

黑洞的信息悖论可能并不存在

Gui-xiong Liang*

Cangwu Wangfu Education committee office, Wuzhou city, Guangxi autonomous region, District543004

2021年12月19日

本文通过对质点落入到史瓦西黑洞的过程的数值模拟,以及通过对史瓦西黑洞视界线上的事件的因果关系的分析,得出了"如果考虑黑洞本身会因蒸发而消亡,那么落向黑洞的物体穿过黑洞的视界而落向黑洞内部这一事件并不会发生"这一结论,因为落向黑洞的物体穿过黑洞视界这一事件总是要发生在黑洞因蒸发而消亡这一事件的因果未来.既然物体不会真的落入到黑洞的内部,那么"黑洞的信息悖论"这一疑难本身就不再是什么疑难.

PACS numbers: 04.20.-q

关键词: 黑洞蒸发,黑洞信息悖论,坐标奇性,克鲁斯卡坐标系,黑洞视界,因果线

I 前言

我们知道,对于一般的稳态黑洞,有黑洞的无毛定理[1],如果一物体落入黑洞后,除了其质量、电荷和角动量外,它的其他信息将会全部丢失.对于这种信息的丢失,在1974年霍金提出黑洞具有热辐射之前,人们认为这些丢失的信息只是被“锁”在了黑洞的视界之内而并没有真的丢失.但在1974年,霍金通过计算发现黑洞具有热辐射(这种热辐射后被称为霍金辐射)[2],且霍金还在1976年进一步指出,黑洞的这种热辐射不会带有任何关于黑洞内部的信息.于是,随着黑洞因霍金辐射而被蒸发消失,那些被“锁”在黑洞内部的信息也就随之消失.这种信息的消失意味着其相应的量子过程不再是幺正的,这与量子力学的基本原理相违背.这预示着在这一领域,量子力学与广义相对论之间产生了不可调和的矛盾,于是便形成了所谓的信息悖论[3].关于黑洞信息悖论的解决,人们提出了许多相应的理论,例如霍金本人在2004年的演讲和在2005年发表的论文,通过利用欧氏路径积分来描述黑洞的演化,从而得出黑洞蒸发不会

使信息发生丢失的结论.但是许多学者仍对霍金的演讲与论文表示怀疑.总之,人们对于信息是否会丢失,或者信息是否会通过霍金辐射而释放出来还没有得到最终的公认的定论.在1993年,加拿大物理学家唐·佩奇(Don N. Page)提出了著名的佩奇曲线,用以说明在黑洞被蒸发时信息不会丢失.而在2019年5月份孤岛规则(island rule)的提出,使得通过引力计算得到了佩奇曲线,这为黑洞信息丢失问题的解决带来了新的曙光[4] [5] [6].然而,上述这些关于黑洞信息悖论的解决方案,其先决的前提条件都是认为当一个物体落向黑洞时,这个物体将会真的穿过黑洞的视界而落入到黑洞的内部,而从来没有怀疑过如果考虑黑洞本身会因蒸发而消失时,落向黑洞的物体是否会真的可以穿过黑洞的视界.而本文将证明,如果考虑黑洞本身会因蒸发而消失,那么落向黑洞的物体将没有机会真的穿过黑洞的视界而落入到黑洞的内部.既然在黑洞因蒸发而消失时物体还没有落入到黑洞之内,那么所谓的“黑洞信息悖论”这一疑难也就不再是什么疑难了.

* lgxysl@163.com

II 当考虑黑洞会消亡时,黑洞外的质点无法真的穿过黑洞视界的证明

在这里,我们将以史瓦西黑洞为例来证明当考虑黑洞会消亡时,黑洞外的质点将无法真的穿过黑洞的视界。

II.1 史瓦西坐标系及克鲁斯卡坐标系

对于史瓦西黑洞,我们可以用史瓦西坐标系来对其进行描述,但由于其适配的度规在视界处存在着奇性,因此它不能描述质点在视界处的行为.因此,要描述质点在视界处的行为,就必须找到一个在视界处没有坐标奇性的坐标系.在60年代初,克鲁斯卡(Kruskal)和采克莱斯(Szckeres)独立地建立了一组完全可以消除视界处的奇性的坐标系,称为克鲁斯卡(Kruskal)坐标系.设史瓦西半径为 R ,则史瓦西坐标系 $K\{ct, r, \theta, \varphi\}$ 和克鲁斯卡(Kruskal)坐标系 $K\{cT, X, \theta, \varphi\}$ 之间的变换关系为:

$$\begin{cases} t = \begin{cases} \frac{2R}{c} \operatorname{arctanh}\left(\frac{ct}{X}\right) & (r > R) \\ \frac{2R}{c} \operatorname{arctanh}\left(\frac{X}{ct}\right) & (r \leq R) \end{cases} \\ r = R \left[1 + \operatorname{ProductLog}\left(\frac{X^2 - c^2 T^2}{R^2 e}\right) \right] \end{cases} \quad (1)$$

其中 c 是真空中光速, $y = \operatorname{ProductLog}(x)$ 是 $x = ye^y$ 的反函数.将(1)式进行反解,即可得到:

$$\begin{cases} \begin{cases} T = \pm \frac{R}{c} \sqrt{\frac{r}{R} - 1} e^{\frac{r}{2R}} \sinh\left(\frac{ct}{2R}\right) \\ X = \pm R \sqrt{\frac{r}{R} - 1} e^{\frac{r}{2R}} \cosh\left(\frac{ct}{2R}\right) \end{cases} & (r > R) \\ \begin{cases} T = \pm \frac{R}{c} \sqrt{1 - \frac{r}{R}} e^{\frac{r}{2R}} \cosh\left(\frac{ct}{2R}\right) \\ X = \pm R \sqrt{1 - \frac{r}{R}} e^{\frac{r}{2R}} \sinh\left(\frac{ct}{2R}\right) \end{cases} & (r \leq R) \end{cases} \quad (2)$$

把(1)式两边微分后代入到史瓦西坐标系的时空间隔线元中,经整理后可得:

$$dS^2 = g_{11} [-d(cT)^2 + dX^2] + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \quad (3)$$

其中:

$$g_{11} = \frac{4R}{r} e^{-\frac{r}{R}} = \frac{4}{e^{1 + \operatorname{ProductLog}\left[\frac{(X^2 - c^2 T^2)}{(R^2 e)}\right]} + (X^2 - c^2 T^2)/R^2} \quad (4)$$

当 $r = R$ 时, g_{11} 并没有奇性,可见在克鲁斯卡坐标系中,度规的坐标奇性已经被消除.因为 $d(cT)^2$ 前面是一个“负”号,因此 T 为克鲁斯卡(Kruskal)坐标系的坐标时.由(1)式可以得到,当 $r = R$ 时,有:

$$X^2 - c^2 T^2 = 0 \quad (5)$$

故(5)式便是黑洞视界上“静止”的点的世界线所满足的方程.又由(3)式可以得到,在黑洞视界上“静止”的点,恒有 $dS^2 = 0$,故其世界线是一条类光曲线.因此,有质量的质点不可能“静止”于视界处,除非是没有质量的光子.由(1)式还可以得到,当 $r = 0$ 时,有:

$$X^2 - c^2 T^2 = -R^2 \quad (6)$$

我们知道,在 $r = 0$ 处,是一个时空曲率无穷大的物理奇点,它不能像坐标奇点那样可以通过坐标系变换而消去.而上面的(6)式,则是这个物理奇点的世界线所满足的方程。

II.2 质点落向史瓦西黑洞的数值模拟

现在我们考虑一个质点 A 从史瓦西黑洞的视界外自由落向该黑洞,我们知道此时质点的运动可以用测地线方程 $\frac{DU^a}{dt} = 0$ 来描述.如果只考虑是在史瓦西时空中沿径向 r 的自由下落,则该测地线方程在史瓦西坐标系中可以化为:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{1}{2} \frac{c^2 R}{r^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right) \left[1 - \frac{3}{\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2} \left(\frac{dr}{cdt}\right)^2\right] \quad (7)$$

这个方程我们难以求得它的解析解,但是我们可以求出它的数值解.例如我们设 $R = 1000$ 米,质点 A 从初始位置 $r_0 = 1.2R$ 处以为0初速度沿径向 r 自由下落,则我们可以求得数值解如(图1)所示。

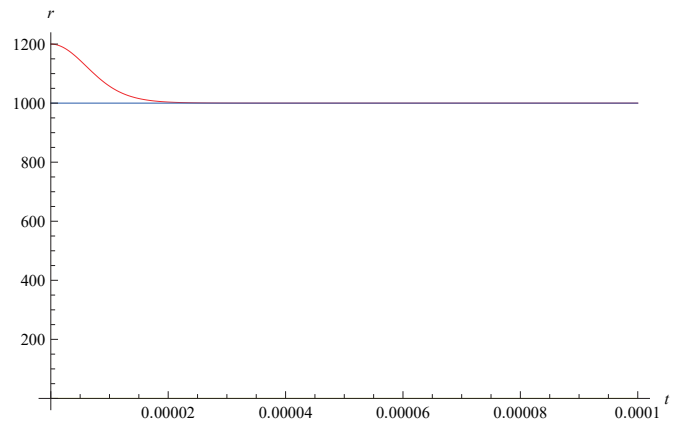


图 1: 质点A从黑洞的视界外自由落向黑洞

从(图1)可以看到,在有限的坐标时 t 内,质点 A 只能随着坐标时 t 的推移而无限地接近黑洞的视界,但是

始终无法真正达到视界.但是我们并不能据此认为质点A真的是无法达到黑洞的视界,因为这里质点A看起来无法达到视界是由于我们默认地选取了史瓦西坐标系的等 t 面作为同时面,以至于质点A到达视界的事件与视界外的静态观测者坐标时 t 为无穷大的事件同时,而无穷大的坐标时 t 对于视界外的静态观测者来说,其固有时也是无穷大.所以在这样的同时性下,视界外的静态观测者要花上无限长的时间,才能观测到质点A到达黑洞的视界.然而,同时是具有相对性的,如果我们选取不同的同时性,便会得出不同的结论.所以,我们不能依据(图1)的数值解来判断质点A不能到达黑洞的视界.

上面的数值解是在史瓦西坐标系中进行的,下面我们转到在克鲁斯卡坐标系中去求解.当质点A仅沿径向向 r 自由下落时,在克鲁斯卡坐标系中,该质点将仅沿 X 自由下落,这时可得到基于克鲁斯卡坐标系的测地线方程为:

$$\frac{d^2 X}{dT^2} = G \left(X - T \frac{dX}{dT} \right) \left[c^2 - \left(\frac{dX}{dT} \right)^2 \right] \quad (8)$$

其中:

$$G = \frac{1 - \left[\frac{1}{1 + \text{ProductLog} \left(\frac{X^2 - c^2 T^2}{e R^2} \right)} \right]^2}{X^2 - c^2 T^2} \quad (9)$$

于是,对于 $R = 1000$ 米,质点A在 $t = 0$ 时刻从初始位置 $r_0 = 1.2R$ 处以 $u_0 = \frac{dr}{dt} = 0$ 的初速度沿径向 r 自由下落这种情形,可以化为在 $T = 0$ 时刻,从初始位置 $X_0 = e^{\frac{r_0}{2R}} R \sqrt{\frac{r_0}{R} - 1} = 0.814876R$ 处以 $v_0 = \frac{dX}{dT} = \frac{c r_0 u_0 + c^2 (r_0 - R) \tanh \left(\frac{c t_0}{2R} \right)}{c (r_0 - R) + r_0 u_0 \tanh \left(\frac{c t_0}{2R} \right)} = 0$ 的初速度沿 X 方向自由下落这一情形.这时,我们可以求得数值解(图2)所示.在(图2)中,红色的为自由下落质点A的世界线,而蓝色的则为黑洞视界的世界线,绿色的则为黑洞奇点的世界线.

从(图2)的解我们可以看到,质点A的红色世界线是轻轻松松地穿过了蓝色的视界线(即穿过了视界),最后与绿色的奇点线相交(即落到了奇点处),而且整个过程极短,只花去了 $\Delta T \approx 5.673981955139137 \times 10^{-6} s$ 这样的时长.这个时长换算成质点A的固有时,则只有 $\Delta \tau \approx 6.88765 \times 10^{-6} s$ 这样极短的时长.从(3)式可以看到,在克鲁斯卡坐标系中,坐标时 T 跟空间坐标正交,所以我

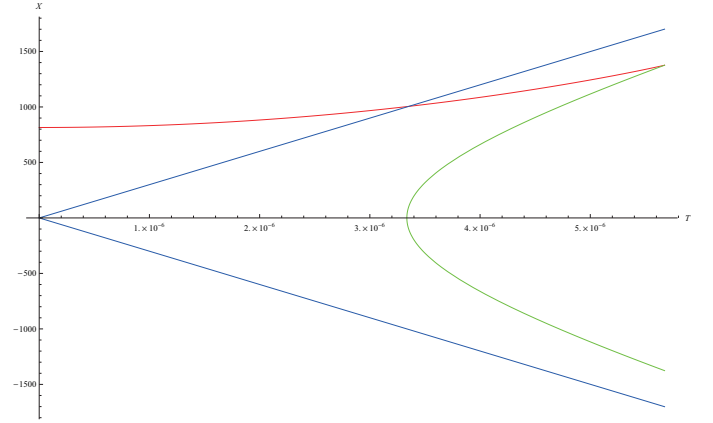


图 2: 质点A从黑洞的视界外自由落向黑洞

们完全可以取等 T 面为同时面.那么,当质点A从初始位置 $r_0 = 1.2R$ 处落到奇点时,初始位置处的静态观测者(它是视界外的静态观测者)它的固有时又过了多长时间呢?这时,静态观测者的世界线方程可以表为:

$$X = \sqrt{-e^{\frac{r_0}{R}} R^2 + e^{\frac{r_0}{R}} R r_0 + c^2 T^2} \quad (10)$$

故有:

$$\frac{dX}{dT} = \frac{c^2 T}{\sqrt{-e^{\frac{r_0}{R}} R^2 + e^{\frac{r_0}{R}} R r_0 + c^2 T^2}} \quad (11)$$

由 $\Delta \tau = \int_0^T \sqrt{g_{11} \left(1 - \left(\frac{dX}{dT} \right)^2 \right)} dT$ 可计算出 $r_0 = 1.2R$ 处的静态观测者的固有时仅过了 $\Delta \tau \approx 4.03649 \times 10^{-6} s$.而对于更远如 $r_0 = 100R$,则固有时仅过了 $\Delta \tau \approx 2.188738366664927 \times 10^{-28} s$.可见,即使是对于视界的外界而言,质点A掉到奇点上也仅是经历了极短的固有时长.

但是,请不要忘记,因为同时具有相对性,所以对于没有因果关系的两个事件,它们同时与否以及谁先发生与谁后发生是没有绝对的物理意义的.而且,上面的结论是在没有考虑黑洞本身也会消亡这一条件的情况下得出的.如果考虑到黑洞本身也会消亡,则情况将会大有不同.

II.3 史瓦西黑洞视界线上的因果关系

当考虑到黑洞本身也会消亡时,因黑洞的消亡关键在于黑洞视界的消亡.所以,黑洞的消亡和质点A穿

过视界都是发生在黑洞的视界上的.为了判断黑洞的消亡对质点A穿过视界的影响,我们很有必要要对发生在黑洞视界上的事件的因果关系加以研究.我们知道,对于时空中某一点处的一个类时(或类光)矢量,可以分成两大类,一类是指向未来的类时(或类光)矢量,一类是指向过去的类时(或类光)矢量.若一条曲线 γ 上的每个点的切矢都是指向未来的类时(或类光)矢量,则这条曲线便是一条指向未来的因果线.反之亦然.对于一条因果线上的两个点,它们的发生有着绝对的先后次序,在因果线上处于过去的点上的事件,总是要先于处于未来的点上的事件而发生,反之亦然.另外,我们还知道,对于时空中某点处的两个不全为类光的矢量 u^a 与 v^b ,如果有 $g_{ab}u^av^b < 0$,则这两个矢量的指向相同.如(图3)所示,事件Q是质点A穿过视界事件.矢

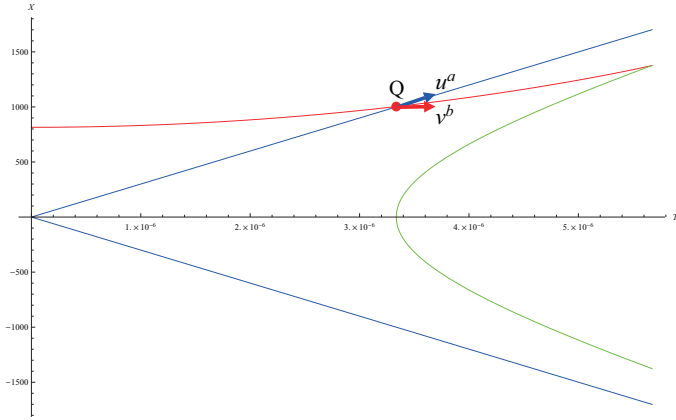


图 3: 质点穿过视界时的世界线切矢

量 u^a 是黑洞的视界线在事件Q处的切矢,因为视界线是一条类光曲线,所以有 $u^a = (c, c)$.而矢量 v^b 是质点A的世界线在事件Q处的切矢,很显然矢量 v^b 是指向于未来的类时矢量,因为质点A肯定是先到达视界,然后才向视界内下落.下面我们数值计算 $g_{ab}u^av^b$ 的值,其计算过程及计算结果如(图4)及(图5)所示.

从计算的结果我们可以看到,有 $g_{ab}u^av^b < 0$,所以黑洞视界线上的切矢 u^a 与类时切矢 v^b 同向,也是一个如(图3)所示那样随着T值的增大而指向于未来的矢量.应用类似的方法,我们可以进一步得到自原点起的这一段视界线上的每一个点处的切矢,都是指向于未来的,所以自原点起的这一段视界线PQ,是一段随着T值的增大而指向于未来的因果线,如(图6)所示.

```

Clear[T];
r = R  $\left( 1 + \text{ProductLog} \left[ \frac{-c^2 T^2 + (X[T] /. s1)^2}{e R^2} \right] \right)$ ; (*计算 r[T] 曲线*)

g11 =  $\frac{4}{e^{1 + \text{ProductLog} \left[ \frac{(X[T] /. s1)^2 - c^2 T^2}{e R^2} \right]} + \frac{(X[T] /. s1)^2 - c^2 T^2}{R^2}}$ ;

 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{g11 - g11 \left( \frac{X'[T] /. s1}{c} \right)^2}}$ ; (* $\gamma = \frac{dx}{dt}$ *)

uT =  $\partial_T (X[T] /. s1)$ ; (* $uT = \frac{dx}{dt}$ *)

outT = FindRoot[(X[T] /. s1) == c T, {T, 0}];
T = T /. outT; (*计算出质点到达视界时的 T值*)

v = {( $\gamma$  c)[[1]], ( $\gamma$  uT)[[1]]}; (* $v^a = \frac{dx^a}{dt}$ *)
u = {c, c};
g =  $\begin{pmatrix} -g11[[1]] & 0 \\ 0 & g11[[1]] \end{pmatrix}$ ; (*计算  $g_{ab}$ *)
guv = u.g.v; (*计算  $g_{ab}u^av^b$ *)

Print["当T的值为", T, "时, 质点到达视界"];
Print["此时 R 的值为:", r[[1]]];
Print["此时  $\gamma$  的值为:",  $\gamma$ [[1]]];
Print["此时  $u^a$  的值为:", u];
Print["此时  $v^b$  的值为:", v];
Print["此时  $g_{ab}u^av^b$  的值为:", guv];

```

图 4: $g_{ab}u^av^b$ 的计算过程

II.4 黑洞的消亡事件发生在哪里决定了质点A是否能穿过视界

如前所述,因为视界线PQ是一条指向于未来的因果线,所以当考虑黑洞会消亡时,质点A是否能穿过视界取决于黑洞的消亡事件发生在视界线上的哪一点处.

如(图7)所示,如果黑洞的消亡事件发生在点P处,则黑洞消亡事件的发生先于质点A穿过视界的事件Q,既然在Q发生之前黑洞就已经消亡了,那么就没有质点A穿过黑洞视界这一过程了,即在这种情形下,质点A穿过黑洞视界这一事件Q不会发生,这时“黑洞信息悖论”这一疑难也就不再存在.如果黑洞的消亡事件发生在L处,则在黑洞消亡前,质点A就已经穿过了视界,在这种情形下,“黑洞信息悖论”将会成为疑难.但是,黑洞的消亡事件发生在L处意味着什么呢?从(2)式我们可

当 τ 的值为 3.35246×10^{-6} 时, 质点到达视界
 此时 R 的值为: 1000.
 此时 γ 的值为: 0.891502
 此时 u^a 的值为: $\{2.99792 \times 10^8, 2.99792 \times 10^8\}$
 此时 v^b 的值为: $\{2.67266 \times 10^8, 1.01755 \times 10^8\}$
 此时 $g_{ab}u^av^b$ 的值为: -7.30149×10^{16}

图 5: $g_{ab}u^av^b$ 的计算结果

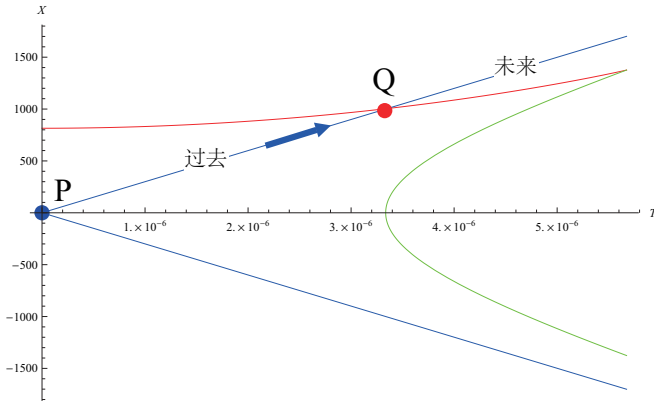


图 6: 视界线 PQ 是一条指向未来的因果线

以看到,由于 $\sqrt{1 - \frac{r}{R}}$ 的值在黑洞的视界处为0,故要使 X 与 T 为非0的值,必须有史瓦西坐标时 t 的值为无穷大.也就是说,如果黑洞的消亡事件发生在 L 处,则其对应的史瓦西坐标时 t 的值便必须为无穷大.这意味着由于黑洞的消亡而向外界发出的信息,外界的观测者不可能在有限的 t 值处接收到.而只能在无限的 t 值之后才能收到.因为在史瓦西黑洞外的任意一个时空点处的观测者,它要在 $t = t_0$ 时刻收到其他时空点处发出的信息,那么这一信息的发出事件的坐标时必须满足 $t < t_0$,这是由该时空点处的光锥的指向所决定的.因黑洞视界外的观测者的固有时为有限时,它对应的坐标时 t 也是有限的,因此黑洞视界外的观测者只能收到在有限的坐标时 t 处所发生的事件.这意味着,如果黑洞的消亡事件发生在 L 处,则外界的观测者永远都不会观测得到这个黑洞已经消亡了.这时,不管黑洞的消亡事件是否会发生,“黑洞信息悖论”是否为未能解开的疑难,都对黑洞的外界来说都没有什么物理意义.试想,永远都没法观测得

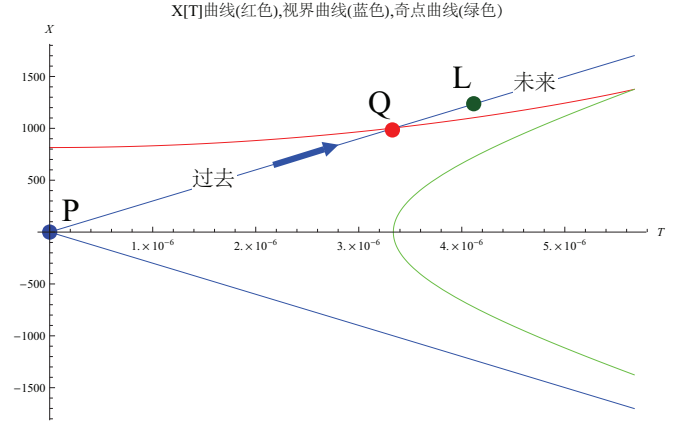


图 7: 黑洞消亡事件发生的位置

到的,它的发生与否又有什么意义! 所以,我们所说的黑洞因霍金辐射而蒸发消失,必然是外界可以观测得到的事件,这样才是有物理意义的.这意味着,有意义的黑洞因蒸发而消亡的事件,必然是发生在史瓦西坐标系中坐标时 t 为有限的时空点处的.而从(2)式可以看到,当 t 为有限时,有且只能有 T 和 X 同时等于0.即有意义的黑洞因蒸发而消亡的事件,只能是发生在(图7)中的点 P 即克鲁斯卡坐标系的原点之处.这样一来,黑洞的消亡事件必会先于质点到达黑洞的视界这一事件 Q 而发生.

III 结论及存在问题

通过本文的论述,我们得到的最终结论是:如果黑洞会发生可以观测得到的因蒸发而消亡的事件,则任何落向该黑洞的质点都不能真正到达该黑洞的视界,因为在质点到达黑洞的视界之前,这个黑洞就已经因霍金辐射而蒸发消失了.因这时并没有质点能落入到黑洞之内,所以“黑洞信息悖论”这一疑难也就不复存在.当然,本文的论述是过于理想化的,黑洞因霍金辐射而蒸发消失不会是一个瞬间完成的事件,而是由一系列渐进的事件所导致的.在黑洞的视界因霍金辐射而逐渐缩小的这一复杂的过程中,落向黑洞的质点是如何演化的,这尚有待更进一步的探索.

[1] Bekenstein J D. Novel "no-scalar-hair" theorem for black holes. *Physical Review D Particles Fields*, 51(12):R6608, 1995.

- [2] HAWKING S W. Black hole explosions? *Nature*, 248(5443):30–31, 1974.
- [3] HAWKING S W. Breakdown of predictability in gravitational collapse. *Physical Review D*, 1976.
- [4] G. Penington. Entanglement wedge reconstruction and the information paradox. 2019.
- [5] A. Almheiri, N. Engelhardt, D. Marolf, and H. Maxfield. The entropy of bulk quantum fields and the entanglement wedge of an evaporating black hole. *Journal of High Energy Physics*, 2019(12):63, 2019.
- [6] R.J Maldacena Zhao Y. Almheiri, A. Mahajan. The page curve of hawking radiation from semiclassical geometry. *Journal of High Energy Physics*, 2020(3), 2020.

The information paradox of black holes may not exist

Gui-xiong Liang^{**1}

¹(*Cangwu Wangfu Education committee office, Wuzhou city, Guangxi autonomous region ,
District543004*)

In this paper, through the numerical simulation of the process in which the particle falls into the Schwarzschild black hole and the analysis of the causal relationship of the events on the event horizon of the Schwarzschild black hole, it is concluded that "if the black hole itself will die due to evaporation, the event that the object falling into the black hole will pass through the event horizon and fall into the black hole will not happen", Because the event that objects falling on the black hole pass through the black hole divine world always occurs in the causal future of the event that the black hole dies due to evaporation Since the object will not really fall into the black hole, the problem of "the information paradox of black holes" itself is no longer a problem.

Keywords: Black hole evaporation, The information paradox of black holes, Coordinate singularity,
Kruska coordinate system, event horizon,Causal line

PACS: 04.20.-q