Quatre nouvelles formules de pi

François MENDZINA ESSOMBA

FME
Fraction continue en racines imbriquées taillée sur mesure.
Avec $(n+1)$ fois le nombre $\sqrt{2}$

$$\pi = 2^{n+1}\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+(\cdots)^{-1}}}\right)^{-1}}}\right)^{-1}}}\right)^{-2}} \tag{1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} = \frac{1}{\left[\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right]^2} \lim_{n\to\infty} \frac{8}{m} \sum_{k=1}^{m-1} \left(1 - \frac{k^4}{m^4}\right)^{1/4} \tag{2}$$

$$\pi^{3/2} = \left[\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)\right]^2 \lim_{n\to\infty} \frac{4}{m} \sum_{k=1}^{m-1} \left(1 - \frac{k^4}{m^4}\right)^{1/4} \tag{3}$$

$\forall\lambda \in [-1;1],\ \lambda \neq -1/2, 0, 1/2$

$$\begin{aligned}\pi =& \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \left(\tan(\lambda\pi)\right)^{2n-1} \cos((4n-2)\lambda\pi) \\ &+ \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n} \left(\tan(\lambda\pi)\right)^{2n} \sin(4n\lambda\pi) \end{aligned} \tag{4}$$