861 = 119.776
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 8.944

$k_{ax} = 0{,}781148902$
$k_{jx} = 0{,}777330619$ $k_{jx} / k_{ax} = 0{,}995111965$
$c_{jx} = 2{,}350453759$
$k_{0x} = 0{,}719829722$ $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}921501291$

$k_{bx} = 0{,}781136152$
$k_{jx} = 0{,}777317931$ $k_{jx} / k_{bx} = 0{,}995111965$ $k_{53x} = 0{,}776927204$
$c_{jx} = 2{,}350418595$ $k_{jx} > k_{53x}$
$k_{0x} = 0{,}719817973$ $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}921501291$

---

$\underline{9.000.000 = 9\cdot10^6}$ = $(30\cdot299999 + 30) = (30n_1 + 1) + (30n_2 + 29)$ 300.000 parejas Primo mayor para dividir 2.999

**Sucesión A** $(30n_1 + 1)$ (número 1 está presente)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.798+1** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.201** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.776 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.109+1** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.666** |

**Sucesión B** $(30n_2 + 29)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.776** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.224** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.798 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.109** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.689** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 3.000 $P_{PPx}$ = 75.201 – 57.666 = 75.224 – 57.689 = 17.535
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 3.000

$k_{ax} = 0{,}749326666$
$k_{jx} = 0{,}743446809$ $k_{jx} / k_{ax} = 0{,}992153145$
$c_{jx} = 2{,}743605177$
$k_{0x} = 0{,}66544026$ $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}888050952$

$k_{bx} = 0{,}749253333$
$k_{jx} = 0{,}743374051$ $k_{jx} / k_{bx} = 0{,}992153145$ $k_{43x} = 0{,}743283174$
$c_{jx} = 2{,}741843369$ $k_{jx} > k_{43x}$
$k_{0x} = 0{,}665372176$ $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}888047001$

---

$\underline{9.000.000 = 9\cdot10^6}$ = $(30\cdot299999 + 30) = (30n_3 + 7) + (30n_4 + 23)$ 300.000 parejas Primo mayor para dividir 2.999

**Sucesión A** $(30n_3 + 7)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.761** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.239** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.699 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.190** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.509** |

**Sucesión B** $(30n_4 + 23)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.699** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.301** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.761 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.190** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.571** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 3.000 $P_{PPx}$ = 75.239 – 57.509 = 75.301 – 57.571 = 17.730
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 3.000

$k_{ax} = 0{,}749203333$
$k_{jx} = 0{,}744062056$ $k_{jx} / k_{ax} = 0{,}993137674$
$c_{jx} = 2{,}400922383$
$k_{0x} = 0{,}665156498$ $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}887818391$

$k_{bx} = 0{,}748996666$
$k_{jx} = 0{,}743856807$ $k_{jx} / k_{bx} = 0{,}993137674$ $k_{47x} = 0{,}743540072$
$c_{jx} = 2{,}400313332$ $k_{jx} > k_{47x}$
$k_{0x} = 0{,}664973015$ $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}88781839$

---

$\underline{9.000.000 = 9\cdot10^6}$ = $(30\cdot299999 + 30) = (30n_5 + 11) + (30n_6 + 19)$ 300.000 parejas Primo mayor para dividir 2.999

**Sucesión A** $(30n_5 + 11)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.700** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.300** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.761 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.085** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.676** |

**Sucesión B** $(30n_6 + 19)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.761** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.239** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.700 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.085** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.615** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 3.000 $P_{PPx}$ = 75.300 – 57.676 = 75.239 – 57.615 = 17.624
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 3.000

$k_{ax} = 0{,}749$
$k_{jx} = 0{,}743389645$ $k_{jx} / k_{ax} = 0{,}992509539$
$c_{jx} = 2{,}615264747$
$k_{0x} = 0{,}664977465$ $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}88782038$

$k_{ax} = 0{,}749203333$
$k_{jx} = 0{,}743591455$ $k_{jx} / k_{bx} = 0{,}992509539$ $k_{43x} = 0{,}743231984$
$c_{jx} = 2{,}615912938$ $k_{jx} > k_{43x}$
$k_{0x} = 0{,}665157988$ $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}887820379$

---

$\underline{9.000.000 = 9\cdot10^6}$ = (30•299999 + 30) = ($30n_7$ + 13) + ($30n_8$ + 17)    300.000 parejas    Primo mayor para dividir 2.999

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_7$ + 13) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_8$ + 17) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 300.000 | Número total de términos | 300.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.749** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **224.696** |
| Primos mayores que 3.000 | **75.251** | Primos mayores que 3.000 | **75.304** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.696 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 224.749 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.079** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **167.079** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.617** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **57.670** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 3.000    $P_{PPx}$ = 75.251 – 57.617 = 75.304 – 57.670 = 17.634
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 3.000

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,749163333 | | $k_{bx}$ = 0,748986666 | | |
| $k_{jx}$ = 0,743577989 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0.992544558 | $k_{jx}$ = 0,74340264 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,992544558 | $k_{43x}$ = 0,743010158 |
| $c_{jx}$ = 2,603269404 | | $c_{jx}$ = 2,602708519 | | $k_{jx} > k_{43x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,665098622 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,88778854 | $k_{0x}$ = 0,664941779 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,887788539 | |

---

$\underline{90.000.000 = 9\cdot10^7}$ = (30•2999999 + 30) = ($30n_1$ + 1) + ($30n_2$ + 29)    3.000.000 parejas    Primo mayor para dividir 9.479

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 1) (número 1 está presente) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 29) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 3.000.000 | Número total de términos | 3.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.348.173+1** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.347.976** |
| Primos mayores que 9.486 | **651.827–1** | Primos mayores que 9.486 | **652.024** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.347.976 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.348.173 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.829.138** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.829.138** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **518.838** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **519.035** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 9.486    $P_{PPx}$ = 651.827 – 518.838 = 652.024 – 519.035 = 132.989 (–1)
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 9.486

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,782724333 | | $k_{bx}$ = 0,782658666 | | |
| $k_{jx}$ = 0,779027553 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995277035 | $k_{jx}$ = 0,778962197 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995277035 | $k_{59x}$ = 0,778911402 |
| $c_{jx}$ = 2,309215414 | | $c_{jx}$ = 2,309036271 | | $k_{jx} > k_{59x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,722387707 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,922914589 | $k_{0x}$ = 0,722327102 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,922914589 | |

---

$\underline{90.000.000 = 9\cdot10^7}$ = (30•2999999 + 30) = ($30n_3$ + 7) + ($30n_4$ + 23)    3.000.000 parejas    Primo mayor para dividir 9.479

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_3$ + 7) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_4$ + 23) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 3.000.000 | Número total de términos | 3.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.348.028** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.347.948** |
| Primos mayores que 9.486 | **651.972** | Primos mayores que 9.486 | **652.052** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.347.948 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.348.028 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.829.330** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.829.330** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **518.618** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **518.698** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 9.486    $P_{PPx}$ = 651.972 – 518.618 = 652.052 – 518.698 = 133.354
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 9.486

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,782676 | | $k_{bx}$ = 0,782649333 | | |
| $k_{jx}$ = 0,779118617 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995454846 | $k_{jx}$ = 0,779092072 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995454846 | $k_{61x}$ = 0,779026822 |
| $c_{jx}$ = 2,222960729 | | $c_{jx}$ = 2,222890318 | | $k_{jx} > k_{61x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,72232264 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,922888449 | $k_{0x}$ = 0,72229803 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,922888449 | |

---

$\underline{90.000.000 = 9\cdot10^7}$ = (30•2999999 + 30) = ($30n_5$ + 11) + ($30n_6$ + 19)    3.000.000 parejas    Primo mayor para dividir 9.479

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_5$ + 11) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_6$ + 19) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 3.000.000 | Número total de términos | 3.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.347.956** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.348.253** |
| Primos mayores que 9.486 | **652.044** | Primos mayores que 9.486 | **651.747** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.348.253 | Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 2.347.956 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.828.760** | Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.828.760** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **519.493** | Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **519.196** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 9.486    $P_{PPx}$ = 652.044 – 519.493 = 651.747 – 519.196 = 132.551
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 9.486

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,782652 | | $k_{bx}$ = 0,782751 | | |
| $k_{jx}$ = 0,778774689 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995045932 | $k_{jx}$ = 0,778873198 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995045932 | $k_{53x}$ = 0,778573134 |
| $c_{jx}$ = 2,420244777 | | $c_{jx}$ = 2,420526556 | | $k_{jx} > k_{53x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,722328045 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,922923655 | $k_{0x}$ = 0,722419415 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,922923656 | |

---

$\underline{90.000.000 = 9 \cdot 10^7}$ = (30•2999999 + 30) = ($30n_7$ + 13) + ($30n_8$ + 17)     3.000.000 parejas     Primo mayor para dividir 9.479

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_7$ + 13) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_8$ + 17) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 3.000.000 | Número total de términos | 3.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.347.924** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **2.347.962** |
| Primos mayores que 9.486 | **652.076** | Primos mayores que 9.486 | **652.038** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 2.347.962 | Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 2.347.924 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.828.299** | Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.828.299** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **519.663** | Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **519.625** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 9.486     $P_{PPx}$ = 652.076 – 519.663 = 652.038 – 519.625 = 132.413
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 9.486

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,782641333 | | $k_{bx}$ = 0,782654 | | |
| $k_{jx}$ = 0,778674867 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,994931949 | $k_{jx}$ = 0,77868747 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,994931949 | $k_{53x}$ = 0,778474269 |
| $c_{jx}$ = 2,473675008 | | $c_{jx}$ = 2,473711418 | | $k_{jx} > k_{53x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,722280002 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,922874848 | $k_{0x}$ = 0,722291692 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,922874848 | |

---

$\underline{300.000.000 = 3 \cdot 10^8}$ = (30•9999999 + 30) = ($30n_1$ + 1) + ($30n_2$ + 29)     $10^7$ parejas     Primo mayor para dividir 17.317

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 1) (número 1 está presente) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 29) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 10.000.000 | Número total de términos | 10.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.969.053+1** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.968.588** |
| Primos mayores que 17.320 | **2.030.946** | Primos mayores que 17.320 | **2.031.412** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.968.588 | Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.969.053 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.324.515+1** | Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.324.515** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.072** | Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.538** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 17.320     $P_{PPx}$ = 2.030.946 – 1.644.072 = 2.031.412 – 1.644.538 = 386.874
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 17.320

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,7969053 | | $k_{bx}$ = 0,7968588 | | |
| $k_{jx}$ = 0,793680762 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995953675 | $k_{jx}$ = 0,79363445 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995953675 | $k_{61x}$ = 0,793473113 |
| $c_{jx}$ = 2,308152416 | | $c_{jx}$ = 2.307957765 | | $k_{jx} > k_{61x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,745131006 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,935030807 | $k_{0x}$ = 0,745087434 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,93503069 | |

---

$\underline{300.000.000 = 3 \cdot 10^8}$ = (30•9999999 + 30) = ($30n_3$ + 7) + ($30n_4$ + 23)     $10^7$ parejas     Primo mayor para dividir 17.317

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_3$ + 7) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_4$ + 23) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 10.000.000 | Número total de términos | 10.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.968.657** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.968.695** |
| Primos mayores que 17.320 | **2.031.343** | Primos mayores que 17.320 | **2.031.305** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.968.695 | Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.968.657 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.323.804** | Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.323.804** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.891** | Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.853** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 17.320     $P_{PPx}$ = 2.031.343 – 1.644.891 = 2.031.305 – 1.644.853 = 386.452
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 17.320

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,7968657 | | $k_{bx}$ = 0,7968695 | | |
| $k_{jx}$ = 0,793580881 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995877826 | $k_{jx}$ = 0,793584665 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995877826 | $k_{61x}$ = 0,793483991 |
| $c_{jx}$ = 2,350215256 | | $c_{jx}$ = 2,350225822 | | $k_{jx} > k_{61x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,745084609 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,935019049 | $k_{0x}$ = 0,745088162 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,935019048 | |

---

$\underline{300.000.000 = 3 \cdot 10^8}$ = (30•9999999 + 30) = ($30n_5$ + 11) + ($30n_6$ + 19)     $10^7$ parejas     Primo mayor para dividir 17.317

| <u>Sucesión **A**</u> ($30n_5$ + 11) | | <u>Sucesión **B**</u> ($30n_6$ + 19) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 10.000.000 | Número total de términos | 10.000.000 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.968.686** | Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.968.872** |
| Primos mayores que 17.320 | **2.031.314** | Primos mayores que 17.320 | **2.031.128** |
| Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.968.872 | Número de términos ($7j + a$), ($11j + b$),… | 7.968.686 |
| Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.324.084** | Múltiplos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **6.324.084** |
| Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.788** | Primos ($7j + a$), ($11j + b$),… | **1.644.602** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 17.320     $P_{PPx}$ = 2.031.314 – 1.644.788 = 2.031.128 – 1.644.602 = 386.526
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 17.320

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax}$ = 0,7968686 | | $k_{bx}$ = 0,7968872 | | |
| $k_{jx}$ = 0,793598391 | $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995896175 | $k_{jx}$ = 0,793616915 | $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995896175 | $k_{61x}$ = 0,793501986 |
| $c_{jx}$ = 2,34016453 | | $c_{jx}$ = 2,340214659 | | $k_{jx} > k_{61x}$ |
| $k_{0x}$ = 0,74509391 | $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,935027318 | $k_{0x}$ = 0,745111301 | $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,935027317 | |

---

$\underline{300.000.000 = 3 \cdot 10^8}$ = (30•9999999 + 30) = ($30n_7$ + 13) + ($30n_8$ + 17)    $10^7$ parejas    Primo mayor para dividir 17.317

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_7$ + 13)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 10.000.000 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **7.968.552** |
| Primos mayores que 17.320 | **2.031.448** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 7.968.561 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **6.324.315** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **1.644.246** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_8$ + 17)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 10.000.000 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **7.968.561** |
| Primos mayores que 17.320 | **2.031.439** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 7.968.552 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **6.324.315** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **1.644.237** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 17.320    $P_{PPx}$ = 2.031.448 – 1.644.246 = 2.031.439 – 1.644.237 = 387.202
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 17.320

$k_{ax}$ = 0,7968552
$k_{jx}$ = 0,793658353    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,99598817
$c_{jx}$ = 2,287981074
$k_{0x}$ = 0,745067145    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,935009453

$k_{bx}$ = 0,7968561
$k_{jx}$ = 0,793659249    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,99598817
$c_{jx}$ = 2,287983736
$k_{0x}$ = 0,745067987    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,935009454

$k_{61x}$ = 0,793470368
$k_{jx} > k_{61x}$

---

$\underline{2^{22} = 4.194.304}$ = (30•139810 + 4) = ($30n_1$ + 11) + ($30n_2$ + 23)    139.810 parejas    Primo mayor para dividir 2.039

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 11)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 139.810 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **102.838** |
| Primos mayores que 2.048 | **36.972** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 102.841 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **74.981** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **27.860** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 23)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 139.810 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **102.841** |
| Primos mayores que 2.048 | **36.969** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 102.838 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **74.981** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **27.857** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.048    $P_{PPx}$ = 36.972 – 27.860 = 36.969 – 27.857 = 9.112
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 2.048

$k_{ax}$ = 0,735555396
$k_{jx}$ = 0,729096372    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,991218846
$c_{jx}$ = 2,70514953
$k_{0x}$ = 0,640494043    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,870762482

$k_{bx}$ = 0,735576854
$k_{jx}$ = 0,729117641    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,991218846
$c_{jx}$ = 2,705221428
$k_{0x}$ = 0,640512728    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,870762482

$k_{41x}$ = 0,728966534
$k_{jx} > k_{41x}$

---

$\underline{2^{23} = 8.388.608}$ = (30•279620 + 8) = ($30n_1$ + 1) + ($30n_2$ + 7)    279.621 parejas    Primo mayor para dividir 2.887

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 1)  (número 1 está presente)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 279.621 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **209.240+1** |
| Primos mayores que 2.896 | **70.380** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 209.137 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **155.356+1** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **53.780** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 7)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 279.621 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **209.137** |
| Primos mayores que 2.896 | **70.484** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 209.240 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **155.356** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **53.884** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.896    $P_{PPx}$ = 70.380 – 53.780 = 70.484 – 53.884 = 16.600
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 2.896

$k_{ax}$ = 0,748298589
$k_{jx}$ = 0,742843208    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,992709619
$c_{jx}$ = 2,526146914
$k_{0x}$ = 0,663473002    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,886642058

$k_{bx}$ = 0,747930234
$k_{jx}$ = 0,742477537    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,992709619
$c_{jx}$ = 2,5233892
$k_{0x}$ = 0,663143231    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,886637818

$k_{47x}$ = 0,742449781
$k_{jx} > k_{47x}$

---

$\underline{2^{24} = 16.777.216}$ = (30•559240 + 16) = ($30n_1$ + 17) + ($30n_2$ + 29)    559.240 parejas    Primo mayor para dividir 4.093

<u>Sucesión **A**</u> ($30n_1$ + 17)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 559.240 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **424.629** |
| Primos mayores que 4.096 | **134.611** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 424.501 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **320.414** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **104.087** |

<u>Sucesión **B**</u> ($30n_2$ + 29)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 559.240 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **424.501** |
| Primos mayores que 4.096 | **134.739** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 424.629 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **320.414** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **104.215** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 4.096    $P_{PPx}$ = 134.611 – 104.087 = 134.739 – 104.215 = 30.524
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 4.096

$k_{ax}$ = 0,759296545
$k_{jx}$ = 0,754801519    $k_{jx}$ / $k_{ax}$ = 0,994080013
$c_{jx}$ = 2,282775574
$k_{0x}$ = 0,682896316    $k_{0x}$ / $k_{ax}$ = 0,899380249

$k_{bx}$ = 0,759067663
$k_{jx}$ = 0,754573992    $k_{jx}$ / $k_{bx}$ = 0,994080013
$c_{jx}$ = 2,282139908
$k_{0x}$ = 0,682690464    $k_{0x}$ / $k_{bx}$ = 0,899380249

$k_{53x}$ = 0,754434583
$k_{jx} > k_{53x}$

---

$2^{25} = 33.554.432$ = $(30 \cdot 1118481 + 2) = (30n_1 + 13) + (30n_2 + 19)$ 1.118.481 parejas Primo mayor para dividir 5.791

Sucesión **A** $(30n_1 + 13)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 1.118.481 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **860.580** |
| Primos mayores que 5.792 | **257.901** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 860.726 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **658.409** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **202.317** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 19)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 1.118.481 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **860.726** |
| Primos mayores que 5.792 | **257.755** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 860.580 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **658.409** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **202.171** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 5.792 $P_{PPx}$ = 257.901 – 202.317 = 257.755 – 202.171 = 55.584
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 5.792

$k_{ax} = 0,769418523$
$k_{jx} = 0,764946103$ $k_{jx} / k_{ax} = 0,994187272$
$c_{jx} = 2,476961963$
$k_{0x} = 0,700368084$ $k_{0x} / k_{ax} = 0,910256332$

$k_{bx} = 0,769549058$
$k_{jx} = 0,765075879$ $k_{jx} / k_{bx} = 0,994187272$ $k_{47x} = 0,764539269$
$c_{jx} = 2,477347165$ $k_{jx} > k_{47x}$
$k_{0x} = 0,700486904$ $k_{0x} / k_{bx} = 0,910256333$

---

$2^{26} = 67.108.864$ = $(30 \cdot 2236962 + 4) = (30n_1 + 11) + (30n_2 + 23)$ 2.236.962 parejas Primo mayor para dividir 8.191

Sucesión **A** $(30n_1 + 11)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.236.962 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **1.742.437** |
| Primos mayores que 8.192 | **494.525** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 1.742.039 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.350.052** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **391.987** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 23)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 2.236.962 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **1.742.039** |
| Primos mayores que 8.192 | **494.923** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 1.742.437 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.350.052** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **392.385** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 8.192 $P_{PPx}$ = 494.525 – 391.987 = 494.923 – 392.385 = 102.538
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 8.192

$k_{ax} = 0,778930084$
$k_{jx} = 0,774983797$ $k_{jx} / k_{ax} = 0,994933708$
$c_{jx} = 2,378037211$
$k_{0x} = 0,716122909$ $k_{0x} / k_{ax} = 0,919367377$

$k_{bx} = 0,778752164$
$k_{jx} = 0,774806779$ $k_{jx} / k_{bx} = 0,994933708$ $k_{53x} = 0,774497412$
$c_{jx} = 2,377536801$ $k_{jx} > k_{53x}$
$k_{0x} = 0,715959336$ $k_{0x} / k_{bx} = 0,919367378$

---

$2^{27} = 134.217.728$ = $(30 \cdot 4473924 + 8) = (30n_1 + 1) + (30n_2 + 7)$ 4.473.925 parejas Primo mayor para dividir 11.579

Sucesión **A** $(30n_1 + 1)$ (número 1 está presente)

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 4.473.925 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **3.523.978+1** |
| Primos mayores que 11.585 | **949.946** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 3.523.523 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.762.690+1** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **760.832** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 7)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 4.473.925 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **3.523.523** |
| Primos mayores que 11.585 | **950.402** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 3.523.978 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.762.690** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **761.288** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 11.585 $P_{PPx}$ = 949.946 – 760.832 = 950.402 – 761.288 = 189.114
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 11.585

$k_{ax} = 0,787670334$
$k_{jx} = 0,784070375$ $k_{jx} / k_{ax} = 0,995429611$
$c_{jx} = 2,354564853$
$k_{0x} = 0,730398752$ $k_{0x} / k_{ax} = 0,927289908$

$k_{bx} = 0,787568633$
$k_{jx} = 0,783969139$ $k_{jx} / k_{bx} = 0,995429611$ $k_{59x} = 0,783905988$
$c_{jx} = 2,354141254$ $k_{jx} > k_{59x}$
$k_{0x} = 0,730304239$ $k_{0x} / k_{bx} = 0,927289645$

---

$2^{28} = 268.435.456$ = $(30 \cdot 8947848 + 16) = (30n_1 + 17) + (30n_2 + 29)$ 8.947.848 parejas Primo mayor para dividir 16.381

Sucesión **A** $(30n_1 + 17)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 8.947.848 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.119.164** |
| Primos mayores que 16.384 | **1.828.684** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 7.119.276 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **5.640.478** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.478.798** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 29)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 8.947.848 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **7.119.276** |
| Primos mayores que 16.384 | **1.828.572** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 7.119.164 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **5.640.478** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **1.478.686** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 16.384 $P_{PPx}$ = 1.828.684 – 1.478.798 = 1.828.572 – 1.478.686 = 349.886
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 16.384

$k_{ax} = 0,795628624$
$k_{jx} = 0,792282529$ $k_{jx} / k_{ax} = 0,9957944$
$c_{jx} = 2,36480182$
$k_{0x} = 0,743136259$ $k_{0x} / k_{ax} = 0,934024035$

$k_{bx} = 0,795641141$
$k_{jx} = 0,792294994$ $k_{jx} / k_{bx} = 0,9957944$ $k_{61x} = 0,792235173$
$c_{jx} = 2,364835628$ $k_{jx} > k_{61x}$
$k_{0x} = 0,74314795$ $k_{0x} / k_{bx} = 0,934024035$

---

$2^{28}$ = 268.435.456 = $(30\cdot 8947848 + 16) = (30n_3 + 23) + (30n_4 + 23)$ 4.473.924 parejas Primo mayor para dividir 16.381

Sucesión **A** $(30n_3 + 23)$ desde 0 a 134.217.728

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 4.473.924 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **3.523.743** |
| Primos mayores que 16.384 | **950.181** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 3.595.452 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.820.494** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **774.958** |

Sucesión **B** $(30n_4 + 23)$ desde 134.217.728 a 268.435.456

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 4.473.924 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **3.595.452** |
| Primos mayores que 16.384 | **878.472** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 3.523.743 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.820.494** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **703.249** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 16.384 $P_{PPx}$ = 950.181 – 774.958 = 878.472 – 703.249 = 175.223
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 16.384

$k_{ax}$ = 0,787617983
$k_{jx}$ = 0,784461592 $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,995992484
$c_{jx}$ = 2,237432384
$k_{0x}$ = 0,735726988 $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,934116542

$k_{bx}$ = 0,803646195
$k_{jx}$ = 0,80042557 $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,995992484 $k_{61x}$ = 0,79222597
$c_{jx}$ = 2,279504226 $k_{jx} > k_{61x}$
$k_{0x}$ = 0,750699204 $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,934116541

---

$2^{29}$ = 536.870.912 = $(30\cdot 17895697 + 2) = (30n_1 + 13) + (30n_2 + 19)$ 17.895.697 parejas Primo mayor para dividir 23.167

Sucesión **A** $(30n_1 + 13)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 17.895.697 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **14.371.638** |
| Primos mayores que 23.170 | **3.524.059** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 14.372.432 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **11.498.803** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.873.629** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 19)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 17.895.697 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **14.372.432** |
| Primos mayores que 23.170 | **3.523.265** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 14.371.638 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **11.498.803** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **2.872.835** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 23.170 $P_{PPx}$ = 3.524.059 – 2.873.629 = 3.523.265 – 2.872.835 = 650.430
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 23.170

$k_{ax}$ = 0,803077857
$k_{jx}$ = 0,800059655 $k_{jx} / k_{ax}$ = 0,996241707
$c_{jx}$ = 2,300236897
$k_{0x}$ = 0,754804268 $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,939889278

$k_{bx}$ = 0,803122225
$k_{jx}$ = 0,800103857 $k_{jx} / k_{bx}$ = 0,996241707 $k_{61x}$ = 0,799840929
$c_{jx}$ = 2,300353829 $k_{jx} > k_{61x}$
$k_{0x}$ = 0,754845969 $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,939889278

---

7.000.000 = $7\cdot 10^6$ = $(30\cdot 233333 + 10) = (30n_1 + 11) + (30n_2 + 29)$ 233.333 parejas Primo mayor para dividir 2.633

En este caso: $a = 0$

Sucesión **A** $(30n_1 + 11)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 233.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **173.796** |
| Primos mayores que 2.645 | **59.537** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 173.747 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **131.298** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **42.449** |

Sucesión **B** $(30n_2 + 29)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 233.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **173.747** |
| Primos mayores que 2.645 | **59.586** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 173.796 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **131.298** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **42.498** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.645 $P_{PPx}$ = 59.537 – 42.449 = 59.586 – 42.498 = 17.088
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 2.645

$k_{ax}$ = 0,744841064
$k_{jx}$ = 0,75568499 $k_{jx} / k_{ax}$ = 1,014558712
$c_{jx}$ = – 5,214054931
$k_{0x}$ = 0,657335748 $k_{0x} / k_{ax}$ = 0,882518136

$k_{bx}$ = 0,744631063
$k_{jx}$ = 0,755471932 $k_{jx} / k_{bx}$ = 1,014558712 $k_{jx} > k_{bx}$
$c_{jx}$ = – 5,212329083
$k_{0x}$ = 0,657150419 $k_{0x} / k_{bx}$ = 0,882518136

---

7.000.000 = $7\cdot 10^6$ = $(30\cdot 233333 + 10) = (30n_3 + 17) + (30n_4 + 23)$ 233.333 parejas Primo mayor para dividir 2.633

En este caso: $a = 0$

Sucesión **A** $(30n_3 + 17)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 233.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **173.764** |
| Primos mayores que 2.645 | **59.569** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 173.783 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **131.356** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **42.427** |

Sucesión **B** $(30n_4 + 23)$

| | |
|---|---|
| Número total de términos | 233.333 |
| Múltiplos $7m$, $11m$,… | **173.783** |
| Primos mayores que 2.645 | **59.550** |
| Número de términos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | 173.764 |
| Múltiplos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **131.356** |
| Primos $(7j + a)$, $(11j + b)$,… | **42.408** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 2.645 $P_{PPx}$ = 59.569 – 42.427 = 59.550 – 42.408 = 17.142
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 2.645

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax} = 0{,}744703921$ | | $k_{bx} = 0{,}744785349$ | | |
| $k_{jx} = 0{,}755862196$ | $k_{jx} / k_{ax} = 1{,}014983505$ | $k_{jx} = 0{,}755944844$ | $k_{jx} / k_{bx} = 1{,}014983505$ | $k_{jx} > k_{bx}$ |
| $c_{jx} = -5{,}372347613$ | | $c_{jx} = -5{,}373039944$ | | |
| $k_{0x} = 0{,}657222595$ | $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}882528715$ | $k_{0x} = 0{,}657294458$ | $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}882528715$ | |

---

14.872.858 = 2•7•11•13•17•19•23 = (30•495761 + 28) = ($30n_1$ + 11) + ($30n_2$ + 17)     495.762 parejas     Primo mayor para dividir 3.853

En este caso: $a = b = c = d = e = f = 0$

| Sucesión **A** ($30n_1$ + 11) | | Sucesión **B** ($30n_2$ + 17) | |
|---|---|---|---|
| Número total de términos | 495.762 | Número total de términos | 495.762 |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **375.402** | Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | **375.451** |
| Primos mayores que 3.856 | **120.360** | Primos mayores que 3.856 | **120.311** |
| Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 375.451 | Número de términos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | 375.402 |
| Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **302.245** | Múltiplos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **302.245** |
| Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **73.206** | Primos (7*j* + *a*), (11*j* + *b*),… | **73.157** |

$P_{PPx}$ = Número de parejas de primos siendo ambos mayores que 3.856     $P_{PPx}$ = 120.360 – 73.206 = 120.311 – 73.157 = 47.154
Faltan las posibles parejas de primos en las que uno de ellos sea menor que 3.856

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $k_{ax} = 0{,}757222215$ | | $k_{bx} = 0{,}757321053$ | | |
| $k_{jx} = 0{,}805018497$ | $k_{jx} / k_{ax} = 1{,}063120549$ | $k_{jx} = 0{,}805123574$ | $k_{jx} / k_{bx} = 1{,}063120549$ | $k_{jx} > k_{bx}$ |
| $c_{jx} = -30{,}30331135$ | | $c_{jx} = -30{,}31126361$ | | |
| $k_{0x} = 0{,}679425487$ | $k_{0x} / k_{ax} = 0{,}897260372$ | $k_{0x} = 0{,}67951417$ | $k_{0x} / k_{bx} = 0{,}897260372$ | |

---

El autómata usado es muy lento para efectuar cálculos con números mayores que $10^9$.

Para conocer el valor aproximado de $c_{jx}$ para números superiores usaremos datos de MathWorld Web referentes a la Conjetura de los Primos Gemelos.
Enunciado de la Conjetura de los Primos Gemelos: "Existe un número infinito de primos *p* tales que (*p* + 2) también es primo".
Primos gemelos son los pares de primos consecutivos que están separados solo por un número par. Para generar parejas de primos gemelos se usan las siguientes combinaciones de grupos de números primos: ($30n_1$ + 11) y ($30n_1$ + 13), ($30n_2$ + 17) y ($30n_2$ + 19), ($30n_3$ + 29) y ($30n_3$ + 31)
Podemos comprobar que la Conjetura de Goldbach y la Conjetura de los Primos Gemelos son muy similares ya que ambas se pueden estudiar combinando dos grupos de primos para obtener parejas de primos que sumen un número par, en la primera, o parejas de primos gemelos en la segunda.
Teniendo esto en cuenta, se puede usar los datos (*) de MathWorld Web referentes al número de primos y al de pares de primos gemelos inferiores a un número dado (desde $10^{10}$ a $10^{18}$).

$10^{10}$     455.052.511* primos     27.412.679* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{10}$ / 30 = 333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 455.052.511 / 8 = 56.881.563 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 27.412.679 / 3 = 9.137.559
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 333.333.333 – 56.881.563 = 276.451.770 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 56.881.563 – 9.137.559 = 47.744.004 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 276.451.770 – 47.744.004 = 228.707.766 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 333.333.333 | | | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 276.451.770 | (2) | $k_{bx} \approx 0{,}82935531$ | | |
| Primos mayores que $10^5$ | ≈ 56.881.563 | (1) | $k_{jx} \approx 0{,}827297166$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}99751838$ | $k_{jx} > k_{83x}$ |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 276.451.770 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}095100568$ | | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 228.707.766 | (4) | $k_{0x} \approx 0{,}794244171$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}957664539$ | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 47.744.004 | (3) | $k_{7x} \approx 0{,}800914529$ | | |

---

$10^{11}$     4.118.054.813* primos     224.376.048* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{11}$ / 30 = 3.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 4.118.054.813 / 8 = 514.756.851 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 224.376.048 / 3 = 74.792.016
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 3.333.333.333 – 514.756.851 = 2.818.576.482 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 514.756.851 – 74.792.016 = 439.964.835 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 2.818.576.482 – 439.964.835 = 2.378.611.647 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 3.333.333.333 | | | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 2.818.576.482 | (2) | $k_{bx} \approx 0{,}845572944$ | | |
| Primos mayores que $10^{5,5}$ | ≈ 514.756.851 | (1) | $k_{jx} \approx 0{,}843905305$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}998027799$ | $k_{jx} > k_{89x}$ |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 2.818.576.482 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}075447865$ | | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 2.378.611.647 | (4) | $k_{0x} \approx 0{,}817369919$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}966646254$ | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 439.964.835 | (3) | $k_{7x} \approx 0{,}819835102$ | $k_{0x} < k_{7x}$ (página 13) | |

---

$10^{12}$ 37.607.912.018* primos 1.870.585.220* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{12}$ / 30 = 33.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 37.607.912.018 / 8 = 4.700.989.002 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 1.870.585.220 / 3 = 623.528.406
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 33.333.333.333 – 4.700.989.002 = 28.632.344.331 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 4.700.989.002 – 623.528.406 = 4.077.460.596 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 28.632.344.331 – 4.077.460.596 = 24.554.883.735 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 33.333.333.333 | | $k_{bx} \approx 0{,}85897033$ | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 28.632.344.331 | (2) | $k_{jx} \approx 0{,}857592499$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}99839595$ | $k_{jx} > k_{103x}$ |
| Primos mayores que $10^6$ | ≈ 4.700.989.002 | (1) | $c_{jx} \approx 2{,}058134681$ | | |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 28.632.344.331 | (2) | $k_{0x} \approx 0{,}835815434$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}973043427$ | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 24.554.883.735 | (4) | $k_{7x} \approx 0{,}835465384$ | $k_{0x} > k_{7x}$ (página 13) | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 4.077.460.596 | (3) | $k_{11x} \approx 0{,}844867362$ | $k_{0x} < k_{11x}$ (página 13) | |

---

$10^{13}$ 346.065.536.839* primos 15.834.664.872* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{13}$ / 30 = 333.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 346.065.536.839 / 8 = 43.258.192.105 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 15.834.664.872 / 3 = 5.278.221.624
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 333.333.333.333 – 43.258.192.105 = 290.075.141.228 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 43.258.192.105 – 5.278.221.624 = 37.979.970.481 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 290.075.141.228 – 37.979.970.481 = 252.095.170.747 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 333.333.333.333 | | | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 290.075.141.228 | (2) | $k_{bx} \approx 0{,}870225423$ | | |
| Primos mayores que $10^{6,5}$ | ≈ 43.258.192.105 | (1) | $k_{jx} \approx 0{,}869068509$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}998670559$ | $k_{jx} > k_{113x}$ |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 290.075.141.228 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}042626025$ | | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 252.095.170.747 | (4) | $k_{0x} \approx 0{,}85087246$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}977760977$ | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 37.979.970.481 | (3) | | | |

---

$10^{14}$ 3.204.941.750.802* primos 135.780.321.665* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{14}$ / 30 = 3.333.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 3.204.941.750.802 / 8 = 400.617.718.850 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 135.780.321.665 / 3 = 45.260.107.221
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 3.333.333.333.333 – 400.617.718.850 = 2.932.715.614.483 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 400.617.718.850 – 45.260.107.221 = 355.357.611.629 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 2.932.715.614.483 – 355.357.611.629 = 2.577.358.002.854 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 3.333.333.333.333 | | | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 2.932.715.614.483 | (2) | $k_{bx} \approx 0{,}879814684$ | | |
| Primos mayores que $10^7$ | ≈ 400.617.718.850 | (1) | $k_{jx} \approx 0{,}878829842$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}998880626$ | $k_{jx} > k_{113x}$ |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 2.932.715.614.483 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}028807737$ | | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 2.577.358.002.854 | (4) | $k_{0x} \approx 0{,}863397011$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}981339623$ | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 355.357.611.629 | (3) | | | |

---

$10^{15}$ 29.844.570.422.669* primos 1.177.209.242.304* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{15}$ / 30 = 33.333.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 29.844.570.422.669 / 8 = 3.730.571.302.833 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A-B** (1 combinación de 3): 1.177.209.242.304 / 3 = 392.403.080.768
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 33.333.333.333.333 – 3.730.571.302.833 = 29.602.762.030.500 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 3.730.571.302.833 – 392.403.080.768 = 3.338.168.221.065 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 29.602.762.030.500 – 3.338.168.221.065 = 26.264.593.809.435 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número total de términos sucesión **B** | 33.333.333.333.333 | | | | |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 29.602.762.030.500 | (2) | $k_{bx} \approx 0{,}888082861$ | | |
| Primos mayores que $10^{7,5}$ | ≈ 3.730.571.302.833 | (1) | $k_{jx} \approx 0{,}887234568$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}999044804$ | $k_{jx} > k_{131x}$ |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 29.602.762.030.500 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}016482789$ | | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 26.264.593.809.435 | (4) | $k_{0x} \approx 0{,}873978945$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}984118693$ | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 3.338.168.221.065 | (3) | | | |

---

$10^{16}$ 279.238.341.033.925* primos 10.304.195.697.298* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{16}$ / 30 = 333.333.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 279.238.341.033.925 / 8 = 34.904.792.629.240 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A**-**B** (1 combinación de 3): 10.304.195.697.298 / 3 = 3.434.731.897.432
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 333.333.333.333.333 – 34.904.792.629.240 = 298.428.540.704.093 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 34.904.792.629.240 – 3.434.731.897.432 = 31.470.060.721.808 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 298.428.540.704.093 – 31.470.060.721.808 = 266.958.479.982.285 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $k_{bx} \approx 0{,}895285622$ | | |
| Número total de términos sucesión **B** | 333.333.333.333.333 | | $k_{jx} \approx 0{,}894547415$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}999175451$ | $k_{jx} > k_{139x}$ |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 298.428.540.704.093 | (2) | $c_{jx} \approx 2{,}005561339$ | | |
| Primos mayores que $10^8$ | ≈ 34.904.792.629.240 | (1) | $k_{0x} \approx 0{,}883038021$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}986319895$ | |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 298.428.540.704.093 | (2) | $k_{7x} \approx 0{,}877833225$ | $k_{0x} > k_{7x}$ (página 13) | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 266.958.479.982.285 | (4) | $k_{11x} \approx 0{,}884814184$ | $k_{0x} < k_{11x}$ (página 13) | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 31.470.060.721.808 | (3) | $k_{13x} \approx 0{,}886559424$ | $k_{0x} < k_{13x}$ (página 13) | |

---

$10^{18}$ 24.739.954.287.740.860* primos 808.675.888.577.436* pares de primos gemelos

Número de términos en cada sucesión **A** o **B**: $10^{18}$ / 30 = 33.333.333.333.333.333
Número aproximado de primos en cada sucesión **A** o **B**: 24.739.954.287.740.860 / 8 = 3.092.494.285.967.607 (1)
Número aproximado de pares de primos gemelos en las sucesiones **A**-**B** (1 combinación de 3): 808.675.888.577.436 / 3 = 269.558.629.525.812
Número aproximado de múltiplos 7*m*, 11*m*,… 33.333.333.333.333.333 – 3.092.494.285.967.607 = 30.240.839.047.365.726 (2)
Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… es, aproximadamente, igual a número de múltiplos 7*m*, 11*m*,…
Número aproximado de primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 3.092.494.285.967.607 – 269.558.629.525.812 = 2.822.935.656.441.795 (3)
Número aproximado de múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… 30.240.839.047.365.726 – 2.822.935.656.441.795 = 27.417.903.390.923.931 (4)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | $k_{bx} \approx 0{,}907225171$ | | |
| Número total de términos sucesión **B** | 33.333.333.333.333.333 | | $k_{jx} \approx 0{,}906651543$ | $k_{jx} / k_{bx} \approx 0{,}999367712$ | $k_{jx} > k_{157x}$ |
| Múltiplos 7*m*, 11*m*,… | ≈ 30.240.839.047.365.726 | (2) | $c_{jx} \approx 1{,}987076711$ | | |
| Primos mayores que $10^9$ | ≈ 3.092.494.285.967.607 | (1) | $k_{0x} \approx 0{,}897737814$ | $k_{0x} / k_{bx} \approx 0{,}989542445$ | |
| Número de términos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 30.240.839.047.365.726 | (2) | $k_{7x} \approx 0{,}8917627$ | $k_{0x} > k_{7x}$ (página 13) | |
| Múltiplos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 27.417.903.390.923.931 | (4) | $k_{11x} \approx 0{,}897947688$ | $k_{0x} \approx k_{11x}$ (página 13) | |
| Primos (7*m* + 2), (11*m* + 2),… | ≈ 2.822.935.656.441.795 | (3) | $k_{13x} \approx 0{,}899493935$ | $k_{0x} < k_{13x}$ (página 13) | |

---

Bibliografía:


[1] Teorema de Dirichlet. Wikipedia e información sobre este teorema que aparece en Internet.

[2] Teorema de los números primos para progresiones aritméticas. Wikipedia e información sobre este teorema en Internet.

[3] Teorema de los números primos. Wikipedia e información sobre este teorema que aparece en Internet.

[4] Conjetura de los Primos Gemelos. Wikipedia e información sobre esta conjetura que aparece en Internet.

[5] Conjetura débil de Goldbach. Wikipedia e información sobre esta conjetura que aparece en Internet.

[6] El Diablo de los Números. Javier Cilleruelo Mateo. Año 2.000.



Autor: Ramón Ruiz
Barcelona, España
Email: ramonruiz1742@gmail.com