

Windows-Applikation

# WELTTABELLEN

## Weltlinien des Standardmodells der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell) in Tabellenform

Programmbeschreibung (Version Dezember2022)

Autor: Werner Lange, Altos/Paraguay, langealtos  
werner.lange.altos@gmail.com

Programmversion 1.0

### Zusammenfassung

Das Programm WELTTABELLEN stellt für das räumlich flache Standardmodell der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell) Weltlinien von Galaxien und Photonen in Tabellenform bereit. Berechnet werden zudem Hubble-Radius, Lichtkegel für beliebige Scheitelpunkte, Ereignishorizont und Partikelhorizont in Abhängigkeit von benutzerdefinierten Koordinatenbereichen. Weiter können verschiedene kosmologische Parameter, Schnittpunkte zwischen Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten sowie die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien und Horizonten ermittelt werden. Alle Ergebniswerte können in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung und Zeit seit dem Urknall bereitgestellt und sowohl in mitbewegten wie auch in physikalischen Koordinaten abgerufen werden.

WELTTABELLEN zeichnet die wesentlichen Charakteristiken des  $\Lambda$ CDM-Modells in Tabellenform nach. Das Programm kann von Fachleuten (z.B. Dozenten und Studenten an der Universität) und an Kosmologie interessierten Laien verwendet werden. Nach Kenntnis des Autors ist kein kostenloses vergleichbares Programm am Markt verfügbar. Der Leistungsumfang des Programms übersteigt bei Weitem die Fähigkeiten der im Internet auffindbaren Online-Kosmologie-Kalkulatoren.

Das Programm stellt keine graphische Benutzeroberfläche bereit.

Schlüsselwörter: Kosmologie-Kalkulator,  $\Lambda$ CDM, Weltlinie, mitbewegte Distanz, Eigendistanz, Hubblesphäre, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont, Rezessionsgeschwindigkeit, Abbremsparameter, kosmologische Parameter

### Änderungsverfolgung

Version Programm- beschreibung	Änderungen	Programm- version
19. September 2022	Erste Version der Programmbeschreibung	0.2
29. September 2022	Zusätzliches Kapitel mit Beispielen für Programm- ausdrucke	0.2
22. Dezember 2022	Einführung von Plotter-Datendateien, vorherige Version teilweise überarbeitet	1.0

**English translation of title and abstract for publication on viXra.****Windows Application****WELTTABELLEN****Worldlines of the Standard Model of Cosmology (Lambda-CDM Model) in Tabular Form****Program Description****Abstract**

The program WELTTABELLEN (literally: WORLDTABLES) provides worldlines of galaxies and photons in tabular form for the spatially flat standard model of cosmology (Lambda-CDM model). In addition, Hubble radius, light cones for arbitrary apexes, event horizon and particle horizon are calculated as a function of user-defined coordinate ranges. Furthermore, various cosmological parameters, intersections between light cone, Hubble sphere and horizons as well as the recession velocities of galaxies and horizons can be determined. All result values can be provided as a function of scale factor, redshift and time since the Big Bang and can be made available in co-moving or physical coordinates.

WELTTABELLEN traces the essential characteristics of the Lambda-CDM model. The program may be used by professionals (e.g. lecturers and students at the university) and lay people interested in cosmology. To the author's knowledge, no free comparable software is available on the market. The performance range of the program exceeds by far the capabilities of the online cosmology calculators that can be found on the internet.

The program does not provide a graphical user interface. There are no English versions of program printouts and program description.

**Keywords:** cosmology calculator,  $\Lambda$ CDM, worldline, comoving distance, proper distance, Hubble sphere, event horizon, light cone, particle horizon, recessional velocity, deceleration parameter, cosmological parameters

**Change tracking**

Program Description Version	Changes	Program Version
19 September 2022	First version of the program description	0.2
29 September 2022	Additional chapter with examples for program printouts	0.2
22 December 2022	Introduction of Plotter data files, partial revision	1.0

**Inhaltsverzeichnis**

1	Leistungen des Programms WELTTABELLEN .....	4
1.1	Bearbeitete Aufgabenstellungen .....	4
1.2	Einstieg ins Programm WELTTABELLEN .....	4
1.3	Zugang zu WELTTABELLEN .....	5
2	Vorbereitende Bemerkungen .....	5
2.1	Programmierungsumgebung .....	5
2.2	Rechtliche Hinweise / Avisos legales .....	5
2.2.1	Deutsche Version .....	5
2.2.2	Versión española .....	6
3	Eine kurze Einführung ins $\Lambda$ CDM-Modell .....	6
3.1	Einige theoretische Grundlagen .....	6
3.2	Hilfestellung durch Zeichnungen .....	7
3.2.1	Yukterez (Simon Tyran) .....	7
3.2.2	Davis/Lineweaver .....	8
3.2.3	Erläuterung der Weltlinien der Galaxie SPT0418-47 .....	8
3.2.4	Zusätzliche Bemerkungen zu den Zeichnungen .....	9
3.3	Weitere Distanzbegriffe .....	10
4	Normierung verschiedener Maßeinheiten .....	11
4.1	Skalenfaktor, Zeit und Rotverschiebung .....	11
4.2	Bemerkungen zur Rotverschiebung .....	11
4.3	Verwendete Formeln .....	12
5	Das Arbeiten mit WELTTABELLEN .....	13
5.1	WELTTABELLEN-Windows-Umgebung .....	13
5.2	Unterverzeichnisse des Hauptverzeichnisses .....	14
5.3	Vorbereitete Steuerdateien .....	14
5.4	Ein erster Übungslauf .....	18
5.5	Beispiel für eine Steuerdatei .....	19
5.6	Dateien vom Typ T_NACH_A und ihre Erzeugung .....	20
5.7	Bemerkungen zur Rechengenauigkeit .....	20
5.8	Obere und untere Grenze für das Rechnen mit WELTTABELLEN .....	21
6	Verwaltungsdateien des Programms WELTTABELLEN .....	21
6.1	Aufbau der Steuerdatei STEUERW .....	21
6.2	Platzhalter .....	35
6.3	Dateien vom Typ T_NACH_A .....	35
6.4	Erzeugung von Dateien vom Typ T_NACH_A via STEUERWa .....	36
6.5	Beispiel für die Erzeugung einer T_NACH_A-Datei .....	36
6.6	Datei ITERATIONENW .....	37
6.7	Datei GRENZENW .....	38
6.8	Plotter-Datendateien .....	38
7	Wartung .....	39
7.1	Fehlermeldungen .....	39
7.2	Änderungswünsche .....	39
8	Verwendete Symbole und Abkürzungen .....	39
9	Literatur .....	40
10	Anhang: Beispiele .....	41
10.1	Steuerdateien .....	41
10.2	WELTTABELLEN-Ausdrucke .....	43

# 1 Leistungen des Programms WELTTABELLEN

## 1.1 Bearbeitete Aufgabenstellungen

Das Programm WELTTABELLEN stellt für das räumlich flache Standardmodell der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell, Lambda Cold Dark Matter) Weltlinien von Galaxien und Photonen in Tabellenform bereit. Berechnet werden zudem Hubble-Radius (Radius der Hubblesphäre), Lichtkegel für beliebige Scheitelpunkte, Ereignishorizont und Partikelhorizont. Weiter können verschiedene kosmologische Parameter, die Schnittpunkte zwischen Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonten sowie die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien und Horizonten ermittelt werden. Alle Werte können in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung und Zeit seit dem Urknall bereitgestellt werden. Bezogen auf den Skalenfaktor können alle Größen von  $10^{-12}$  bis  $10^{30}$  durchlaufen werden. Alle Ergebnisse können in mitbewegten und physikalischen Koordinaten abgerufen werden.

Drei als AUFGABEN konzipierte Leistungen können über Steuerdateien abgerufen werden. Solche Steuerdateien kann man auch als Mini-Programme verstehen. Für verschiedene vorbereitete (z.B. Planck18, WMAP9) oder vom Benutzer festgelegte Parametersätze werden die folgenden Aufgaben in mitbewegten oder physikalischen Koordinaten gelöst.

- 1) Ausgabe von Hubble-Parameter, Hubble-Radius, Ereignishorizont, Lichtkegel und Partikelhorizont in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung, kosmischer Zeit bzw. Look-Back-Time, wobei die zuletzt genannten 4 Größen über die Steuerdateien Ausgabe von Hubble-Parameter, Hubble-Radius, Ereignishorizont, Lichtkegel und Partikelhorizont in Abhängigkeit von Skalenfaktor, Rotverschiebung, kosmischer Zeit bzw. eingegeben werden können, wobei der Scheitel des Rückwärts-Lichtkegels ein zusätzlicher Eingabeparameter ist und wobei alle Ergebnisse in Abhängigkeit von benutzerdefinierten Koordinatenbereichen bereitgestellt werden.

Neben den Standardtabellen werden in einer zusätzlichen Datei verschiedene Deltareihen (z.B. Ereignishorizont minus Hubble-Radius) sowie  $a'(t)$ ,  $a''(t)$  und Abbremsparameter  $q$  ausgegeben. In einer dritten Datei werden die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien auf den in der ersten Datei erwähnten Linien oder Horizonten und, sofern gewünscht, die Rezessionsgeschwindigkeiten der Horizonte selbst ausgegeben.

- 2) Berechnet werden verschiedene kosmologische Parameter: Schnittpunkt Ereignishorizont – Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel – Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel-Hubble-Radius, Umkehrpunkt von verlangsamer zu beschleunigter Expansion. Der Scheitel des Lichtkegels kann frei gewählt werden.
- 3) Berechnet werden Weltlinien von flexibel definierbaren Galaxien und deren Schnittpunkte mit Lichtkegeln bis zum Ereignishorizont.

## 1.2 Einstieg ins Programm WELTTABELLEN

WELTTABELLEN ist über zahlreiche Parameter steuerbar, die sämtlich in der hier vorliegenden Programmbeschreibung dargestellt sind. Die Länge der Darstellung mag den Benutzer im ersten Augenblick abschrecken.

Wir schlagen vor, ohne größere Vorbereitungen über Kap. 5.4 in die Arbeit mit WELTTABELLEN einzusteigen. Dazu sollte man Kap. 5.1 gelesen und Kap. 5.3 zumindest überflogen haben.

### **1.3 Zugang zu WELTTABELLEN**

Das Programm wird dem Absender einer E-Mail-Anfrage per E-Mail zugesandt.

## **2 Vorbereitende Bemerkungen**

### **2.1 Programmierumgebung**

Das Programm WELTTABELLEN des Autors wurde mittels GNU-FORTRAN77 über eine Windows-Umgebung der Universität York [7] erstellt:

<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/index.html> .

Wenn man von diesem Link nach DOWNLOADS abzweigt, verfügt man über alle notwendigen Informationen. Alternativ kann man auch über die Seite

<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/ftn.htm>

einsteigen.

Die Verzeichnisstruktur der FORTRAN-Programmierumgebung enthält für wissenschaftliche numerische Berechnungen die SLATEC-Bibliothek. Von dieser Bibliothek wurde lediglich auf die Subroutine DQAGS zur numerischen Integration zurückgegriffen, die wiederum die Subroutine DQAGSE aufruft. Beide Unterprogramme kann man sich auch im Internet ohne Schwierigkeiten im Quellcode beschaffen.

### **2.2 Rechtliche Hinweise / Avisos legales**

#### **2.2.1 Deutsche Version**

Der Autor stellt das für eigene Zwecke erstellte Computer-Programm WELTTABELLEN (Kosmologische Weltlinien in Tabellenform) interessierten Benutzern kostenlos zur Verfügung. Der Benutzer erhält eine Nutzungslizenz. Der FORTRAN-Quellcode wird nicht ausgeliefert. Das Programm kommt ohne Garantie und ohne Haftung.

Der Benutzer wird WELTTABELLEN als Quelle erwähnen, falls er durch das Programm ermittelte Zahlen veröffentlicht.

Der Benutzer wird das Programm nicht verwenden, wenn er mit den rechtlichen Rahmenbedingungen nicht einverstanden ist.

Es gilt paraguayisches Recht. Gerichtsstand ist Altos/Cordillera, PARAGUAY.

Die rechtlichen Hinweise sind in deutscher und spanischer Sprache formuliert. Im Zweifelsfall gilt die spanische Version.

### 2.2.2 Versión española

El autor pone gratuitamente a disposición de los usuarios interesados el programa informático WELTTABELLEN (líneas de universo cosmológicas en forma de tabla), creado para sus propios fines. El usuario recibe una licencia de uso del programa. No se suministra el código fuente en FORTRAN. El programa se ofrece sin garantía y sin responsabilidad.

El usuario mencionará a WELTTABELLEN como fuente si publica cifras determinadas por el programa.

El usuario no utilizará el programa si no está de acuerdo con el marco legal.

Se aplicará la ley paraguaya. El lugar de jurisdicción es Altos/Cordillera, PARAGUAY.

Los avisos legales se formulan en alemán y español. En caso de duda, se aplica la versión española del texto.

## 3 Eine kurze Einführung ins $\Lambda$ CDM-Modell

### 3.1 Einige theoretische Grundlagen

Auf großen Skalen wird das seit dem Urknall expandierende Universum als isotrop und homogen angenommen. Der lediglich durch expansionsbedingte Abstandsänderungen charakterisierte Raum wird auch als Hubble-Flow bezeichnet. Die anwachsenden Abstände zwischen im Hubble-Flow treibenden, als ruhend angenommenen fundamentalen Beobachtern können durch einen Skalenfaktor  $a(t)$  beschrieben werden, der allein von der Zeit  $t$  seit dem Urknall abhängt. Im Sinne der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Zeit als Eigenzeit der im Hubble-Flow treibenden ruhenden Objekte (mit synchronisierten Uhren) verstanden.

Koordinatensysteme für die Raumzeit des Universums bestehen aus 3 Raumachsen und einer Zeitachse. Die Raumachsen kann man im Fall des räumlich flachen  $\Lambda$ CDM-Modells in natürlicher Form als gemäß  $a(t)$  expandierende euklidische Koordinatenachsen interpretieren, wobei ruhende Objekte der Expansion der Achsen folgen. Basis für die Entwicklung des durch die Koordinaten abgebildeten expandierenden Universums ist dabei die Friedmann-Gleichung, zeitlicher Verlauf und Abstände sind durch die Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik (FLRW-Metrik) umschrieben.

Anders als für die Zeitachse gibt es für die Raumachsen kein natürliches Maß. Entfernungen zwischen Objekten zu konstanter gemeinsamer Zeit existieren, sind jedoch nicht messbar. Vielmehr müssen diese Distanzen über die kosmologische Theorie erschlossen werden. "Mitbewegte Koordinaten" treiben mit dem Hubble-Flow. Die mitbewegte Distanz (englisch: comoving distance) zwischen Objekten, die ebenfalls im Hubble-Flow treiben, ändert sich trotz der Expansion des Universums nicht. Im Gegensatz dazu spiegeln physikalische Koordinaten die mit der Expansion des Universums anwachsenden Entfernungen als Eigendistanz (englisch: proper distance) zwischen Objekten wider. Aufgrund von Isotropie und Homogenität des Universums kann der Ursprung des Koordinatensystems im Prinzip an einem beliebigen Ort des Universums angesetzt werden.

Genaugenommen gelten die Hubble-Gesetze, über die die Rezessionsgeschwindigkeiten von Objekten hergeleitet werden, nur für die anfangs eingeführten fundamentalen Beobachter. Um nicht allzu sehr von den Vorstellungen von Laien abzuweichen, an die dieses Programm auch gerichtet ist, wollen wir jedoch nomenklatorisch nur einen Beobachter annehmen, dessen heutiger Ort in der Milchstraße gelegen ist. Das Programm befasst sich mit Abständen von

Galaxien von diesem Beobachter und skizziert in Tabellenform die Weltlinien dieser Galaxien sowie die Weltlinien von auf den Beobachter gerichteten Photonen, die von diesen Galaxien emittiert werden.

Anders als die als ruhend angenommenen Beobachter sind die Galaxien jedoch in gravitativ bedingte Bewegungen eingebunden. Diese Pekuliarbewegungen werden durch die hier zugrundeliegende Theorie nicht abgebildet. Je länger das Licht benötigt hat, den heutigen Ort der Milchstraße zu erreichen, desto geringer sind die durch Pekuliarbewegungen bedingten relativen Fehler.

Der Beobachter in der Milchstraße wird heute, in der Vergangenheit und in der Zukunft im Zentrum des beobachtbaren und durch den Partikelhorizont begrenzten Universums angenommen. Wer mit der theoretischen Annahme keine Schwierigkeiten hat, dass für die Milchstraße keine gravitativ bedingten Pekuliarbewegungen stattgefunden haben, kann die Weltlinie des Beobachters unter dieser Annahme als Weltlinie der Milchstraße interpretieren. Zu bemerken ist, dass sich die wirkliche Weltlinie der Milchstraße nicht über eine nicht allzu große – hier nicht ermittelte - kritische Größe hinaus von der Weltlinie des Beobachters entfernt haben kann, da sich die Milchstraße sonst aufgrund der Expansion des Universums für immer vom Beobachter entfernt hätte.

### 3.2 *Hilfestellung durch Zeichnungen*

In den im Folgenden erwähnten Zeichnungen sind jeweils eine waagerechte Raumachse und eine senkrechte Zeitachse aufgeführt. Dimension der Raumachse ist Milliarden Lichtjahre, die der Zeitachse Milliarden Jahre. Zusätzlich zur Zeitdimension mag auf der Zeitachse noch der zum jeweiligen Zeitpunkt zugehörige Skalenfaktor eingezeichnet sein.

#### 3.2.1 **Yukterez (Simon Tyran)**

Zunächst wird empfohlen, die animierten Zeichnungen von Yukterez (Simon Tyran, Wien) [1] zu studieren.

<http://lcdm.yukterez.net/i.html#plot>

Die beiden Zeichnungen (eine für physikalische, die andere für mitbewegte Koordinaten) zeigen auf der waagerechten Achse eine durch das Zentrum der expandierenden Kugeloberflächen von Hubblesphäre (englisch: hubble sphere), Ereignishorizont (englisch: event horizon) und Partikelhorizont (englisch: particle horizon) verlaufende Gerade, die ohne Beschränkung der Allgemeinheit als eine der 3 räumlichen Koordinatenachsen aufgefasst werden kann. Der Abstand zwischen 2 Punkten auf dieser Achse ist der Absolutbetrag der Differenz zwischen beiden Punkten.

Die Zeitachse ist die senkrechte Achse der animierten Grafik.

Was man den Zeichnungen auch entnehmen kann: Jedem  $t$  oder  $a$  wird ein fester Entfernungswert auf dem jeweiligen Horizont bzw. der Hubblesphäre zugeordnet. Animiert dargestellt ist nur der Lichtkegel (englisch: light cone), der seine Gestalt im Zeitverlauf für alle Vergangenheitszeitpunkte (und auch alle Zukunftszeitpunkte) insgesamt ändert. Der Mantel des Rückwärts-Lichtkegels zeichnet alle Ereignisse nach, die man im Scheitelpunkt des Lichtkegels SEHEN kann. In der Grafik wandert dieser Scheitel von der frühen Vergangenheit bis in die fernere Zukunft, wobei der heutige Zeitpunkt durch eine waagerechte Linie besonders gekennzeichnet ist.

Das Wort SEHEN soll lediglich andeuten, dass von Ereignissen auf dem Lichtkegel emittierte Photonen den Ort des Beobachters passieren.

In der bildlichen Darstellung sieht man, dass der Rückwärts-Lichtkegel langsam (nach außen) größer wird und sich in der Zukunft in mitbewegten Koordinaten mehr und mehr dem Ereignishorizont zum Zeitpunkt bzw. Skalenfaktor des Scheitels nähert.

Am Scheitel  $s_1$  sichtbare Ereignisse kennzeichnen auf den Beobachter gerichtetes Licht, das von Galaxien zu einem bestimmten Vergangenheitszeitpunkt emittiert wurde.

Betrachten wir nun eine Galaxie, deren Licht zu einem Zeitpunkt  $t_1$  emittiert wurde und deren zum Zeitpunkt  $t_1$  emittiertes Licht an einem Scheitel  $s_1$  (z.B. heute) SICHTBAR ist. Stellt man eine solche Galaxie in den Mittelpunkt seiner Überlegungen, so weiß man, dass sich diese Galaxie gemäß geschilderter Theorie vom Beobachter entfernt. Sendet diese Galaxie zu einem späteren Zeitpunkt  $t_2$  weiterhin Photonen in Richtung des Beobachters aus, so ist dieses zum Zeitpunkt  $t_2$  emittierte Licht nun an einem Scheitel  $s_2$  mit  $s_2 > s_1$  SICHTBAR. Das Programm WELTTABELLEN ist in seiner AUFGABE 3 in der Lage, den Verlauf von Galaxien und zugeordneten Scheitelpunkten zu verfolgen.

### 3.2.2 Davis/Lineweaver

Zusätzlich zu den animierten Zeichnungen von Yukterez schlagen wir noch Figure 1 des Artikels von Davis/Lineweaver [2] zum Studium vor. Es handelt sich um die Darstellung analoger kosmologischer Konstrukte wie jene von Yukterez. Anders als bei Yukterez kann man die (unbewegliche) Zeichnung samt ausführlichen Erläuterungen in Ruhe studieren.

### 3.2.3 Erläuterung der Weltlinien der Galaxie SPT0418-47

Schließlich sei noch auf die bei Wikipedia veröffentlichte Zeichnung des Autors [8] von WELTLINIEN verwiesen. Diese Zeichnung ist unter dem in [8] erwähnten Link in allen Details breit erläutert. Die Erläuterungen ergänzen zudem die oben erläuterten theoretischen Grundlagen für das  $\Lambda$ CDM-Modell.

Auf SPT0418-47 und indirekt auf diese Zeichnung wird bisweilen in den später erläuterten Steuerdateien verwiesen, so dass auch ein Blick auf den Wikipedia-Artikel über die Galaxie SPT0418-47 sinnvoll erscheint. Ein Link auf diesen Artikel ist am unteren Ende der Erläuterungen zur Zeichnung vorhanden.

In dieser Zeichnung wird die Weltlinie des Beobachters als Weltlinie der Milchstraße etikettiert.

Hat man eine bestimmte Galaxie im Auge, so spricht nichts dagegen, die waagerechte Koordinatenachse ohne Raumwinkel in Richtung des radialen Pfads vom Beobachter zu dieser Galaxie (in der Zeichnung SPT0418-47) zu wählen. Die Galaxie entfernt sich auf dieser Achse vom Beobachter. Auch Photonen bewegen sich auf dieser Achse, und da diese Photonen den Beobachter schlussendlich erreichen, nähern sich diese zumindest in der Endphase dem Beobachter.



Man kann es auch anders formulieren: eine Galaxie, die beim Passieren des Ereignishorizonts noch existiert, wird vom Beobachter in jeder Zukunft noch zu SEHEN sein, und zwar umso später, je mehr sie sich dem Ereignishorizont nähert.

Erinnern wollen wir an dieser Stelle noch einmal daran, dass Hubblesphäre, Ereignishorizont, Partikelhorizont und auch die Lichtkegel vom Ort des Beobachters abhängige theoretische Konstrukte sind.

Der Lichtkegel jedes Scheitels ist anfangs (in den Zeichnungen im unteren Bereich) außerhalb der Hubblesphäre gelegen. (Um die Diskussion bestimmter Sondereffekte zu vermeiden, sollte man eventuell die erste Sekunde nach dem Urknall von dieser Aussage ausschließen. Praktisch ist diese Aussage erst ab dem Zeitpunkt der Emission der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung relevant.) Photonen am Scheitelpunkt SICHTBARER Galaxien, die zum Zeitpunkt der Photonenemission außerhalb der Hubblesphäre gelegen waren, haben sich deshalb zunächst vom Beobachter entfernt, bevor diese von der sich vergrößernden Hubblesphäre eingeholt wurden.

Zu allen Zeichnungen kann man feststellen, dass diesen (bei Außerachtlassung von Pekuliarbewegungen) keinesfalls notwendigerweise eine Reduktion der 4-dimensionalen Raumzeit auf eine 2-dimensionale Zeichenfläche zugrunde liegt. Zumindest dann, wenn man primär den radialen Pfad zu einer bestimmten Galaxie ins Auge fasst, sind alle Zeichnungen originär 2-dimensional. Die Galaxien entfernen sich exakt auf der Koordinatenachse, auf den Beobachter gerichtete Photonen bewegen sich in Richtung des Beobachters. Auch dann, wenn die Photonen sich anfangs noch entfernen sollten, sind sie immer auf der Koordinatenachse gelegen.

### 3.3 Weitere Distanzbegriffe

Die Zeit seit dem Urknall  $t$ , der Skalenfaktor  $a$ , die mitbewegte Distanz und die Eigendistanz (physikalische Distanz) sind globale Begriffe, die auch unabhängig von bestimmten Lichtkegeln gelten. Für alle von WELTTABELLEN ausgegebenen von  $a$  und  $t$  abhängigen Reihen lässt sich die mitbewegte Distanz (Ausgabe in mitbewegten Koordinaten) bzw. die Eigendistanz (Ausgabe in physikalischen Koordinaten) vom Beobachter in Form eines  $a$  und  $t$  zugeordneten Reihenwerts für Hubblesphäre, Ereignishorizont, Lichtkegel eines bestimmten Scheitels oder Partikelhorizont als Basisgrößen ablesen.

Die Rotverschiebung  $z$  und die Look-Back-Zeit (Synonym: Lichtlaufzeit) sind vom Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) abhängige Größen. In Bezug auf die ausgegebenen Reihen gelten sie nur für den Lichtkegel.

In Kosmologie-Lehrbüchern finden noch andere Abstandsbegriffe Verwendung, die im Normalfall mit dem Scheitel eines Lichtkegels bei  $a=1$  bzw.  $t=HEUTE$  (siehe auch Kap. 4.1) verbunden sind.

Die *Lichtlaufzeit-Entfernung* stellt einen Bezug zur Länge des Weges her, den das Licht im expandierenden Raum auf dem Weg vom Emissionszeitpunkt zum Scheitelpunkt des Lichtkegels zurückgelegt hat. Es wird einfach die Lichtlaufzeit (Look-Back-Zeit) mit der Lichtgeschwindigkeit multipliziert. Man kann diese Entfernung mittels WELTTABELLEN ermitteln, indem man den  $a$  und  $t$  zugeordneten LOOK-BACK-Wert abliest und anstelle der aufgeführten LOOK-BACK-Dimension „Mrd. Jahre“ nun die Dimension „Mrd. Lichtjahre“ verwendet.

Die *Winkeldurchmesser-Entfernung* ist im räumlich flachen  $\Lambda$ CDM-Modell wertmäßig identisch mit der Eigendistanz auf dem Rückwärts-Lichtkegel. Im Allgemeinen wird man in

der Lichtkegel-Reihe mit dem Scheitel bei  $a=1$  bzw.  $t=HEUTE$  den der Rotverschiebung  $z$  zugeordneten Wert ablesen. Die Winkeldurchmesser-Entfernung nimmt ihren Maximalwert dort an, wo der Lichtkegel die Hubblesphäre schneidet.

Die *Leuchtkraft-Entfernung* (als Entfernungsmaß in Mrd. Lichtjahren) kann als Variable 17 in die Plotter-Datendatei ausgegeben werden (siehe Kap. 6.1, Steuertyp -107).

## 4 Normierung verschiedener Maßeinheiten

### 4.1 Skalenfaktor, Zeit und Rotverschiebung

Zunächst verwenden wir, wie in Lehrbüchern üblich, für den Skalenfaktor den Buchstaben  $a$ , für die Zeit sei dem Urknall den Buchstaben  $t$  und für die Rotverschiebung den Buchstaben  $z$ .

Der Skalenfaktor  $a$  für den Zeitpunkt  $t=HEUTE$  wird mit  $a=1$  festgelegt. Alle vom Programm verwendeten Berechnungen gehen von dieser Festlegung aus. Die Festlegung auf  $a=1$  ist bedingt durch eine der möglichen Transformationen, die die FLRW-Metrik invariant lässt. Bei allen diesen Transformationen bleibt das Produkt aus Skalenfaktor und mitbewegter Entfernung stets gleich.

WELTTABELLEN ist in der Lage, Werte für Lichtkegel beliebiger Scheitelpunkte zu berechnen. Unter einem Scheitelpunkt oder Scheitel ist stets der Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels (Vergangenheits-Lichtkegels) gemeint. Die Rotverschiebung  $z=z(\text{Scheitel})$  ist damit eine vom Scheitel abhängige Größe. Mit  $z^*$  wird die Rotverschiebung des heutigen Lichtkegels bezeichnet. Diesem Thema ist das nächste Kapitel 4.2 gewidmet.

Der Wert mitbewegter Koordinaten entspricht dem Wert der physikalischen Koordinaten bei  $a=1$  (und nicht etwa beim Scheitel eines vom heutigen Lichtkegel verschiedenen Lichtkegels). Man findet in Lehrbüchern keine Hilfestellung, wie diese Wahl bei der Betrachtung unterschiedlicher Lichtkegel genau zu treffen ist. Sicher ist aber, dass es äußerst verwirrend wäre, wenn man neben  $z$  auch noch  $a$  in Abhängigkeit von Lichtkegel-Scheitelpunkten variabel festlegen würde. Aber: Bei Bedarf kann man mittels Steuertyp -107 Variable 15 (siehe Kap. 6.1) die Entfernung des Beobachters von einer Galaxie im Beobachtbaren Universum beim Scheitelpunkt  $a_s$  eines Lichtkegels ermitteln, wenn die Galaxie ihr Licht beim Skalenfaktor  $a$  emittiert hat.

$a$  und  $t$  sind also globale Größen und bijektiv aufeinander abbildbar. Alle internen Berechnungen der Applikation WELTTABELLEN erfolgen über den Skalenfaktor  $a$ . Das zu einem  $a$  gehörige  $t$  ist einfach berechenbar. Die Umkehrfunktion zur Abbildung von  $t$  auf  $a$  ist numerisch aufwendig. Die Verwendung von  $z$  als scheitelabhängige Größe ist für Berechnungen im Rahmen der in diesem Programm erbrachten Leistungen nicht geeignet.

Zusätzlich können zu erbringende Leistungen noch von der Look-Back-Time (Lichtlaufzeit)  $HEUTE$  minus  $t$  abhängig gemacht werden. Insbesondere kann z.B. für jeden Vergangenheits- und Zukunftszeitpunkt die (mitbewegte oder physikalische) Distanz einer durch die Lichtlaufzeit umschriebene Galaxie vom Beobachter ermittelt werden.

### 4.2 Bemerkungen zur Rotverschiebung

Rotverschiebungen sind ohne weitere Erläuterungen nur für einen Lichtkegel (genauer: für den Mantel eines Lichtkegels) relevant. Die Rotverschiebung  $z = a_s / a - 1$  bezieht sich immer auf den Scheitelpunkt  $a_s$  des Rückwärts-Lichtkegels. Das ist die natürliche Wahl.

$z^* = 1/a - 1$  bezieht sich auf den Scheitelpunkt zum heutigen Zeitpunkt. Ist der Scheitelpunkt von HEUTE verschieden, so sollte man mit der Interpretation von  $z^*$  vorsichtig sein.

$z^*$  ist bei einem von HEUTE verschiedenen Zeitpunkt bestenfalls dann einmal nützlich, wenn man via  $z^*$  nicht eine Rotverschiebung im eigentlichen Sinne, sondern in Wirklichkeit einen Skalenfaktor oder einen Zeitpunkt bezeichnen will, den man nur in der  $z^*$ -Form für den Lichtkegel mit Scheitelpunkt HEUTE vorliegen hat.

In den Tabellen steht  $z$  (oder ggfs. auch  $z^*$ ) gleichwertig neben dem Skalenfaktor  $a$  und der Zeit seit dem Urknall  $t$ . Während  $a$  und  $t$  globale Größen sind, die für alle gelieferten Reihen (Hubblesphäre, Horizonte, Lichtkegel) Gültigkeit besitzen, ist  $z$  als Wert neben  $a$  und  $t$  nur für den Lichtkegel eine sinnvolle Größe.  $z^*$  als Wert neben  $a$  und  $t$  bei einem Lichtkegel, dessen Rückwärts-Scheitelpunkt von HEUTE verschieden ist, ergibt genaunommen überhaupt keinen Sinn.

Ist  $z^*$  vorgegeben und ist  $a_s$  ( $a_s \neq 1$ ) der Scheitelpunkt des Lichtkegels, so verweist  $z = a_s (z^* + 1) - 1$  als Rotverschiebung für den Scheitel  $a = a_s$  auf den gleichen Zeitpunkt und das gleiche  $a$  wie  $z^*$  als Rotverschiebung für den Scheitel  $a = 1$ . Damit sind auch Hubble-Parameter; Hubblesphäre, Ereignishorizont und Partikelhorizont bei  $z^*$  (bezogen auf den Scheitel  $a = 1$  und  $z$  (bezogen auf den Scheitel  $a_s$ ) gleich. Lediglich die beiden Lichtkegel sind verschieden. Aber: Eine Galaxie, die sich bei  $z^*$  auf dem Lichtkegel mit Scheitel  $a = 1$  befindet, hält sich bei  $z$  NICHT auf dem Lichtkegel mit Scheitel  $a_s$  auf. (Mittels AUFGABE 3 können die Schnittpunkte der Weltlinie einer Galaxie mit verschiedenen Lichtkegeln ermittelt werden.)

In verschiedenen wissenschaftlichen Veröffentlichungen wird  $z$  zur Kennzeichnung der Weltlinie einer Galaxie verwendet, die einen Lichtkegel zu einem bestimmten  $a$  oder  $t$  schneidet. Hier kann man das  $z$  für einen Lichtkegel mit einem gerade betrachteten Scheitelpunkt  $a_s$  heranziehen, man kann aber auch  $z^*$  verwenden. Aus dem Text sollte hervorgehen, was gemeint ist, im Allgemeinen wird  $z^*$  für den Lichtkegel mit dem Scheitel HEUTE (bzw.  $a = 1$ ) verwendet. Von dieser Kennzeichnung machen auch Davis/Lineweaver Gebrauch.

Für die Interpretation von  $z$  bei WELTTABELLEN-AUFGABE 2 beim Schnittpunkt zwischen Partikelhorizont und Ereignishorizont siehe Davis/Lineweaver [2], speziell die unteren beiden Zeichnungen von Figure 1 und den vorletzten Abschnitt vor Kap. 4.  $z$  ist dadurch gekennzeichnet, dass der mitbewegte Abstand der Koordinate des Lichtkegels vom Beobachters gleich ist wie der Abstand des Schnittpunkts zwischen Partikelhorizont und Ereignishorizont vom Beobachter.  $z$  bezieht sich im Programm immer auf den Scheitelpunkt des Lichtkegels. Bei Davis/Lineweaver [2] ist angedeutet, dass man eher  $z^*$  meint, was aber dort nicht relevant ist, da man ausschließlich den Scheitelpunkt HEUTE verwendet.

### 4.3 *Verwendete Formeln*

Unter Verwendung des Ausdrucks (für  $H_0$ ,  $\Omega_R$ ,  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  siehe Kap. 8)

$$d(a_1, a_2, a_3) = c a_3 \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\alpha}{\alpha^2 H(\alpha)}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$ , dem Hubble-Parameter  $H(a) = H_0 E(a)$  und der Dichtefunktion  $E(a) = (\Omega_R a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_\Lambda)^{1/2}$  ergeben sich für den Beobachter im

Ursprung des räumlichen Koordinatensystems beim Skalenfaktor  $a$  für den mitbewegten bzw. physikalischen Abstand zu den Kugeloberflächen von Partikelhorizont, Ereignishorizont und Hubblesphäre die folgenden Formeln:

### Formeln für Lichtkegel, Hubblesphäre und Horizonte

Entfernung	mitbewegt	physikalisch
Partikelhorizont	$D_{PH}(a)=d(0, a, 1)$	$d_{PH}(a)=d(0, a, a)$
Ereignishorizont	$D_{EH}(a)=d(a, \infty, 1)$	$d_{EH}(a)=d(a, \infty, a)$
Hubblesphäre	$D_{HS}(a)=c / (a H(a))$	$d_{HS}(a)=c / H(a)$
Lichtkegel LK( $a_S$ )	$D_{LK}(a_S, a)=d(a, a_S, 1)$	$d_{LK}(a_S, a)=d(a, a_S, a)$

Der physikalische Abstand vom Beobachter ist der Radius der jeweiligen Kugeln.

Die Formeln für den Lichtkegel LK( $a_S$ ) mit Scheitel bei  $a_S$  umschreiben den Abstand des Beobachters beim Skalenfaktor  $a$  von einer Galaxie, von der der Beobachter beim Skalenfaktor  $a_S$  des Lichtkegelscheitels mit Lichtgeschwindigkeit übermittelte Informationen (i.a. Photonen) empfängt, die beim Skalenfaktor  $a$  emittiert wurden.

In [10] (Tabelle 4) sind diese Formeln in Abhängigkeit von der kosmologischen Zeit auffindbar.

## 5 Das Arbeiten mit WELTTABELLEN

### 5.1 WELTTABELLEN-Windows-Umgebung

Die WELTTABELLEN-Umgebung wird an Benutzer als ZIP-ORDNER geliefert.

Den gelieferten ZIP-Ordner muss man in einem Ordner des Betriebssystems entpacken, der im Weiteren als Hauptverzeichnis bezeichnet wird. Als Beispiel wird angenommen, dass dies der Ordner C:\ALTOS ist. Die Ausführung einiger Aufgaben ist gemäß Windows10 Version 22H2 beschrieben.

Man arbeitet in 2 Fenstern. Zum einen legt man eine Explorer-Verknüpfung auf C:\ALTOS auf den Desktop. Durch Doppelklick auf diese Verknüpfung wird man zum Fenster für dieses Verzeichnis geleitet. Dort kann man dann Texthaltungsdateien mit den Windows-Editor bearbeiten. Zum Bearbeiten einer BAT-Datei muss man eventuell beim ersten Aufruf via rechte Maustaste die Extension .bat mit dem Editor verbinden. Das Explorer-Fenster von C:\ALTOS sollte nach Dateinamen sortiert vorhanden sein. Dies ist die Microsoft-Voreinstellung.

Das zweite Fenster ist das der Windows-Eingabeaufforderung, im Weiteren als Konsole bezeichnet. Via „START – Windows-System – Eingabeaufforderung – (rechte Maustaste) Mehr - An Taskleiste anheften“ kann man das Fenster für die Eingabeaufforderung an die Taskleiste anheften. Klickt man auf den Link, so befindet man sich in der Konsolenumgebung, und zwar vermutlich in einem Verzeichnis C:\USERS\

```
C:
CD \ALTOS
```

Man kann z.B. im ersten Fenster eine Datei F.TXT (via rechte Maustaste – Neu – Textdokument) erstellen, den obigen Inhalt eintragen und die Datei dann in F.BAT umbenennen. Diese Datei muss man dann ins Verzeichnis C:\USERS\

und gibt im Fenster der Eingabeaufforderung dann F ein. Man befindet sich dann im Verzeichnis C:\ALTOS.

Man benötigt danach vor allem 2 Konsol-Befehle:

- 1) Mittels c xy wird die Datei STEUERWxy.txt auf die Datei STEUERW.txt kopiert.
- 2) Mittels w wird das Programm WELTTABELLEN abgerufen. Über die Steuerdatei STEUERW wird bestimmt, was genau das Programm WELTTABELLEN tun soll.

Ein Befehl d xy vereinigt beide Leistungen.

Wer das soeben beschriebene nicht hinkriegt, sollte das Programm WELTTABELLEN nicht benutzen.

Zusätzlich sollte der I-Steuertyp -1010 in der Datei ITERATIONENW (siehe Kap. 6.6) auf das Verzeichnis des Windows-DOKUMENTE-Ordners gesetzt werden. Wer das nicht schafft, kann den I-Steuertyp -1010 erst einmal neutralisieren. Das sieht nach einer Korrektur von ITERATIONENW.TXT dann so aus:

```
-8888, -1010
-8888, 1,C:\USERS\WERNER\DOCUMENTS\
```

Plotter-Datendateien werden nach der Verkommentierung ins Hauptverzeichnis geschrieben.

## 5.2 *Unterverzeichnisse des Hauptverzeichnisses*

Die WELTTABELLEN-Windows-Umgebung enthält neben dem Hauptverzeichnis 3 Unterverzeichnisse: STEUERD (mit Steuerdateien, siehe Kap. 5.3), PLOTTER (mit Batch-Dateien zur stapelweisen Ausführung von Plotter-Steuerdateien und sonstigen Hilfsdateien zur Erzeugung von Zeichnungen, siehe Kap. 6.8) und TNACHA (T\_NACH\_A-Dateien, für alle vorbereiteten WELTTABELLEN-Parametersätze bereits vorhanden, siehe Kap. 6.4 und 6.5).

## 5.3 *Vorbereitete Steuerdateien*

Bevor sich ein Benutzer im Detail mit dem Aufbau von Steuerdateien befasst, ist es ratsam, zunächst die Leistungen von WELTTABELLEN über einige vorbereitete Steuerdateien abzurufen. Es dürfte kein schlechtes Konzept sein, sich langsam durch Korrektur einzelner Elemente der Steuerdateien einen Einblick in deren Aufbau zu erarbeiten.

Sollten aus Versehen originäre Steuerdateien durch Korrekturen verlorengehen, so kann man diese aus dem WELTTABELLEN-ZIP-Ordner wiederherstellen.

Um einen Überblick über den abgedeckten Wertebereich zu erhalten, spricht nichts dagegen, die zentrale Steuerdatei STEUERW1a.txt auszuführen. Man gibt also auf der Konsole

```
c 1a                oder alternativ: d 1a
w
```

ein. Als Ergebnis findet man 3 neue Dateien im Ordner C:\ALTOS. Die Steuerdatei STEUERERW1a.txt ist inline dokumentiert.

Die im Weiteren erwähnten Steuerdateien sind vorbereitet. Durch einen Vergleich des Inhalts der Steuerdatei und den Ergebnisdateien gewinnt man schnell das Verständnis für den Aufbau von Steuerdateien. In der Tabelle wird auf die Aufführung der Extension .txt jeder Steuerdatei verzichtet. Die erste Ziffer hinter STEUERW bezeichnet die WELTTABELLEN-AUFGABE (1, 2, oder 3), die durch die Steuerdatei bearbeitet wird. Ist danach ein a, t, z oder r im Namen vorhanden, so wird angedeutet, dass in der Datei die primären Eingaben über den Skalenfaktor, die Zeit seit dem Urknall, die Rotverschiebung bzw. die Look-Back-Zeit (Lichtlaufzeit) erfolgen. Im Normalfall ist als Parametersatz Planck15 mit der Strahlungsdichte  $\Omega_R$  via Stefan-Boltzmann Konstante und Lichtkegel-Scheitel  $a=1$ ,  $t=HEUTE$  besetzt. Nur Abweichungen von diesen Festlegungen werden erwähnt.

In der folgenden Tabelle steht in der ersten Spalte die Namensweiterung der Steuerdatei (Beispiel: 1t steht für STEUERT1t.txt), in der zweiten Spalte die Aufgabennummer (1-3), in die dritten Spalte die Erläuterung zur Steuerdatei. In der letzten Spalte steht M für mitbewegt und P für physikalisch.

1a	1	Aufgabe 1 für einen gesamten a-Wertebereich. Durchläuft alle a von $10^{-12}$ bis $10^{30}$ mit größenabhängigen Deltawerten. Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.7 zu lesen. Ausgegeben werden mitbewegte Koordinaten.	M
1ap	1	Wie 1a, es werden allerdings physikalische Koordinaten ausgegeben.	P
1arez	1	Wie 1ap, es werden in _REZESSION die Rezessionsgeschwindigkeiten von Horizonten (und nicht die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben.	P
1t	1	Eingabe Zeitpunkte (-14 für HEUTE). Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.7 zu lesen.	P
1trez	1	Wie 1t. In _REZESSION-Datei wird die Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (und nicht die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben. Für sehr hohe Werte ist Kap. 5.7 zu lesen.	P
1ta2	1	Eingabe Zeitpunkte, Scheitel bei $a=2$	P
1t9t2	1	Eingabe Zeitpunkte für WMAP9, Scheitel bei $2*HEUTE$	P
1tV	1	Eingabe Zeitpunkte als Vielfache der Zeit von HEUTE	P
1r	1	Eingabe Look-Back-Time. Standardscheitel	P
1rV	1	Eingabe Look-Back-Time als Vielfache von HEUTE	P
1rV2	1	Wie 1rV, aber Scheitel $t=2*HEUTE$ , via externen Scheitel	P
1z	1	Eingabe Rotverschiebungen (Standardscheitel) $z=1090$ , Entfernung CMB heute: 45.22 <u>Mrd.</u> Lichtjahre (Planck18)	M
1zplot	1	Wie 1z, aber physikalische Koordinaten. Mit Plot. Entfernung CMB vom Beobachter bei $z=1090$ (zur Zeit der Lichtemission): 41.45 <u>Millionen</u> Lichtjahre (Planck18)	P
1zx	1	Siehe Kap. 10.1	P
1zx101	1	Siehe Kap. 10.1	P
1z2	1	Eingabe Rotverschiebungen $z^*$ , Ausgabe z (Scheitel $z^*=-0.5$ , entspricht $a=2$ ). Von Verwendung wird abgeraten.	M
1z3	1	Eingabe Rotverschiebungen $z^*$ , Ausgabe $z^*$ (Scheitel $z^*=-0.5$ ) Von Verwendung wird abgeraten.	M
1z4	1	Eingabe Rotverschiebungen z (nicht $z^*$ ), Ausgabe z (Scheitel $a=2$ ). Das ist zwar jetzt sinnvoll, aber vermutlich hat man keine Eingabedaten für z. (Die angegebenen z ergeben nicht jenen Sinn, der diesen für $z^*$ zgedacht war.)	M
1z5	1	Eingabe $z^*$ (Scheitel $z^*=-0.5$ ). Ausgabe z und zusätzlich $z^*$ für $z^*$ zwischen 1100 und 1089.	P
1z-ICRAR	1	Im Prinzip wie 1z, aber für Planck15 und $\Omega_R$ von ICRAR [9]	M

1zkons	1	AUFGABE 1 (weil Steuertyp -105 fehlt), Steuertyp -301 fehlt: Eingabe $z^*$ (oder auch $z$ ) von der Konsole. Es wird ein externer Scheitel bei $a=3$ definiert, den man abrufen kann oder auch nicht. Ruft man den externen Scheitel mit -7 ab, so werden $z^*$ -Werte erwartet. Ruft man den externen Scheitel mit -6 ab, so werden $z$ -Werte erwartet.	P
1zkon2	1	Wie 1zkons. Ausgegeben wird neben $z$ (Normalfall) in Zusatzzeile $z^*$ (via Steuertyp -222). Gibt man z.B. 1100, -1, 1089, -7 ein, so kann man die CMB-Rotverschiebungen $z$ für $a=3$ neben $z^*$ für $a=1$ sehen. In einem zweiten Lauf mit 1zkon2 für $z^*=0$ (also $a=1$ ) kann man durch einen Vergleich beider Ergebnisse für den jeweiligen Lichtkegel die unterschiedlichen physikalischen Entfernungen des jeweiligen Surface of Last Scattering ermitteln.	P

Bei den bei den Erläuterungen zu AUFGABE 3 bezieht sich die Variable AUFGABE3-EINGABEMODUS auf STYP -227 und die Variable EIGENART auf STYP -224.

2a	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $a=1$
2t	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $t=HEUTE$ Die Ergebnisse von 2a und 2t sind identisch
2tV	2	Kosmische Parameter für Scheitel bei $t=3*HEUTE$
2tW	2	Wie 2tV. Ausgabe $z^*$ anstelle $z$ . Nur um zu zeigen, dass es geht.
3-1-1	3	AUFGABE 3, (STYP -227) AUFGABE3EINGABEMODUS 1, (STYP -224) EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $a$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $a$ -Wert schneidet?
3-1-2	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 1, EIGENART -2: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $a$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit der Rotverschiebung $z=4$ beim Scheitel $a=2$ beim jeweiligen $a$ -Wert der DRITTEN Zeile schneidet?
3-3-1	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem bei $a=0.8$ physikalischen Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $t$ -Wert schneidet?
3-3-1V	3	Wie 3-3-1: Wegen Parameter 1 zu STEUERTYP -200 werden die $t$ -Werte als Vielfaches von HEUTE erwartet.
3-3-3	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -3: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie mit einem bei $t=12$ Mrd. Jahren physikalischen Abstand von 5 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter beim jeweiligen $t$ -Wert schneidet?
3-3-5	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -5: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden $t$ -Werte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die sich 5 Mrd. Jahre nach dem Urknall auf einem Lichtkegel mit einem Scheitel bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall befindet. Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Zeitpunkten in Mrd. Jahren der Dritten Zeile schneidet.

3-3-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 3, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Zeitpunkten in Mrd. Jahren der Dritten Zeile schneidet. Dieses Mal wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-4-1	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 4, EIGENART -1: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Scheitelpunkte erwartet. Bei welchen a bzw. t schneidet eine Galaxie mit einem mitbewegten Abstand von 10 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter die Lichtkegel mit den a-Scheitelpunkten der Dritten Zeile?
3-4-5	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 4, EIGENART -5: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Scheitelpunkte erwartet. Bei welchen a bzw. t schneidet eine Galaxie, die zum Zeitpunkt 0.3583579236 Mrd. Jahre nach dem Urknall auf einem Lichtkegel mit Scheitel bei $t=4.27938$ Mrd. Jahre gelegen ist, die Lichtkegel mit den a-Scheitelpunkten der Dritten Zeile? Es wird mit dem Parametersatz PLANCK15 gerechnet.
3-5-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 5, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden t-Scheitelpunkte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei 8 Mrd. Jahren nach dem Urknall SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Bei welchen a bzw. t schneidet die Galaxie die Lichtkegel mit den t-Scheitelpunkten der Dritten Zeile? Es wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-5-22V	3	Im Prinzip wie 3-5-22. Allerdings werden die t-Scheitelpunkte der Dritten Zeile jetzt als Vielfache von HEUTE erwartet. Die aufgeführten Scheitelunkte der Dritten Zeile stimmen nicht mit den absolut aufgeführten von 3-5-22 überein.
3-5-22plot	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 5, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden t-Scheitelpunkte erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung 4.2248 (SPT0418-47) beim Standardscheitel eines Lichtkegels ( $z(\text{HEUTE})=0$ ) SICHTBAR ist. Bei welchen a bzw. t schneidet die Galaxie die Lichtkegel mit den t-Scheitelpunkten der Dritten Zeile? Außerdem werden die Schnittpunkte (t, Galaxie, siehe STYP -107) in physikalischen Koordinaten bis zum Ereignishorizont in die Plotter-Datendatei geschrieben. Da STYP -106 nicht besetzt ist, erhält die Plotter-Datendatei (im Hauptverzeichnis) den Standardnamen mit angehängtem PLOT.
3-11-2	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 11, EIGENART -2: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte erwartet, und zwar in folgender Form (SONDERAUFBAU): zwischen dem vorletzten Wert (hier -8 für die durch das TRIPEL von STYP -224 bestimmte Galaxie) und dem Ereignishorizont werden so viele a eingefügt, wie es der letzte Wert anzeigt. Werte davor sind, sofern vorhanden, a-Werte (im Allgemeinen kleiner als der vorletzte Wert), die zusätzlich behandelt werden. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z=9$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $a=8$ SICHTBAR ist. Achtung: $z(a=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren a der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet.

3-11-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 11, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden a-Werte gemäß SONDERAUFBAU (siehe 3-11-2) erwartet. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z = 0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $t=8$ Mrd. Jahre SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren a der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet. Es wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-13-22	3	AUFGABE 3, AUFGABE3EINGABEMODUS 13, EIGENART -22: In der Dritten Zeile von Steuertyp -227 werden t-Werte erwartet, und zwar in folgender Form (SONDERAUFBAU): zwischen dem vorletzten Wert (hier -8 für die durch das TRIPEL von STYP 224 bestimmte Galaxie) und dem Ereignishorizont werden so viele t eingefügt, wie es der letzte Wert anzeigt. Werte davor sind, sofern vorhanden, t-Werte (im Allgemeinen kleiner als der vorletzte Wert), die zusätzlich behandelt werden. Betrachtet wird die Weltlinie einer Galaxie, die unter einer Rotverschiebung $z = 0.4118745344$ beim Scheitel eines Lichtkegels bei $t=8$ Mrd. Jahre SICHTBAR ist. Achtung: $z(t=8)=0$ . Über den mitbewegten Abstand dieser Galaxie vom Beobachter werden die Scheitel jener Lichtkegel berechnet, den die Galaxie zu den Skalenfaktoren t der Dritten Zeile (gemäß SONDERAUFBAU) schneidet. Es wird mit PLANCK15 gerechnet.
3-13-22x	3	Siehe Kap. 10.1
3-13-22xplotp	3	Wie 3-13-22x, zusätzlich werden Zeit- und physikalische Galaxie-Koordinaten in die Plotter-Datendatei geschrieben.
3-13-22xplotm	3	Wie 3-13-22x, zusätzlich werden Zeit- und mitbewegte Galaxie-Koordinaten in die Plotter-Datendatei geschrieben.

Im Unterverzeichnis STEUERD des Hauptverzeichnisses ist eine Datei „Zusaetzliche-Steuerdateien-WELTTABELLEN.PDF“ verfügbar, in der zusätzliche Beispiele für Steuerdateien (insbesondere Plotter-Datendateien) erläutert werden.

#### 5.4 Ein erster Übungslauf

Steuerdateien befinden sich im Unterverzeichnis STEUERD des Hauptverzeichnisses C:\ALTOS. Das Programm WELTTABELLEN, aufgerufen durch w, greift stets auf die Steuerdatei STEUERW im Hauptverzeichnis zu.

Wir setzen im Weiteren voraus, dass der Benutzer Kap. 5.1 gelesen hat. Es sind also das Explorer-Fenster von C:\ALTOS und das auf C:\ALTOS verweisende Konsolfenster verfügbar.

Wir gehen jetzt davon aus, dass sich der Benutzer entschlossen hat, WELTTABELLEN-Durchläufe für die Steuerdateien STEUER1t, STEUER1z, STEUER2t und STEUER3-11-22 durchzuführen. Weiter gehen wir (nur wegen der Namen der Ausgabedateien) davon aus, dass zuvor keine WELTTABELLEN-Durchläufe stattgefunden haben.

In der Konsoleingabe gibt der Benutzer nun

c 1t                    und danach  
w                        ein, oder alternativ einfach

d 1t.

Sodann wechselt er jetzt ins Explorer-Fenster und findet unten (Explorer-Fenster nach Dateinamen geordnet) die 3 Dateien ZZ.TXT, ZZ\_DELTA.TXT und ZZ\_REZESSION.TXT vor. Durch Doppelklick auf den jeweiligen Dateinamen kann er sich die Ergebnisse anschauen.

Mit den Konsoleingaben

	<u>alternativ</u>
c 1z w	d 1z
c 2t w	d 2t
c 3-11-22 w	d 3-11-22

kann der Vorgang wiederholt werden, die Ergebnisdateinamen nehmen nun die Form ZZA, ZZB und ZZC an.

Übrigens fasst der Befehl d (realisiert durch die Datei d.bat) die beiden Befehle c und w zusammen. Man wird aber häufig die Datei STEUERW.TXT im Hauptverzeichnis korrigieren, um nicht mühsam aufgebaute Steuerdateien im Verzeichnis STEUERD zu zerstören. Eine Aufteilung in 2 Befehle erscheint daher häufig zweckmäßig.

### 5.5 Beispiel für eine Steuerdatei

Es folgt der Ausdruck der Steuerdatei STEUERW1t. Hinter einem Komma am Ende der Eingabeparameter können Kommentare stehen.

```
-103,   Text bis vor &&&-Zeile wird am Anfang der ersten Ausgabedatei ausgegeben
Eingabe von Zeitwerten t (Mrd. Jahre seit dem Urknall)
&&&
-111
18,-9,   Parametersatz Planck 18, OMEGA_R via Stefan-Boltzmann-Konstante
-201
3,       via Steuertyp -301 werden Zeitwerte in Mrd. Jahren seit Urknall erwartet
-211
1,       es werden physikalische Daten ausgegeben
-301,   auszugebende Zeitpunkte
0.000365,0.000001,0.000390,-14,-8,   Zeit CMB. Scheitelpunkt Lichtkegel: -14 (HEUTE).
0.001,0.001,0.009,-8
0.01,0.01,0.09,-8
0.1,0.1,0.9,-8
1,1,9,-8
10,0.1,13.7,-8
-14,0,-14,-8,   HEUTE in Mrd. Jahren seit dem Urknall
13.8,0.1,13.9,-8
14,10,500,-8
600,100,1100,-9
-999,   ENDE DER DATEI
```

Da der Steuertyp -102 nicht besetzt ist, beginnen alle Ausgabedateien mit der Buchstabenfolge ZZ. Für den Platzhalter -14 siehe Kap. 6.2.

### 5.6 Dateien vom Typ T\_NACH\_A und ihre Erzeugung

Dateien vom Typ T\_NACH\_A sind in Kap. 6.3 genauer erläutert. In Kap. 6.4 ist beschrieben, wie man solche Dateien über spezielle Steuerdateien erzeugen kann.

### 5.7 Bemerkungen zur Rechengenauigkeit

Das Programm WELTTABELLEN arbeitet mit doppelter Genauigkeit, was ungefähr 15 Dezimalziffern entspricht. Bei Iterationsverfahren wird im Allgemeinen eine relative Genauigkeit von  $10^{-13}$  vorgegeben.

Man kann bei der Mehrheit der zwischen  $10^{-12}$  und  $10^{30}$  bezogenen a-Eingangswerte mit mindestens 8 zählenden Ziffern bei den Ergebniswerten rechnen. Schwierigkeiten treten immer dann auf, wenn durch Rechnung mit absolut großen Werten kleine Ergebnisse (Ergebnisse in der Nähe von NULL bezogen auf die Größe der Eingangswerte) zustande kommen.

Da das Programm davon ausgeht, dass man die Scheitelpunkte von Lichtkegeln beliebig nach oben und unten verschieben kann, ist es a priori fast unmöglich zu sagen, wo sinnvolle Grenzen für eine Bewertung von Ergebnissen vorhanden sind.

Wir raten, in Zweifelsfällen einen Blick auf jene Ergebnisreihen zu werfen, die durch Berechnungen von WELTTABELLEN über die Steuerdateien 1a oder 1ap zustande gekommen sind.

Für die weiteren Überlegungen gehen wir von einem Lichtkegel-Scheitelpunkt von  $a=1$  (d.h.  $t=HEUTE$ ) aus.

Man kann sich das Genauigkeitsproblem an den beiden Größen Hubble-Radius und Ereignishorizont klar machen. Für große a-Werte konvergieren beide gegen den gleichen Wert, in mitbewegten Daten gegen NULL und in physikalischen Daten gegen  $c / (H_0 * \Omega_\Lambda^{1/2})$  in Mrd. Lichtjahren.

In der 8-ziffrigen Darstellung sind beide Reihen ab  $a=0.4*10^3$  in mitbewegten, ab  $a=0.3*10^3$  in physikalischen Koordinaten nicht mehr voneinander unterscheidbar, und die Werte ändern sich danach auch nicht mehr. Es ist klar, dass es in dieser Darstellung zwecklos ist zu fragen, wo ein nahe beim Ereignishorizont gelegener Lichtkegel den Hubble-Radius schneidet, sofern dieser Schnittpunkt oberhalb der kritischen Grenze gelegen ist.

Schaut man sich in den \_DELTA-Dateien die Reihe Ereignishorizont-minus-Hubble-Radius an, so kann man in mitbewegten und physikalischen Koordinaten bis  $0.6*10^5$  ein halbwegs vernünftiges Verhalten feststellen. Danach sieht man nur noch Rundungsfehler. (Die Unterschiede könnte man auch in den beiden Originalreihen feststellen, wenn beide Reihen mit 13 zählenden Ziffern ausgedruckt würden.)

Die Verfolgung beider Reihen in der Druckausgabe soll nur als ein exemplarisches Beispiel dienen, wie man grundsätzlich feststellen kann, ob man Ergebnisse (besonders solche nahe NULL) bei sehr hohen Eingangswerten (bei anderen Fragestellungen bei sehr niedrigen Eingangswerten) noch sinnvoll verwenden kann. Meistens ist es durch eine analoge Verfolgung anderer Reihen ebenfalls möglich zu ermitteln, wo durch erratisches Verhalten die Zone der Nur-noch-Rundungsfehler beginnt.

### 5.8 Obere und untere Grenze für das Rechnen mit WELTTABELLEN

Für Benutzer sind a-Eingangswerte zwischen  $10^{-12}$  und  $10^{30}$  möglich. Der maximale Bereich ist durch die Datei GRENZENW (siehe Kap. 6.7) festgelegt. Durch WELTTABELLEN-Durchläufe mittels STEUERW<sub>a</sub> werden den a-Werten in Dateien vom Typ T\_NACH\_A Parametersatz-abhängige t-Werte zugeordnet.

Die zulässige Größenordnung für a- und t-Werte ist offensichtlich äußerst großzügig bemessen. Es liegt aber in der Natur einer Applikationsnutzung, dass Benutzer versuchen, die Größenordnungen auszutesten. Während die a-Werte Parametersatz-unabhängig sind, werden t-Werte über den jeweils aktuellen Parametersatz zugeordnet. Dadurch ist es unter der Annahme Parametersatz-spezifischer T\_NACH\_A-Dateien möglich, dass insbesondere für t-definierte Programmaufrufe das Programm für einen Parametersatz (z.B. PLANCK18) erfolgreich beendet wird, bei einem anderen Parametersatz (z.B. 737) jedoch wegen Grenzüberschreitung abbricht.

## 6 Verwaltungsdateien des Programms WELTTABELLEN

Mittels Steuerdateien vom Typ STEUERW werden einzelne Dienstleistungen programmiert, die von WELTTABELLEN bereitgestellt werden sollen. Dies geschieht dadurch, dass mittels Steuerdateien vom Typ STEUERW einzelne dienstleistungsspezifische Parameter übergeben werden.

Andere Parameter zur Steuerung von WELTTABELLEN sind globaler Natur. Diese werden nur selten geändert und werden über die Datei ITERATIONENW an WELTTABELLEN übermittelt. Über die meisten Parameter werden Iterationsverfahren zur Lösung bestimmter Aufgaben gesteuert, wobei die Bereitstellung von Startwerten für diese Iterationsverfahren ein häufiges Anliegen ist.

Es ist relativ einfach, einem Skalenfaktor a einen Zeitwert  $t=F(a)$  seit dem Urknall zuzuordnen. Die Umkehrung dieser Aufgabenstellung, also die Zuordnung  $a=F^{-1}(t)$  erfolgt numerisch über ein Iterationsverfahren. Die Startwerte für die Abbildung für bestimmte t sind in einer Datei vom Typ T\_NACH\_A abgespeichert.

Für den Abruf bestimmter Dienstleistungen stellt der Autor Steuerdateien vom Typ STEUERW bereit. Um andere Typen von Steuerdateien muss sich der Benutzer nicht oder nur sehr selten kümmern.

### 6.1 Aufbau der Steuerdatei STEUERW

**Vorbemerkung:** Ein Benutzer sollte die vorbereiteten Steuerdateien zu Rate ziehen, falls ihm Teile der im Weiteren dargelegten Beschreibung nicht klar sind. Vom Benutzer nicht voll verstandene Variablen in diesen Dateien sollten nicht ohne Not geändert werden. Durch den Befehl „C Zeichenfolge“ (via Befehlsdatei C.BAT) wird die durch die Zeichenfolge umschriebene Steuerdatei im Unterverzeichnis STEUERD auf STEUERW.TXT kopiert. Z.B. wird durch „C 1t“ die Datei STEUERW1t.TXT im Unterverzeichnis STEUERD auf STEUERW.TXT im Hauptverzeichnis kopiert. Der anschließende Befehl w (in w.BAT) führt WELTTABELLEN mit der Steuerdatei STEUERW.TXT aus. Schreibt man anstelle „C 1t“ den Befehl „D 1t“, so wird die betreffende Steuerdatei unmittelbar ausgeführt. (Man sollte eine selbst aufgebaute Steuerdatei nicht einfach STEUERW.TXT nennen, da diese Datei später leicht überschrieben werden kann.)

Die Steuerdatei STEUERW.TXT besteht aus einer Folge von Zeilen, wobei eine Zeile mit genau einem negativen Wert (dem STEUERTYP) andeutet, was in einer Folgezeile (oder mehreren Folgezeilen) aufgeführt ist.

Die Steuertypen müssen gemäß Absolutwert aufsteigend geordnet aufgeführt sein.

Es werden in der folgenden Tabelle diese Abkürzungen verwendet: (I) = Integer, (D)=Double Precision, V=Voreinstellung.

Ist der letzte Wert einer Zeile ein (I)- oder (D)-Wert, kann nach einem Komma hinter diesem letzten Wert ein Kommentar stehen.

Alle Steuertypen sind optional. Fehlt der Steuertyp, werden Voreinstellungen (V) verwendet.

Noch eine Vorbemerkung: Häufig wird die Zahl -9 als Platzhalter für einen voreingestellten Wert verwendet.

<p>STYP -100 Normalfall: fehlt</p>	<p>Debug, nur für Entwicklung: Folgezeile DDEBUG (D), DEBUG(I), DEBUG2(I), DEBUG3(I). V:0.D0,0,0,0 DDEBUG: im Allgemeinen Wert von a, bei dem allein Debug durchgeführt wird. DEBUG: 1=Debug JA (abzuraten bei großer Anzahl von a), 0=Debug NEIN DEBUG2=1,2,3,4: Debug (auch bei DEBUG=0) nur für Zeit, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont, und nur für den laufenden Skalenfaktor DDEBUG.</p> <p>DEBUG3=-1: Verschiedene Steuerdatei-Eingaben werden auf der Konsole ausgegeben. DEBUG3=1: Debug Intervallgrenzen Integration. DEBUG3=2: Debug des Einlesens von STEUERW und ITERATIONENW DEBUG3=3: DEBUG des Überlesens von Zeilen in ITERATIONENW und REWINDS ITERATIONENW DEBUG3=4: Debug NULLST DEBUG3=5: DEBUG LKApex, bzw. FFF Variante 2 DEBUG3=6: DEBUG LINKSAPEX, insbesondere Grenzen GRENZENW</p>
<p>STYP -101 Normalfall: fehlt</p>	<p><u>Nur für den Spezialfall der Erzeugung einer Datei von T_NACH_A. Nur für zentrale Steuerdatei STEUERa.TXT (gemäß AUFGABE 1)</u> In der Folgezeile folgen 3 (I)-Werte. Der 2. und 3. Wert sind derzeit mit -9 zu besetzen. V: 1,-9,-9 Erster Wert gleich -1: Es erfolgt ein Probelauf ohne Erzeugung der Datei vom Typ T_NACH_A. Erster Wert gleich 1: Es werden in die Datei T_NACH_A.TXT_parametersatz.TXT alle abgerufenen a und die zugeordneten t je Zeile ausgegeben. Dies ist nur sinnvoll für die große a-Standarddatei STEUERWa.TXT (durchläuft alle a von <math>10^{-13}</math> bis <math>10^{31}</math>, also oben und unten eine Potenz mehr als sonst für Benutzerwerte zulässig). Eine Datei vom Typ T_NACH_A muss verfügbar sein, wenn „Eingabe t“ bei Eingabetyp -201 bei einem späteren Aufruf gefordert wird. Außerdem ist die Datei für AUFGABEN 2 und 3 erforderlich. Erzeugt wird z.B. die Datei T_NACH_A_PLANCK18.TXT, wenn der Parametersatz PLANCK18 verwendet wird, und zwar mit genau jenem <math>\Omega_R</math>, das auch sonst bei der Ausgabe verwendet wird. Wird später ein Lauf mit PLANCK18 durchgeführt, so wird auf die Datei T_NACH_A_PLANCK18.TXT zurückgegriffen. Ist diese nicht vorhanden wird T_NACH_A.TXT abgerufen. Besonders bei sehr kleinen und bei sehr großen Werten von a (und entsprechenden Werten von t und z) kann eine Fehlermeldung erfolgen, wenn die gelesene Datei nicht in allen Parametern mit den Laufparametern übereinstimmt. Im Zweifelsfall muss eine T_NACH_A-Datei mit identischen Parametern erstellt werden. Zu bemerken ist allerdings, dass solche Fehler vor allem bei der großen a-Steuerdatei auftreten. Für praktische Rechnungen wird man die sehr kleinen und sehr großen a-Werte kaum verwenden. Möchte man eine T_NACH_A-Datei für einen nicht voreingestellten Parametersatz erstellen, so kann man dem mittels Steuertyp -112 erzeugten Parametersatz in der zweiten Folgezeile einen Namen (ohne Leerzeichen) geben. Für diesen Namen wird dann eine T_NACH_A_name.TXT erstellt, die beim erneuten Aufruf mit gleichem -112-Steuertyp erkannt wird.</p>

	<p>Die beiden weiteren Parameter MINUSUNTEN und PLUSOBEN sollen vom Benutzer nicht geändert werden.</p> <p>Bedeutung des zweiten Parameters MINUSUNTEN (I) (V:-9, entspricht 1): Untere Grenze für Benutzereingaben in GRENZENW wird um MINUSUNTEN verringert.</p> <p>Bedeutung des dritten Parameters PLUSOBEN (I) (V:-9, entspricht 1): Obere Grenze für Benutzereingaben in GRENZENW wird um PLUSOBEN erhöht.</p>
STYP: -102 V=ZZ	<p>Dateiname Ausgabedatei ohne Extension „.TXT“</p> <p>In der Folgezeile steht der Dateiname (maximal 40 Zeichen inklusive angehängte Buchstaben).</p> <p>Ist der Dateiname bereits vorhanden, wird durch Anhängen von Buchstaben ein neuer Dateiname gebildet.</p> <p>Übliches Vorgehen ist, sich um die Dateinamen nicht mehr zu kümmern, nachdem man die Festlegung über den Typ -102 einmal getroffen hat. Bei allen Folgeaufrufen ist derselbe Dateiname aufgeführt, der vom Programm durch Anhängen von Buchstaben ergänzt wird.</p> <p>Zusätzlich werden bei allen 3 AUFGABEN zwei Ausgabedateien erstellt, bei der _DELTA bzw. _REZESSION an den Namen der Hauptausgabedatei angehängt wird.</p> <p>Wird mit STYP -107 eine Plotter-Datendatei erstellt und ist STYP -106 nicht vorhanden, so wird eine Plotter-Datendatei mit der Extension PLOT ins Hauptverzeichnis geschrieben.</p>
STYP -103	<p>Die Text-Folgezeilen (max. 100 Zeichen) werden an den Anfang der Ausgabedatei geschrieben. &amp;&amp;&amp; als erste 3 Zeichen einer Zeile beenden Ein- und Ausgabe.</p>
STYP -104 Normalfall: fehlt. Nicht ohne Not verwenden!	<p>EPSREL (D), LINKSMULTIPLIKATOR (D), RECHTSMULTIPLIKATOR (D):</p> <p>ESPSREL; relative Genauigkeit bei der Berechnung von Integralen: V: -9, siehe auch ITERATIONENW ITYP=1060.</p> <p>LINKSMULTIPLIKATOR (V:-9), RECHTSMULTIPLIKATOR (V:-9): wie in ITERATIONENW ITYP=1070 beschrieben.</p> <p>Kleinste sinnvolle Größe für ESPREL: 5.D-14. Beispiel LINKSMULTIPLIKATOR, RECHTSMULTIPLIKATOR: 0.1, 10.</p> <p>Bedeutung -9: wie in ITERATIONENW vorgegeben.</p> <p>Fehlt im Allgemeinen. Man kann jedoch die Genauigkeit für bestimmte Durchläufe ändern, ohne ITERATIONENW abzuändern.</p>
STYP -105 V=1	<p>AUFGABE. In der Folgezeile steht ein (I)-Wert.</p> <p>AUFGABE 1: STANDARD</p> <p>a) Ausgabe der Standardtabellen (a, z, t, Look-Back, Hubble-Parameter, Hubble-Radius, Ereignishorizont, Lichtkegel, Partikelhorizont).</p> <p>b) In Datei mit Primärname _DELTA (_DELTA wird an den Namen der primären Ausgabedatei angehängt) zusätzliche Deltareihen (Ereignishorizont minus Hubble-Radius, Lichtkegel minus Hubble-Radius, Partikelhorizont minus Ereignishorizont). Für die kosmische Zeit wird zusätzlich die konforme Zeit aufgeführt. Zusätzlich noch <math>a'(t)</math>, <math>a''(t)</math> und Abbremsparameter <math>q</math>.</p> <p>c) In Datei mit Primärname _REZESSION werden die Rezessionsgeschwindigkeiten (in Vielfachen der Lichtgeschwindigkeit <math>c</math>) von Galaxien auf den Weltlinien der Standardtabellen von Punkt a) ausgegeben. Im Falle der Ausgabe von mitbewegten Koordinaten werden die heutigen Fluchtgeschwindigkeiten der entsprechenden Galaxien kenntlich gemacht.</p>

<p>c2) Ist der Wert in der Folgezeile von Steuertyp -211 gleich 101, so werden in der Datei _REZESSION nicht die Rezessionsgeschwindigkeiten von Galaxien auf Horizonten ausgedruckt. Vielmehr werden die Rezessionsgeschwindigkeiten der Horizonte (in physikalischen Koordinaten) selbst ausgegeben</p> <p>Was genau ausgegeben wird, wird mittels Steuertyp -301 festgelegt. Steuertyp -201 legt fest, wie die mittels -301 eingegebenen Werte zu interpretieren sind. Steuertyp -211 entscheidet darüber, ob mitbewegte oder physikalische Koordinaten ausgegeben werden.</p> <p>Bei den AUFGABEN 2 und 3 werden die oben erwähnten Tabellen zusätzlich in kleinen Paketen ausgedruckt. Nur die Tabellen von c2) werden ausschließlich bei AUFGABE 1 verwendet.</p> <p>+++++++</p> <p>AUFGABE 2: Ausgabe verschiedener kosmologischer Parameter: Schnittpunkt Partikelhorizont-Ereignishorizont, Schnittpunkt Lichtkegel –Partikelhorizont, Schnittpunkt Lichtkegel- Hubblesphäre, Übergang von verlangsamter zu beschleunigter Expansion In der 2. Folgezeile werden 2 Werte erwartet: AUFGABE2EINGABETYP(I), Scheitelpunkt Lichtkegel (D) Bedeutung: AUFGABE2EINGABETYP=1: Scheitelpunkt in a (1=Skalenfaktor HEUTE) AUFGABE2EINGABETYP=3: Scheitelpunkt in t (Mrd. Jahre, -14=HEUTE) AUFGABE2EINGABETYP=33: Scheitelpunkt in t (Vielfaches des Werts von HEUTE)</p> <p>Eine -7 für den Abruf des externen Scheitels ist in beiden Fällen zulässig.</p> <p>Nur der Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubblesphäre bzw. Partikelhorizont sind vom Rückwärts-Scheitelpunkt des Lichtkegels abhängig. Bei den anderen beiden Parametern ändern sich lediglich die vom Scheitelpunkt abhängigen z-Werte.</p> <p>Unter den aktiven Steuertypen werden nur -111/-112, -120 und (teilweise) -221 ausgewertet.</p> <p>+++++++</p> <p>AUFGABE 3 befasst sich mit den Weltlinien von Galaxien (als Beispiel massebehafteter, als ruhend angenommener Objekte) und deren Schnittpunkten mit Lichtkegeln und Ereignishorizont. Berechnungen erfolgen in 2 Schritten. Der Ort der Galaxie wird intern durch einen Wert von a und durch einen mitbewegten Abstand vom Beobachter bei diesem Wert identifiziert. Die Parameter werden durch die Steuertypen -224 und -227 eingegeben.</p>
---

STYP -106 Normalfall: fehlt	Ist STYP -106 nicht besetzt, wird aber via STYP -107 geplottet, so erscheint das Ergebnis im Standardverzeichnis (siehe STYP -102). Der Steuertyp überschreibt den Standardnamen für die Plotter-Datendatei. Die Plotter-Datendatei wird zusätzlich im Normalfall in das durch ITYP -1010 (Datei ITERATIONENW) bezeichnete Verzeichnis geschrieben In der Folgezeile wird der Name für eine Plotter-Datendatei erwartet. Dieser Name darf einen Verzeichnisnamen enthalten, z.B. C:\USERS\ <name>\DOCUMENTS\PLOTTERDTEI (Windows-Standardverzeichnis für Dokumente). Enthält der Dateiname keine Extension, wird .TXT angehängt. Ist ein Verzeichnisname enthalten, so überschreibt dieser den Verzeichnisnamen von I-Steuertyp -1010 (in ITERATIONENW).</name>
STYP -107 Normalfall: fehlt, d.h. kein Plotten	Zusätzliche Ausgabe in eine Plotter-Datendatei. Diese mag auch für andere Zwecke als zur Vorbereitung von Plotter-Zeichnungen verwendet werden. 1. Folgezeile: 3 (I)-Werte. ANZPLOT, PKOPFTYP, PZEILANZ ANZPLOT(I): Anzahl auszugebender Variablen (pro a, t, z) (I). 0 = keine Plotter-Datendatei (wie STYP -107 fehlt) PKOPFTYP(I): Kopfzeilen: 0 (Normalfall): keine Kopfzeilen; 1: Parametersatzkopfzeile; 2: Variablenkennzeichnungskopfzeile; 3: beide Kopfzeilen PZEILANZ(I): Anzahl Eingabezeilen hinter 2. Folgezeile. Normalfall: 0 Ist ANZPLOT=0, werden die restlichen Werte und Zeilen ausgewertet. Zweck ist, dass man Durchläufe mit und ohne Plot durchführen kann, ohne die Steuerdatei ständig vollständig zu ändern. 2. Folgezeile: In Tabellenform auszugebende Variablen, in der auszugebenden Reihenfolge von links nach rechts (bei Aufgabe 3 sind nur 1, 3 und 14 bzw. deren negative Werte erlaubt, erster Wert muss 1 oder 3 sein). Folgende Variablennummern wurden vergeben: 1: a      2: z      3: t      4: Look-Back-Zeit      5: Hubble-Parameter      6: Hubble-Radius      7: Ereignishorizont 8: Lichtkegel      9: Partikelhorizont      10: Konforme Zeit      11: $a'(t)$ 12: $a''(t)$ 13: q      14: Galaxie 15: LK-ap ( $=a_s * D_{LK}(a_s, a)$ )      16: a-ap ( $=a / a_s$ )      17: Leuchtkraftdistanz ( $LeuKD(a)=a_s^2 * D_{LK}(a_s, a) / a$ ) (Für Variablennummern 15-17: $D_{LK}(a_s, a)$ siehe Tabelle in Kap. 4.3. Mit LK-ap (immer mitbewegt) kann man z.B. die Entfernung des Beobachters von einer Galaxie im Beobachtbaren Universum beim Scheitelpunkt $a_s$ ermitteln, wenn die Galaxie ihr Licht beim Skalenfaktor a emittiert hat.) Zusätzlich können alle Variablennummern noch mit einem Minuszeichen (z.B. -7) versehen werden. In diesem Fall wird der jeweils negative Wert (Zweck: symmetrische Zeichnungen nach Vorbild [1] oder [2]) ausgegeben. 3. Folgezeile: enthält 3 Zeichen, den Trenner, das allgemeine Kommentarzeichen und das Kommentarzeichen für die Variablenkopfzeile. Wenn die 3. Folgezeile fehlt, ist ,## (Komma, 2-mal Numeralsymbol) voreingestellt. Sind Leerzeichen (insbesondere am Ende) enthalten, so sollte man ein viertes Zeichen anhängen, damit keines der ersten 3 Zeichen verloren geht, 4. Folgezeile: Format zur Variablenausgabe in Variablenkopfzeile nach FORTRAN-KONVENTION 5. Folgezeile: Format zur Kopfzeilenausgabe nach FORTRAN-KONVENTION

STYP -111 V=Planck15 mit sd=-9	<p>Es folgt nach dem Vorbild von [9] einer der kosmologischen Sätze von Konstanten. Jede Zeile besteht aus einem (I)-Wert, gefolgt von einem (D)-Wert sd.</p> <p>13 (Planck 13), sd      Die Planck-Parametersätze wurden dem Abstract der jeweiligen Veröffentlichung entnommen.  15 (Planck 15), sd  18 (Planck 18), sd  737 (737), sd</p> <p>1 (WMAP1), sd      (Table 10, Section 4.1)      Wie bei den Planck-Veröffentlichungen liefert WMAP Parameter für  3 (WMAP3), sd      (3 Years+ALL Mean-Table 2)      eine Reihe unterschiedlicher Modellrechnungen, aus denen wir nach  5 (WMAP5), sd      (Abstract)      bestem Wissen eine Auswahl getroffen haben.  7 (WMAP7), sd      (WMAP+BAO+H0 Mean-Table 1)  9 (WMAP9), sd      (WMAP+eCMB+BAO+H0-Table 4)  33 (GiggleZ), sd  44 (Millennium), sd</p> <p>sd ist die Strahlungsdichte <math>\Omega_R</math>, die Null oder einen positiven Wert annehmen kann. sd=-9 bedeutet, dass die Strahlungsdichte über die Stefan-Boltzmann-Konstante berechnet wird. <math>\Omega_\Lambda</math> ist 1-Materiedichte-Strahlungsdichte.</p>
STYP -112	<p>Es folgt in der Folgezeile ein Satz kosmologischer Konstanten, bestehend aus 3 (D)-Werten: Strahlungsdichte sd (-9 ist zulässig), Materiedichte <math>\Omega_M</math>, Hubble-Parameter <math>H_0</math>. Für sd und <math>\Omega_\Lambda</math> gelten die Bemerkungen für Steuer-Typ -111. Danach folgt eine Textzeile, die (ohne Leerzeichen) den Parametersatz charakterisiert (Bedeutung wie z.B. Planck15 oder WMAP9). Der Text wird bei Steuertyp -101 ausgewertet. Soll diese Charakterisierung nicht erfolgen, soll diese Zeile genau ein Minuszeichen enthalten.</p>
	<p>Es kann nur eine der beiden Steuerzeilen -111 oder -112 vorhanden sein. Fehlen beide, wird Planck15 mit sd=-9 verwendet.</p>
STYP -120 V: HEUTE	<p>Externer Scheitelpunkt.  In der Folgezeile wird ein Scheitelpunkt erwartet, entweder  1, a für einen Scheitelpunkt in a (a=1 für HEUTE)      oder  3, t für einen Scheitelpunkt in t (-14 für HEUTE)      oder  33, v für ein Vielfaches v des Zeitpunkts von HEUTE.  Durch diese Definition allein geschieht noch nichts. Der Scheitelpunkt kann jedoch von anderen Steuertypen (insbesondere -301) abgerufen werden, im Allgemeinen durch eine -7.</p>

STYP -121 V: Nicht vorhanden	<p>NUR AUFGABE 1: <u>Wandelvariable</u>. Bisweilen kommt es vor, dass man Eingaben für einen bestimmten Eingabetyp a, z* oder t tätigen möchte, dass man über einen bestimmten Wert jedoch nur in einem anderen Eingabetyp verfügt. Hier bietet die Wandelvariable Abhilfe. Ein in a, t oder z* definierter Wert kann in allen 3 Varianten (a, t, z*, auch vom definierenden Eingabetyp verschieden) via STYP -301 abgerufen werden.</p> <p>In der Folgezeile de Steuerzeile wird ein Eingabewert erwartet, entweder</p> <p>1, a für einen Eingabewert in a (a=1 für HEUTE) <span style="float:right">oder</span>  2,z* für einen Eingabewert t in z*, z*(HEUTE)=0 <span style="float:right">oder</span>  3, t für einen Eingabewert in t (-14 für HEUTE) <span style="float:right">oder</span>  33, v für ein Vielfaches v des Zeitpunkts von HEUTE.</p> <p>Durch diese Definition allein geschieht noch nichts. Der Wert kann jedoch durch eine -21 von Steuertyp -301 abgerufen werden.</p>
STYP -200 V: 0	<p>Nur für AUFGABEN 1 und 3. (Der Scheitel von AUFGABE 2 kann zusätzlich über den externen Scheitelpunkt festgelegt werden.)</p> <p>0: Benutzereingabe von Zeitwerten erfolgt in Mrd. Jahren (Normalfall) seit dem Urknall  1: Benutzereingabe von Zeitwerten erfolgt in Vielfachen der Zeit von HEUTE</p>
STYP -201 V: 1	<p>STYP -201 bestimmt, wie die Eingabewerte von STYP -301 zu interpretieren sind.</p> <p>Folgezeile mit einem (I)-Wert: 1= Eingabe a (a (HEUTE)=1), 2=Eingabe z*, z* (HEUTE)=0, 3=Eingabe t Mrd. Jahre *), 23=Eingabe Look-Back Time vom Scheitel Mrd. Jahre **) (Look-Back(Scheitel)=0  *): oder Vielfachen von HEUTE (siehe STYP -200)  **): oder SCHEITEL minus Vielfachen von HEUTE (siehe STYP -200)</p> <p><i>Achtung: Variante 2 sollte nur verwendet werden, wenn später in Steuertyp -301 eine NULL für den Scheitelpunkt eingegeben wird. Nur für diesen Fall sind Rotverschiebungen bekannt.</i></p> <p><i>Ist der Scheitelpunkt ungleich Null, so erfolgt eine Abbildung von diesem vorgegebenem z*-Scheitelwert auf a und t. Für diesen a- bzw. t-Scheitelwert können dann z-Werte mit z(SCHEITEL)=0 abgeleitet werden. z*-Werte und z-Werte sind dann inkonsistent. z*-Werte gelten nur für Rotverschiebungen auf dem Lichtkegel mit z*(HEUTE)=0, z-Werte nur für Rotverschiebungen auf dem Lichtkegel mit z(SCHEITEL)=0. Die Ausgabe kann noch über den Parameter IZSCHEITEL des Steuertyps -222 gesteuert werden.</i></p> <p>Gerechnet wird intern immer über a.</p> <p>Die Datei T_NACH_A.TXT (bzw. eine Parametersatz-abhängige Variante) muss bei Eingabetyp=3 vorhanden sein. Sollte es, was sehr unwahrscheinlich ist, Schwierigkeiten geben, so ist anzuraten, eine Datei vom Typ T_NACH_A mit den gleichen kosmologischen Konstanten (siehe STYP -111 oder STYP -112) zu erstellen (siehe STYP -101).</p>

STYP -211	<p><u>Nur relevant für AUFGABENSTELLUNG 1: Ausgabe Mitbewegte/Physikalische Koordinaten</u>          Folgezeile ein (I)-Wert: 0=Mitbewegte Koordinaten, 1=Physikalische Koordinaten, 101=Physikalische Koordinaten, in Datei _REZESSION erfolgt die Ausgabe der Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (nicht von Galaxien).          Die Leistung von Wert 101 wird nur bei AUFGABE 1 erbracht.</p>
STYP -221 Wird selten benötigt	<p>Ausgabesteuerung. Die Folgezeile erwartet 6 (I)-Werte, dann einen (D)-Wert und abschließend 3 (I)-Werte – also insgesamt 10 Werte</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1): wird ignoriert. V:-9</li> <li>2) n: Nach jeweils n Zeilen Ausdruck Kopfzeile. 0: Keine Kopfzeilen. -9: nach 20 Zeilen. V:20</li> <li>3) KOPFDIM             <ul style="list-style-type: none"> <li>0: Keine Dimensionsangaben</li> <li>1: 1. Kopfzeile mit Dimensionsangaben.</li> <li>2 oder -9: Alle Kopfzeilen mit Dimensionsangaben. V:-9</li> </ul> </li> <li>4) ZUSATZZEILE             <ul style="list-style-type: none"> <li>0: Weder Zusatzzeile für <math>a=0</math> noch <math>a=\infty</math></li> <li>1: Zusatzzeile für <math>a=\infty</math></li> <li>2: Zusatzzeile für <math>a=0</math></li> <li>3 oder -9: Beide Zusatzzeilen. V:-9</li> </ul> </li> <li>5) (I), wird ignoriert. V:-9</li> <li>6) 1 oder -9: Numerisches Standardverfahren zur Berechnung der Dichtefunktion. 2: Verfahren 2. V: 1.              Verfahren 2 hat nicht viel gebracht und wird eventuell in einer späteren Version entfernt.</li> <li>7) AZMIN (D): An einigen Stellen wird ein Wert als NULL erkannt, wenn dessen Absolutbetrag <math>&lt; AZMIN</math> ist. Wird -9 eingegeben, so wird AZMIN auf 5.D-13 gesetzt. V:-9. In der aktuellen Version wird als einzige Anwendung z auf NULL gesetzt, wenn <math>z &lt; AZMIN</math>.</li> <li>8) Nur für Ausgabe <math>a'(t)</math> und <math>a''(t)</math> in _DELTA-Datei.             <ul style="list-style-type: none"> <li>1: Dimension <math>da/dt = 1/s</math>.</li> <li>0 oder -9: Dimension <math>da/dt = km/Mpc/s</math>. V:-9.</li> </ul> </li> <li>9) 0 oder -9: Berechnung Schubumkehr via <math>a''(t)</math> und q (nur für AUFGABENSTELLUNG 2, siehe STYP -105). V:0.             <ul style="list-style-type: none"> <li>1: Berechnung Schubumkehr via Steigen oder Fallen der a-Nachbarwerte – alte Version, Ergebnis weniger genau. Wird eventuell in einer späteren Version entfernt.</li> </ul> </li> <li>10) (I), wird ignoriert. V:-9</li> </ol>

STYP -222	<p><u>Funktioniert bei allen 3 AUFGABEN</u>  <u>Ausgabe z bzw. z* via IZSCHEITEL(I): V: -9</u>  In Folgezeile: IZSCHEITEL  0 oder -9: Ausgabe gemäß <math>z(\text{Scheitel Lichtkegel})=0</math> - Normalfall  1: Ausgabe gemäß <math>z^*(\text{HEUTE})=0</math> – Achtung: Inkonsistenzen mit a und t  2: Ausgabe z, dann z* in direkt folgender Zusatzzeile  3: wie 2, zusätzlich werden in einer Zusatzzeile 2 Werte ZUNTEN(D), ZOBEN(D) eingegeben, die die Ausgabe der Zusatzzeile eingrenzen.  ZUNTEN (nahe am Urknall, eventuell sehr große Zahl): V:-9 entspricht <math>10^{100}</math>  ZOBEN (nahe bei UNENDLICH, bis <math>-1.1=-1</math> minus Rundungsfehler): V:-9 für -1.1  Sinn von IZSCHEITEL=3: Man kann z.B. ZUNTEN=1100 und ZOBEN=1089 eingeben, um z* in Zusatzzeile nur für CMB auszugeben.</p>
STYP -224	<p><u>Für AUFGABEN 1 und 3</u></p> <p>Mittels STYP -224 kann zusätzlich der Ort einer Galaxie festgelegt werden. Die Weltlinie dieser Galaxie kann via STYP -107 in die Plotter-Datendatei eingetragen werden, und via STYP -227 kann der Verlauf der Weltlinie und deren Schnittpunkt mit Lichtkegeln und Ereignishorizont ermittelt werden. Der Ort der Galaxie wird intern durch ihren mitbewegten Abstand (Referenzabstand) vom Beobachter abgebildet.</p> <p>Dieser mitbewegte Abstand kann flexibel durch das Galaxietripel (Folge von 3 Werten in der Folgezeile) oder einfach TRIPEL festgelegt werden. Der erste Wert des TRIPELs wird als EIGENART bezeichnet.</p> <p>Der Abstand des Beobachters zur Galaxie kann bei AUFGABE 1 (in mitbewegter und physikalischer Variante) von der Variablen 14 bei der Erstellung einer Plotter-Datendatei abgerufen werden (siehe STYP -107).</p> <p>Die folgenden Formen von TRIPELn sind möglich. Durch das TRIPEL wird der mitbewegte Referenzabstand vom Beobachter und in einigen Fälle auch zusätzliche Information gewonnen.</p> <p>-1,-9,d: d ist der mitbewegte Abstand vom Beobachter  -1,a,d: d ist der physikalische Abstand beim Skalenfaktor a, (-1,1,d) ist identisch mit (-1,-9,d).  -2,apexa,z: d ist unter der Rotverschiebung z der mitbewegte Abstand vom Beobachter auf dem Lichtkegel mit dem Scheitelpunkt apexa. apexa ist in a anzugeben, im Normalfall ist apexa=1. Achtung: <math>z(\text{apexa})=0</math>, auch wenn apexa von 1 verschieden ist.  -22,apext,z: wie Fall -2, allerdings ist apext nun in t vorzugeben. <math>\text{apext}=-14</math> für HEUTE ist möglich. Achtung: <math>z(\text{apext})=0</math>.</p>

	<p>-3,t,d: d ist der physikalische Abstand zum Zeitpunkt t. (-3,-9,d) ist identisch mit (-1,-9,d) und (-3,-14,d).</p> <p>-4,apexa,a d ist der mitbewegte Abstand beim Skalenfaktor a einer Galaxie auf dem Lichtkegel mit a-Scheitelpunkt apexa.</p> <p>-5,apext,t: d ist der mitbewegte Abstand zur Zeit t zum Beobachter einer Galaxie auf dem Lichtkegel mit t-Scheitelpunkt apext.</p> <p>Wo apexa oder apext eingegeben werden soll, kann auch -7 für den externen Scheitelpunkt (STYP -120) stehen. STYP -200 ist für apext unwirksam.</p> <p>Bezeichnet man den ersten Wert des Tripels als EIGENART der Abstandsbestimmung, so wird durch die Eigenarten -2,-22, -4 und -5 zusätzlich ein zu d gehöriges t oder a bestimmt. Dieses kann als -8 in der Dritten Zeile von STYP -227 oder als -18 als a- oder t-Anfangs- oder Endwert bei STYP -301 (Eingabe 1 oder 3 bei STYP -201) abgerufen werden.</p>
STYP -227	<p><u>Nur für AUFGABE 3</u></p> <p>Die 1. Zeile besteht aus 3 Werten: PLOT3VARIANTE (I), ZEILDRUCKAUFGABE3 (I), KONTROLL_3EINGABEMODUS (I)</p> <p>PLOT3VARIANTE: -9 Kein Plot; 0: Ausgabe mitbewegter Koordinaten; 1: Ausgabe physikalischer Koordinaten Ist PLOT3VARIANTE von -9 verschieden, so wird eine Vierte Zeile erwartet, auch dann, wenn PLOTANZ=0 (siehe STYP -107).</p> <p>ZEILDRUCKAUFGABE3 (I) gibt an, nach wie vielen Ausgabepaketen von zwei Mal 4 Zeilen eine neue Erläuterung der Bedeutung der Zeilen ausgegeben werden soll. V: -9, entspricht 5.</p> <p>KONTROLL_3EINGABEMODUS (I) = 0: Werte der Dritten Zeile werden nicht geordnet.</p> <p>KONTROLL_3EINGABEMODUS (I) = 1: Werte der Dritten Zeile werden geordnet.</p> <p>KONTROLL_3EINGABEMODUS (I) = 2: Werte der Dritten Zeile werden ab dem 2. Element geordnet, sofern das 1. Element eine -8 ist. V:-9, entspricht 2.</p> <p>-----</p> <p>Der Ort der Galaxie wird intern durch den mitbewegten Abstand vom Beobachter (im Weiteren als Referenzabstand bezeichnet) identifiziert. Für eine einfache Einführung stellen wir zunächst den Standard-Eingabefall dar.</p> <p>Der Ersten Zeile folgen eine Zweite und eine Dritte Zeile.</p> <p>Die Zweite Zeile hat 2 Elemente. Der erste Wert (der AUFGABE3EINGABEMODUS) bestimmt die Kategorie (a, t, apexa. apext) der Elemente der Dritten Zeile. Der zweite Wert anz bestimmt die Anzahl der ELEMENTE der Dritten Zeile.</p> <p>Dritte Zeile: anz Werte (a-, t-, apexa- oder apext-Werte)</p>

STYP -227 ermittelt, wo die durch STYP -224 bestimmte Galaxie bestimmte Lichtkegel und den Ereignishorizont schneidet.

#### AUFGABE3EINGABEMODUS

1: In der Dritten Zeile werden a-Werte erwartet (welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie beim a-Wert schneidet?)

3: In der Dritten Zeile werden t-Werte erwartet (welchen Scheitel hat der Lichtkegel, den die Galaxie beim t-Wert schneidet?)

4: In der Dritten Zeile werden a-Scheitelpunkte erwartet (bei welchem a schneidet die Galaxie diesen Lichtkegel?)

5: In der Dritten Zeile werden t-Scheitelpunkte erwartet (bei welchem t schneidet die Galaxie diesen Lichtkegel?)

11: wie 1, allerdings hat die Dritte Zeile einen besonderen Aufbau

13: wie 3, allerdings hat die Dritte Zeile einen besonderen Aufbau

Bei den t-Werten der Dritten Zeile kann -14 für HEUTE stehen. Außerdem ist STYP -200 für die Dritte Zeile wirksam, wo immer t eingegeben wird. In Bezug auf den AUFGABE3EINGABEMODUS 13 beschränkt sich die Wirksamkeit auf die ersten  $anz-2$  Elemente.

Zuletzt sollen noch die Details für die AUFGABE3EINGABEMODI 11 und 13 Erwähnung finden. Analog zum Modus 1 werden bei 11 in der Dritten Zeile a-Werte, bei 13 t-Werte erwartet.  $anz$  gibt wieder die Anzahl der Werte der Dritten Zeile an, meistens wird man  $anz=2$  wählen.

Der vorletzte Wert der Dritten Zeile ist beim AUFGABE3EINGABEMODUS 11 ein a-Referenzwert, beim AUFGABE3EINGABEMODUS 13 ein t-Referenzwert. Der letzte Wert umschreibt die Anzahl der Werte, die zwischen dem Referenzwert und dem Ereignishorizont a- bzw. t-äquidistant ausgegeben werden sollen. Ist  $anz > 2$ , so umschreiben die ersten  $anz-2$  Werte Multiplikatoren für den Referenzwert, die ebenfalls ausgegeben werden sollen.

Beispiel:

11,4                      Zweite Zeile

0.25,0.5,-8,3              Dritte Zeile

Ausgegeben werden sollen ausgehend von jenem Referenzabstand, der durch das SYTP= 224 bestimmt wird, 3 a-äquidistante Lichtkegel zwischen Referenz-a und Ereignishorizont, d.h. es werden die Scheitelpunkte der Lichtkegel bestimmt, deren Wert beim jeweiligen a den mitbewegten Abstand  $d$  vom Beobachter aufweisen.

Vierte Zeile (Plotter-Zeile) – nur falls PLOT3VARIANTE von -9 verschieden: aODERt (I), Anfangswert (D), Endwert (D), Schrittzahl(I) – siehe PLOT3VARIANTE Erste Zeile.

aODERt: 1=a, 3=t. Die drei Folgeparameter beziehen sich auf a oder t.

Anfangswert (in t oder a gemäß tODERa). -8, möglich, wenn auch sonst erlaubt

	<p>Endwert; -14 (HEUTE), -16 (t bei Schnittpunkt Galaxie-Ereignishorizont) möglich          Schrittzahl: zwischen Anfangs- und Endwert (nur bei t für physikalische Koordinaten relevant), muss aber stets besetzt sein (z.B. mit 0).  <u>Sonderfall Anfangswert -1:</u> Wird der Anfangswert auf -1 gesetzt, so werden Endwert und Schrittzahl nicht ausgewertet.          Es werden genau die (und nur die) t bzw. a plus zugehöriger Galaxiedistanz in die Plotter-Datendatei geschrieben, die in der Dritten Zeile bezeichnet wurden.          Die Ausgabe in die Plotter-Datendatei ist für a, t und die Galaxie (Variablen 1, 3 und 14 gemäß STYP -107)) vorgesehen. Es werden allerdings alle in STYP -107 aufgeführten Variablen ausgegeben. Treten dort zusätzliche Variablen auf, erscheint eine Warnung in der Konsolenausgabe. Der Benutzer trägt Sorge dafür, dass die Ausgabe dieser zusätzlichen Variablen sinnvoll ist.</p>
STYP -301	<p><u>Gilt nur bei AUFGABE 1</u>          Eingabe von Anfangswert, Delta, Endwert, Scheitelpunkt in den Folgezeilen. Ist der Eingabetyp=3 (t) oder 23 (LOOK-BACK t), so steht bei Anfangswert, Endwert und Scheitelpunkt -14 für HEUTE.          1. Folgezeile : 4 (D)-Werte, zusätzlich -8 (Integer)          Weitere Folgezeilen: 3 (D)-Werte (Scheitelpunkt wird der 1. Folgezeile entnommen), zusätzlich -8.          Eine -9 anstelle der -8 am Ende zeigt die letzte Zeile an.          Delta muss bei Eingabe z* oder LOOK_BACK t (siehe STYP -201) negativ sein, sonst positiv.</p> <p>Delta=0 ist erlaubt. In diesem Fall wird nur die Zeile für den Anfangswert ausgegeben. Der Endwert wird ignoriert. Das gleiche Ergebnis erhält man, wenn Anfangswert=Endwert. Wird gemäß t eingegeben, so bedeutet t=-14: HEUTE.</p> <p>Zur Verdeutlichung (1.Folgezeile) : In Abhängigkeit von Folgezeile Steuertyp -201=          1: Eingabe ANFa, DELTAa, ENDa, SCHEITELa,-8          2: Eingabe ANFz*, DELTAz*, ENDz*, SCHEITELz*,-8          3: Eingabe ANFt, DELTA t, ENDt, SCHEITELt,-8          23: Eingabe ANFt, DELTA t, ENDt, SCHEITELt (Mrd. Jahre oder Vielfaches von HEUTE, -14 bei Scheitel zulässig),-8</p> <p>Von einer von NULL verschiedenen Eingabe von SCHEITELz* wird abgeraten. z* bezieht sich immer auf den Lichtkegel-Scheitelpunkt NULL. Beispiel: Wird SCHEITELz*=-0.5 (minus 0.5) eingegeben, so entspricht dies einem SCHEITELa von 2. Die spätere Standardausgabe (ZSCHEITEL=0 in Steuertyp -221) erfolgt in z für den Scheitelpunkt SCHEITELa=2 des Lichtkegels. Die Eingabe von z* wurde vorgesehen, da dem Benutzer bestimmte Objekte nur durch ihre Rotverschiebung für den Fall eines Lichtkegelscheitels mit Rotverschiebung NULL bekannt sind.</p>

	<p>Anstelle von SCHEITELz* kann eine -7 eingegeben werden. In diesem Fall wird als Scheitel der externe Scheitelpunkt (siehe Steuertyp -120) verwendet.</p> <p>Anstelle von SCHEITELz* kann eine -6 eingegeben werden. In diesem Fall wird als Scheitel der externe Scheitelpunkt (siehe Steuertyp -120) verwendet. Die Eingabe 2 wird in der Form ANFz, DELTAz, ENDz, -6, -8, erwartet, wobei sich ANFz, DELTAz und ENDz jetzt auf den zu -6 gehörigen Scheitelpunkt mit <math>z(,-6\text{--Scheitel})=0</math> beziehen, also nicht mehr auf den durch <math>a=1</math>, <math>t=\text{HEUTE}</math> und <math>z(\text{HEUTE})=0</math> definierten Scheitel.</p> <p>Die Eingabe von -7 für einen Zugriff auf den externen Scheitelpunkt ist auch bei allen anderen Eingabevarianten möglich.</p> <p>Enthält die Steuerdatei bei AUFGABE 1 keinen STYP -301, so erfolgt die Eingabe nach den Regeln der 1. Folgezeile (ohne abschließende -9) für genau einen Wertebereich von der Konsole.</p>
STYP -403	Die Folgezeilen werden an das Ende der Ausgabedatei geschrieben. &&& als erste 3 Zeichen einer Zeile beenden Ein- und Ausgabe.
STYP -999	End of File. Danach können noch Kommentare in der Datei stehen.

Zeilen, die anstelle eines Steuertyps die Zahl -888 enthalten, werden überlesen. Hinter einem Komma können Kommentare angebracht werden.

## 6.2 Platzhalter

In der Beschreibung der Steuerdatei in Kap. 6.1 wurden einige Platzhalter definiert. Diese werden hier noch einmal eigenständig aufgeführt.

-6	Nur in STYP -301, nur falls Eingabe=2 (definiert durch SYTP -201): Der durch STYP -120 definierte externe Scheitelpunkt wird abgerufen. Die Rotverschiebungswerte werden als $z$ (abhängig vom Scheitel des aktuellen Lichtkegels) und nicht als $z^*$ (abhängig vom Scheitel bei $t=HEUTE$ ) erwartet.
-7	Der durch STYP -120 definierte externe Scheitelpunkt wird abgerufen.
-8	Ist STYP -224 besetzt und ist EIGENART -2,-22, -4 oder -5, so kann das implizit definierte $a$ oder $t$ als -8 in der Dritten Zeile von STYP -227 abgerufen werden.
-14	für $t=HEUTE$ , an vielen Stellen erlaubt.
-16	$a$ - oder $t$ -Wert für den Ereignishorizont, nur erlaubt als Endwert bei der Ausgabe von Plotterdaten in AUFGABE 3.
-18	Ist STYP -224 besetzt und ist EIGENART -2,-22, -4 oder -5, so kann das implizit definierte $a$ oder $t$ als -18 von STYP -301 abgerufen werden.
-21	Wandelvariable, definiert durch STYP -121, kann in STYP -301 abgerufen werden.
-31	Wert definiert in ITYP -1020 (Datei ITERATIONENW). Kann nur in STYP -211 abgerufen werden. Erlaubte Werte wie dort definiert. Zweck: Insbesondere für Plotterdaten wird oft eine ganze Folge von Steuerdateien ausgeführt. Mittels -31 kann die gesamte Folge einmal für mitbewegte und ein anderes Mal für physikalische Koordinaten abgerufen werden. Es braucht nur der Wert von ITYP -1020 abgeändert zu werden.

## 6.3 Dateien vom Typ T\_NACH\_A

Falls in der Datei STEUERW der Steuertyp -101 vorhanden ist, werden in die Datei T\_NACH\_A\_parametersatz.TXT (z.B. T\_NACH\_A\_Planck18.TXT) alle abgerufenen  $a$  und die zugeordneten  $t$  je Zeile ausgegeben. Sinnvoll ist dieses Verfahren nur für die große Standard-Steuerdatei STEUERWa (durchläuft alle  $a$  von  $10^{-13}$  bis  $10^{31}$ ). Eine solche Datei muss für verschiedene Iterationsverfahren verfügbar sein. Insbesondere werden stets Iterationsverfahren verwendet, wenn  $a$  aus  $t$  berechnet werden muss.

Weitere Details sind bei der Beschreibung der Steuertyps -101 im Kapitel über die Steuerdatei STEUERW.TXT erläutert.

Sollte es Schwierigkeiten geben, so ist anzuraten, eine Datei T\_NACH\_A\_parametersatz.TXT mit den gleichen kosmologischen Konstanten (siehe Typ=-111 oder Typ=-112) zu erstellen. Insbesondere muss man eventuell für den Fall  $\Omega_R=0$  eine eigenständige T\_NACH\_A-Datei bereitstellen. Alternativ kann auch zunächst versucht werden, die Parameter der Zeile mit dem Steuertyp -1070 in der Datei ITERATIONENW abzuändern (z.B. 1.D-12, 0.1, 10,200). Ein Teil dieser Parameter kann auch durch den Steuertyp -104 in Steuerdateien vom Typ STEUERW abgeändert werden.

#### 6.4 Erzeugung von Dateien vom Typ $T\_NACH\_A$ via *STEUERWa*

Die zentrale Steuerdatei *STEUERWa.TXT* ist zunächst einmal eine Steuerdatei wie jede andere.

a	1	Aufgabe 1 für einen gesamten a-Wertebereich. Durchläuft alle a von $10^{-13}$ bis $10^{31}$ mit größenabhängigen Deltawerten.	M
---	---	---	---

Ihr Aufbau ist fast gleich wie jener von *STEUER1a*. Die zusätzlichen Leistungen werden durch den Steuertyp -101 gewährleistet. Genaueres liefert die Beschreibung dieses Steuertyps in Kapitel 6.1. Durch einen Aufruf von *WELTTABELLEN* via *STEUERa.TXT* wird eine Datei vom Typ  $T\_NACH\_A$  für den aktuellen Parametersatz erzeugt.

Eine Datei vom Typ  $T\_NACH\_A$  muss verfügbar sein, wenn „Eingabe t“ oder „Eingabe Look-Back-TIME“ bei Eingabetyp -201 bei einem späteren Aufruf gefordert wird. Außerdem ist die Datei für *AUFGABEN 2* und *3* erforderlich.

Erzeugt wird z.B. die Datei *T\_NACH\_A\_PLANCK18.TXT*, wenn der Parametersatz *PLANCK18* verwendet wird, und zwar genau mit genau dem aktuellen  $\Omega_R$ . Wird später ein Lauf mit *PLANCK18* durchgeführt, so wird auf die Datei *T\_NACH\_A\_PLANCK18.TXT* zurückgegriffen.

Für alle in *WELTTABELLEN* eingebauten Parametersätze mit dem voreingestellten (via -9 abgerufenem)  $\Omega_R$  sind  $T\_NACH\_A$ -Dateien bereits vorhanden. Diese werden in einem Unterverzeichnis *TNACHA* ausgeliefert. Die ebenfalls vorhandene Datei *T\_NACH\_T.TXT* ist eine Kopie von *T\_NACH\_A\_PLANCK15.TXT*. Auf diese Basisdatei wird immer zurückgegriffen, wenn für einen Parametersatz keine spezifische  $T\_NACH\_A$ -Datei verfügbar ist.

Ist eine  $T\_NACH\_A$ -Datei für einen bestimmten Parametersatz nicht vorhanden, so sind Programmabbrüche nicht auszuschließen. Dieser Fall kann auch dann eintreten, falls mit einem anderen  $\Omega_R$  als dem voreingestellten gearbeitet wird. Für den Fall  $\Omega_R = 0$  sind gesonderte  $T\_NACH\_A$ -Dateien vorbereitet.

Möchte man eine  $T\_NACH\_A$ -Datei für einen nicht voreingestellten Parametersatz erstellen, so kann man dem mittels Steuertyp -112 erzeugten Parametersatz in der zweiten Folgezeile einen Namen (ohne Leerzeichen) geben. Für diesen Namen wird dann eine *T\_NACH\_A\_name.TXT* erstellt, die beim erneuten Aufruf mit gleichem -112-Steuertyp erkannt wird.

#### 6.5 Beispiel für die Erzeugung einer $T\_NACH\_A$ -Datei

Die Berechnungen von Quelle [4] (siehe Kap. 9) basieren auf einem Parametersatz mit folgenden Größen:  $H_0 = 70.1$  km/Mpc/s,  $\Omega_M = 0.278$ ,  $\Omega_R = 0$ .

Wir haben im Anschluss die Größen  $\Omega_R$ ,  $\Omega_M$  und  $H_0$  mittels Steuertyp -112 und dem Parametersatznamen *EVO* in verschiedene Steuerdateien eingetragen. Insbesondere haben wir auch eine Steuerdatei *STEUERWa-EVO* bereitgestellt. Anstelle des Steuertyps -111 der Datei *STEUERWa* stellt *STEUERWa-EVO* nun mittels Steuertyp -112 die oben genannten Parameter bereit. In der zweiten Folgezeile nach dem Abruf des Steuertyps wird *EVO* als Name des Parametersatzes vereinbart.

Mittels

c a-EVO

w

bei der Konsoleingabe kann nun die Datei *T\_NACH\_A\_EVO\_0.TXT* erzeugt werden.

STEUERWa-EVO und zwei weitere Steuerdateien mit der Endung \_EVO haben wir bei den vorbereiteten Steuerdateien mitgeliefert, nicht jedoch die Datei T\_NACH\_A\_EVO\_0.TXT, die der Benutzer zur Übung selbst erstellen soll.

Es hat sich übrigens herausgestellt, dass sämtliche Abrufe, die wir mit dem EVO-Parametersatz probenhalber durchgeführt haben, auch ohne die neue Datei vom Typ T\_NACH\_A fehlerfrei durchgeführt worden sind. Wenn man also einen neuen Parametersatz ausprobieren möchte, ist es nicht in jedem Fall erforderlich, die neue Datei zu erzeugen.

## 6.6 Datei ITERATIONENW

Nachdem der I-Steuertyp -1010 eingerichtet worden ist, kann der Benutzer hoffen, die Datei nie wieder ändern zu müssen. Ausnahme eventuell: I-Steuertyp -1020 beim Wechsel zwischen physikalischen und mitbewegten Koordinaten im Falle des stapelweisen Abrufs von Steuerdateien zur Vorbereitung von Plotter-Ausgaben.

Der Aufbau der Datei ITERATIONENW (ITERATIONENW.TXT) ist ähnlich dem der Steuerdatei STEUERW. Lediglich sind die Steuertypen (I-Steuertypen, ITYP) nun 4-stellig. Diese Datei enthält Parameter für Iterationsverfahren und zusätzlich einige globale Größen. Diese Parameter sind im Allgemeinen inline dokumentiert. Nur einige wenige I-Steuertypen am Anfang der Datei sollen kurz erläutert werden.

I-Steuertyp -1010 liest in der Folgezeile den Namen jenes Verzeichnisses ein, in dem Plotter-Datendateien abgespeichert werden sollen. Dem Namen des Verzeichnisses muss eine 1, gefolgt von einem Komma, vorangestellt sein, z.B. 1,C:\USERS\\DOCUMENTS\. Ist der Steuertyp nicht vorhanden, erfolgt die Ausgabe ins Standardverzeichnis, sofern nicht in STYP -106 ein Verzeichnisname enthalten ist. Ein eventueller Verzeichnisname in STYP -106 überschreibt den Verzeichnisnamen von I-Steuertyp -1010. (GNU PLOT erwartet Dateien im DOKUMENTE-Verzeichnis. Wenn man den Pfad seines DOKUMENTE-Verzeichnisses nicht kennt, kann man z.B. Folgendes tun: Im Explorer klickt man im linken Verzeichnis-Fenster DOKUMENTE mit der rechten Maustaste an und klickt danach ganz unten auf EIGENSCHAFTEN und danach auf PFAD. Den angezeigten Speicherort kann man dann gleich nach ITERATIONENW ITYP -1010 kopieren. Achtung: Den Pfad im Explorer-Fenster nicht aus Versehen ändern!)

I-Steuertyp -1020 liest in der Folgezeile eine Zahl ein, die als Konstante -31 (derzeit) nur in der Folgezeile von STYP 211 abgerufen werden kann. Insbesondere für das Plotten wird häufig durch eine .BAT-Befehlsdatei eine Reihe von WELTTABELLEN-Steuerdateien abgerufen. Diese Reihe kann durch Setzen in I-Steuertyp -1020 gesamthaft einmal in Form mitbewegter und einmal in Form physikalischer Daten abgerufen werden.

I-Steuertyp -1060 liest folgende Parameter ein: MAXUNTEN(I), MAXOBEN(I), EPSABS(D), EPSREL(D), MAXFEHLINTEG(I), MAXREP(I), AENDANZ(I), AENDVAR(I), die vom Autor folgendermaßen vorgeben werden:

1,1,1.D-50,1.D-13,1,4,4,0.

1) MAXUNTEN (I): Abruf von Werten unterhalb der unteren zulässigen Grenze wird MAXUNTEN-mal ignoriert. V: -9, entspricht 1

2) MAXOBEN (I): Abruf von Werten oberhalb der oberen zulässigen Grenze wird MAXOBEN-mal ignoriert. V: -9, entspricht 1

3-5) Die nächsten 3 Werte betreffen das SLATEC-Programm DQAGS zur numerischen Integration. EPSABS (D): absolute Genauigkeit, **EPSREL(D): relative Genauigkeit**, MAXFEHLINTEG: Die ersten MAXFEHLINTEG abgefangenen Fehler werden kurz gedummt. Parameter EPSREL kann in den üblichen Steuerdateien noch mittels STYP -104 überschrieben werden.

6) MAXREP(I): Max. Anzahl Reparaturen NULLST: Werden der Funktion NULLST zur Nullstellenberechnung ungeeignete Anfangswerte vorgegeben, so wird versucht, neue Anfangswerte bereitzustellen – sollte mindestens 1 sein.

7) AENDANZ(I): Tritt ein Fehler in der Funktion AZUT (Abbildung von t nach a) auf, so wird AENDANZ-mal versucht, diesen zu reparieren.

8) AENDVAR(I): 1=Nach erfolgreicher höchstens AENDANZ-facher Korrektur werden alle Werte von ITYP=-1070 in ITERATIONENW auf die ursprünglichen Werte zurückgesetzt. 0=Korrekturen bleiben erhalten.

I-Steuertyp -1070: Insbesondere folgt zur Berechnung von a bei gegebenem t dem Steuertyp -1070 eine Zeile mit 3 (D)-Werten und einem I-Wert: TDELTA, LINKSMULTIPLIKATOR, RECHTSMULTIPLIKATOR, TMAXITER (z.B. 1.D-13, 0.5, 2,100). TDELTA markiert die Genauigkeit. Auf ein gültiges a zu gegebenem t wird erkannt, falls  $\text{trechts} - \text{tlinks} < \text{TDELTA} * \max(\text{trechts}, \text{tlinks})$ . Die Intervallgrenzen in a der Datei vom Typ T\_NACH\_A.TXT werden links mit LINKSMULTIPLIKATOR und rechts mit RECHTSMULTIPLIKATOR multipliziert. TMAXITER (I) ist die maximale Anzahl der Iterationsschritte beim logarithmischen Suchen.

Die übrigen Parameter sind in der mitgelieferten Datei ITERATIONENW inline erläutert. Zeilen, die anstelle eines Steuertyps die Zahl -8888 enthalten, werden überlesen. Hinter einem Komma können Kommentare angebracht werden.

Die Datei wird vom absolut kleinsten zum absolut größten I-Steuertyp durchlaufen. Anders als bei STEUERW erfolgt ein REWIND der Datei, falls ein absolut kleinerer später als ein größerer Steuertyp abgerufen wird.

Anders als in den Steuertypen in STEUERW wird davon ausgegangen, dass alle I-Steuertypen > 1050 in ITERATIONENW vorhanden sind. Das Nichtvorhandensein wird gemeldet. WELTTABELLEN läuft trotzdem mit voreingestellten Werten weiter.

## 6.7 Datei GRENZENW

Die Datei GRENZENW.TXT enthält eine Reihe von Zeilen mit je einem positiven (D)-Wert, die in aufsteigender Reihenfolge die Grenzen von Intervallen in a (Skalenfaktor) zur numerischen Integration der relevanten kosmologischen Funktionen umschreiben.

Folgt einer Zeile eine -7, so ist der in der Vorzeile aufgeführte Wert die untere Grenze von a, die von Benutzern verwendet werden kann. Vor diesem Wert aufgeführte Intervalle werden nur zur Integration von Funktionen verwendet, die bei NULL beginnen (Zeit, Partikelhorizont).

Folgt einer Zeile eine -8, so ist der in der Vorzeile aufgeführte Wert die obere Grenze von a, die von Benutzern verwendet werden kann. Nach diesem Wert aufgeführte Intervalle werden nur zur Integration von Funktionen verwendet, die bis UNENDLICH laufen (Ereignishorizont).

Eine -9 beendet die Eingabe von Werten.

Es wird geraten, eine der ausgelieferten Dateien zu verwenden.

## 6.8 Plotter-Datendateien

Über den Steuertyp -107 können bei Aufgabe 1 und Aufgabe 3 bestimmte Variablen zusätzlich in eine Plotter-Datendatei ausgegeben werden. Die Variablen werden durch Nummern identifiziert.

Die Plotter-Datendatei kann später von Plotter-Programmen verwendet werden. Die Voreinstellungen bereiten eine Ausgabe mittels GNUPLOT vor.

In einem Unterverzeichnis PLOTTER des Hauptverzeichnis (siehe Kap. 5.1) sind eine Reihe von WELTTABELLEN- und GNUPLOT-Dateien verfügbar, mit Hilfe derer die Zeichnungen von [10]

erstellt worden sind. Diese Zeichnungen im SVG-Format wurden noch mit INKSCAPE nachbearbeitet. Eine Datei PLOTTEN-MIT-WELTTABELLEN.PDF in diesem Verzeichnis erläutert das Zusammenwirken der verschiedenen Programme. WELTTABELLEN allein liefert dabei nur kurvenbeschreibende Plotter-Datendateien, die auch von anderen Zeichenprogrammen abgerufen werden können.

## 7 Wartung

### 7.1 Fehlermeldungen

Im Falle von Fehlern kann sich der Benutzer via E-Mail an den Autor wenden. Die betroffene Steuerdatei sowie die in den Programmfluss einbezogenen Dateien T\_NACH\_A\_parametersatz, GRENZENW und ITERATIONENW sollten mitübermittelt werden. Eventuell kann man auch noch die durch

w >v.txt

erzeugte Datei v.txt mitsenden.

### 7.2 Änderungswünsche

Änderungswünsche werden entgegengenommen und begutachtet. Definitiv nicht berücksichtigt werden folgende Vorschläge:

- Umkehrung der Ausgabereihenfolge;
- Graphische Benutzeroberfläche;
- Übersetzung der Druckausgabe des Programms oder der Programmbeschreibung in andere Sprachen.

## 8 Verwendete Symbole und Abkürzungen

$\Lambda$ CDM	Lambda Cold Dark Matter
$\Lambda$ CDM-Modell	Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie
$H_0$	Hubble-Parameter heute
$\Omega_R$	Strahlungs-Anteil heute an der Materie/Energie-Dichte des Universums
$\Omega_M$	Materie-Anteil heute
$\Omega_\Lambda$	Anteil dunkler Energie heute
$\Omega$	Anteilmäßige Gesamtdichte $\Omega = \Omega_R + \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ des räumlich flachen $\Lambda$ CDM-Modells
a	Symbol für den Skalenfaktor, $a(\text{HEUTE})=1$
$z^*$	Symbol für die Rotverschiebung HEUTE, $z^*(\text{HEUTE})=0$
z	Symbol für die Rotverschiebung am Scheitelpunkt eines Rückwärts-Lichtkegels, $z(\text{SCHEITEL})=0$ .
t	Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
HEUTE-t HEUTE minus t	Look-Back-Zeit, Lichtlaufzeit. Allgemeiner als „HEUTE-t“: Scheitelpunkt eines Lichtkegels in Mrd. Jahren seit dem Urknall minus Zeit seit dem Urknall in Mrd. Jahren
km / Mpc / s	Kilometer pro Megaparsec pro Sekunde: $\text{km} * \text{Mpc}^{-1} * \text{s}^{-1}$
Mrd.	Milliarden
Hauptverzeichnis	Verzeichnis, in dem WELTTABELLEN implementiert ist (siehe Kap. 5.1)

Über den STYP -111 der Steuerdatei können verschiedene Parametersätze für den Hubble-Parameter heute und den Materie-Anteil heute abgerufen werden, z.B. Planck18:  $H_0=67.4$  km/Mpc/s und  $\Omega_M=0.315$ . Die Strahlungsdichte wird von den wissenschaftlichen Institutionen, die ihre Forschungsergebnisse über die Parameter des Universums veröffentlichen, mehrheitlich nicht deutlich ausgewiesen – WELTTABELLEN kann sie über die Stefan-Boltzmann-Konstante berechnen, der Benutzer kann sie auch eingeben.  $\Omega_\Lambda$  kann dann über  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_R - \Omega_M$  berechnet werden.

## 9 Literatur

Es wird im Weiteren nur auf solche Quellen verwiesen, die als Hilfestellung bei der Programmierung der zuvor dargestellten Aufgabenstellungen dienen konnten.

- [1] Yukterez (Simon Tyran, Wien)  
Zeichnungen und Wolfram Alpha-Programm  
<http://lcdm.yukterez.net/i.html#plot> siehe auch Kap. 3.2.1  
<http://yukterez.net/lcdm/>  
Beim Programm wurde auf die einfacher verständliche Ende 2021 auffindbare Version zurückgegriffen.
- [2] T.M. Davis / C.H. Lineweaver: Expanding Confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the Universe, November 2003, <https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310808>, siehe auch Kap. 3.2.2
- [3] E. Harrison; Hubble spheres and particle horizons, Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X), vol. 383, Dec. 10, 1991, p. 60-65.  
<https://articles.adsabs.harvard.edu/pdf/1991ApJ...383...60H>  
Dieser Artikel enthält Fehler, die in [2] erwähnt sind – sollte man wissen, bevor man programmiert. Quelle wurde berücksichtigt bei der Berechnung der Rezessionsgeschwindigkeiten von Hubblesphäre und Partikelhorizont.
- [4] B.&J. Margalef-Bentabol, J. Cepa: Evolution of the Cosmological Horizons in a Concordance Universe, June 2013. <https://arxiv.org/abs/1302.1609>  
Die verfügbar gemachten Formeln wurden nicht verwendet, wohl aber die Conclusions in Kap. 6.5. Außerdem konnten die von WELTTABELLEN berechneten Rezessionsgeschwindigkeiten mittels Kap. 6.1 des Artikels und den Anhängen A1 und A2 überprüft werden. Achtung: Die Ergebnisse des Artikels gelten nur, falls  $\Omega_R = 0$ .
- [5] B.&J. Margalef-Bentabol, J. Cepa: Evolution of the Cosmological Horizons in a Universe with Countably Infinitely Many State Equations, June 2013. <https://arxiv.org/abs/1302.2186>  
Hier haben wir in Vergleich zu [4] lediglich zusätzlich die Ergebnisse für  $\Omega_R \neq 0$  überprüft.
- [6] D.W. Hogg: Distance measures in cosmology, December 2000.  
<https://arxiv.org/abs/astro-ph/9905116>.  
Wurde letztendlich aufgrund der Darstellung in z nicht wirklich verwendet, konnte aber zu Kontrollzwecken herangezogen werden. Die präsentierten Formeln sind unter zusätzlichen Nebenbedingungen korrekt, man kann jedoch nicht jeder Herleitung folgen.
- [7] Windows-Umgebung der Universität York für GNU-FORTRAN77  
<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/index.html> .  
<http://www.cs.yorku.ca/~roumani/fortran/ftn.htm>  
Siehe Kap. 2.1
- [8] Für SPT0418-47 relevante Weltlinien (Wikipedia)  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Worldlines\\_relevant\\_for\\_SPT0418-47.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Worldlines_relevant_for_SPT0418-47.svg)  
Zeichnung und Erläuterungen des Autors. Siehe Kap. 3.2.3
- [9] ICRAR Cosmology Calculator <https://cosmocalc.icrar.org/>  
Von ICRAR wurde die Idee einer Vielzahl vorbereiteter Parametersätze übernommen.
- [10] W.Lange: Von Lichtkegeln im Standardmodell der Kosmologie ( $\Lambda$ CDM-Modell), viXra 2212.0155, <https://vixra.org/abs/2212.0155>

## 10 Anhang: Beispiele

### 10.1 Steuerdateien

WELTTABELLEN wird im Weiteren für 4 Steuerdateien ausgeführt. Bei den Steuerdateien wird nur die Namenserweiterung (z.B. 1zx anstelle STEUERW1zx.TXT) erwähnt. Es wird davon ausgegangen, dass für die Dateinamen der Ausgabedateien die Voreinstellung ZZ verwendet wird und dass bisher keine Ausgabedateien vorhanden sind.

#### Steuerdatei 1zx ---> ZZ

```
-111
18,-9, Planck 18 mit OMEGA_R via Stefan-Boltzmann-Konstante
-201
2, Eingabe z (Rotverschiebung zu z(HEUTE)=0, da Scheitel z*=0 gemäß 1. Zeile hinter -301)
-211
1, Ausgabe in physikalischen Koordinaten
-301
1090,-1,1089,0,-8,      CMB, Scheitel z*=0, also Standardfall.
9,-1,5,-8
4.2249,-0.0001,4.2247,-8,  z=4.2248 - SPT0418-47
4,-1,1,-8
0.264,-0.001,0.263,-8,   z=0.263 – Gravitationslinse SPT0418-47
0.2,-0.1,-0.1,-9
-999
```

Die Steuerdatei behandelt die Eingabe von Rotverschiebungen. Da der Standardscheitel  $z=0$  (entspricht  $a=1$ ,  $t=HEUTE$ ) verwendet wird, ist  $z=z^*$  im Sinne von Kap. 4.2. Da der Steuerbefehl -105 fehlt, wird Aufgabe 1 ausgeführt. Es werden 3 Dateien ausgegeben, ZZ.TXT, ZZ\_DELTA.TXT und ZZ\_REZESSION.TXT.

#### Steuerdatei 1zx101 ---> ZZA

Eine weitere Steuerdatei 1zx101 ist exakt gleich wie 1zx, lediglich wird in der Folgezeile von Steuertyp -211 nun der Wert 101 (anstelle 1) verwendet. Ausgegeben werden wieder physikalische Koordinaten, allerdings wird in der Datei ZZA\_REZESSION nun die Rezessionsgeschwindigkeit von Horizonten (und nicht mehr die von Galaxien auf diesen Horizonten) ausgegeben. Die Dateien ZZA.TXT sowie ZZA\_DELTA.TXT sind identisch mit den Dateien ZZ.TXT bzw. ZZ\_DELTA.TXT.

#### Steuerdatei 2t ---> ZZB

```
-105
2,      AUFGABE 2
3,-14,  Kosmische Parameter bei t=HEUTE
-111
18,-9   Parametersatz Planck 18
-999
```

Erzeugt wird eine Datei ZZB.TXT, zusätzlich noch ZZB\_DELTA.TXT und ZZB\_REZESSION.TXT. In den letzten beiden Dateien werden die Ausgabeblöcke wie in den Dateien zu ZZ gehörenden \_DELTA- und \_Rezession-Dateien ausgegeben. Als Beispiel wird hier nur die Datei ZZB.TXT ausgedruckt.

**Steuerdatei 3-13-22x ---> ZZC**

-105

3, Aufgabe 3

-111

18,-9, Planck 18

-224

-22,-14,4.2248, (-22,-14,4.2248) = Heute mit  $z=4.2248$  sichtbare Galaxie

-227

-9,-9,-9

13,2,

-8,3,

Es werden Lichtkegel für 3 t-äquidistante Schnittpunkte (3)

-888,

der Galaxie mit Lichtkegeln zwischen dem HEUTE-Lichtkegel (-8)

-888,

der Galaxie und dem Ereignishorizont ermittelt.

-999

Als Beispiel wird hier nur die Datei ZZC.TXT ausgedruckt. Dateien ZZC\_DELTA.TXT und ZZC\_REZESSION.TXT werden von WELTTABELLEN ebenso erzeugt.

**Befehlsausführung**

Es werden auf der Konsole die Befehle

d 1zx

d 1zx101

d 2t

und

d 3-13-22x

ausgeführt. Die Ergebnisse werden im erwähnten Umfang auf den Folgeseiten präsentiert.

## 10.2 WELTTABELLEN-Ausdrucke

## ZZ.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHTEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
NULL	UNENDLICH	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
NULL	UNENDLICH	NULL	13.79068681	UNENDLICH	NULL	NULL	NULL	NULL
0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.62456288E-03	0.56735680E-01	0.41447549E-01	0.83734635E-03
0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.62549189E-03	0.56787158E-01	0.41485000E-01	0.83868797E-03
0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.81531832E+00	0.47326882E+01	0.30647530E+01	0.15485290E+01
0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.95466721E+00	0.51605480E+01	0.33072868E+01	0.18185821E+01
0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.11385997E+01	0.56753476E+01	0.35904287E+01	0.21761738E+01
0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.13898599E+01	0.63064957E+01	0.39237313E+01	0.26666716E+01
0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.17484483E+01	0.70979424E+01	0.43180505E+01	0.33707529E+01
0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.21463612E+01	0.78636729E+01	0.46713914E+01	0.41580255E+01
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.21464219E+01	0.78637823E+01	0.46714397E+01	0.41581461E+01
0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.21464827E+01	0.78638917E+01	0.46714881E+01	0.41582668E+01
0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.22904453E+01	0.81176548E+01	0.47817845E+01	0.44447795E+01
0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.31757128E+01	0.94736187E+01	0.53037808E+01	0.62294243E+01
0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.47836005E+01	0.11334023E+02	0.57742392E+01	0.96033675E+01
0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.81017547E+01	0.13885860E+02	0.55461842E+01	0.17520226E+02
0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.12620861E+02	0.16030293E+02	0.28346040E+01	0.33662880E+02
0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.12628076E+02	0.16032990E+02	0.28268527E+01	0.33699529E+02
0.83333333E+00	0.20000000E+00	0.11270340E+02	0.25203471E+01	0.74732556E+02	0.13083886E+02	0.16199791E+02	0.23003316E+01	0.36143685E+02
0.90909091E+00	0.10000000E+00	0.12440689E+02	0.13499973E+01	0.70827996E+02	0.13805166E+02	0.16450199E+02	0.12871521E+01	0.40651775E+02
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.15169466E+02	0.16883433E+02	-0.16491793E+01	0.52907868E+02
UNENDLICH	-1	UNENDLICH	minus UNENDLICH	0.55779676E+02	0.17529543E+02	0.17529543E+02	minus UNENDLICH	UNENDLICH

## ZZ\_DELTA.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHWEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

a	z	t	konformes t	LOOK-BACK	ER.HOR-HUB.RD	LICHT.K-HUB.RD	PA.HOR-ER.HOR	a'	a''	q
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	Mrd. Lichtj.	Mrd. Lichtj.	Mrd. Lichtj.	km/Mpc/s	(km/Mpc/s)^2	
0.9165903E-03	0.1090000E+04	0.3711270E-03	0.9135449E+00	0.1379032E+02	0.5611112E-01	0.4082299E-01	-0.5589833E-01	0.14350E+04	-0.13949E+10	0.62092E+00
0.9174312E-03	0.1089000E+04	0.3717002E-03	0.9141699E+00	0.1379032E+02	0.5616167E-01	0.4085951E-01	-0.5594847E-01	0.14342E+04	-0.13919E+10	0.62083E+00
0.1000000E+00	0.9000000E+01	0.5425104E+00	0.1548529E+02	0.1324818E+02	0.3917370E+01	0.2249435E+01	-0.3184159E+01	0.11993E+03	-0.71656E+05	0.49821E+00
0.1111111E+00	0.8000000E+01	0.6355618E+00	0.1636724E+02	0.1315513E+02	0.4205881E+01	0.2352620E+01	-0.3341966E+01	0.11380E+03	-0.57914E+05	0.49686E+00
0.1250000E+00	0.7000000E+01	0.7585220E+00	0.1740939E+02	0.1303216E+02	0.4536748E+01	0.2451829E+01	-0.3499174E+01	0.10735E+03	-0.45616E+05	0.49483E+00
0.1428571E+00	0.6000000E+01	0.9267853E+00	0.1866670E+02	0.1286390E+02	0.4916636E+01	0.2533871E+01	-0.3639824E+01	0.10050E+03	-0.34758E+05	0.49159E+00
0.1666667E+00	0.5000000E+01	0.1167632E+01	0.2022452E+02	0.1262305E+02	0.5349494E+01	0.2569602E+01	-0.3727189E+01	0.93206E+02	-0.25329E+05	0.48594E+00
0.1913912E+00	0.4224900E+01	0.1436089E+01	0.2172527E+02	0.1235460E+02	0.5717312E+01	0.2525030E+01	-0.3705647E+01	0.87190E+02	-0.18997E+05	0.47826E+00
0.1913949E+00	0.4224800E+01	0.1436130E+01	0.2172548E+02	0.1235456E+02	0.5717360E+01	0.2525018E+01	-0.3705636E+01	0.87189E+02	-0.18996E+05	0.47826E+00
0.1913985E+00	0.4224700E+01	0.1436171E+01	0.2172570E+02	0.1235452E+02	0.5717409E+01	0.2525005E+01	-0.3705625E+01	0.87188E+02	-0.18995E+05	0.47826E+00
0.2000000E+00	0.4000000E+01	0.1533660E+01	0.2222390E+02	0.1225703E+02	0.5827209E+01	0.2491339E+01	-0.3672875E+01	0.85380E+02	-0.17317E+05	0.47511E+00
0.2500000E+00	0.3000000E+01	0.2138425E+01	0.2491770E+02	0.1165226E+02	0.6297906E+01	0.2128068E+01	-0.3244194E+01	0.76974E+02	-0.10697E+05	0.45133E+00
0.3333333E+00	0.2000000E+01	0.3269241E+01	0.2881010E+02	0.1052145E+02	0.6550422E+01	0.9906387E+00	-0.1730656E+01	0.68135E+02	-0.54135E+04	0.38870E+00
0.5000000E+00	0.1000000E+01	0.5840742E+01	0.3504045E+02	0.7949945E+01	0.5784105E+01	-0.2555570E+01	0.3634366E+01	0.60344E+02	-0.13096E+04	0.17982E+00
0.7911392E+00	0.2640000E+00	0.1060244E+02	0.4254988E+02	0.3188249E+01	0.3409432E+01	-0.9786257E+01	0.1763259E+02	0.61293E+02	0.13176E+04	-0.27746E+00
0.7917656E+00	0.2630000E+00	0.1061243E+02	0.4256251E+02	0.3178257E+01	0.3404914E+01	-0.9801223E+01	0.1766654E+02	0.61306E+02	0.13213E+04	-0.27835E+00
0.8333333E+00	0.2000000E+00	0.1127034E+02	0.4337242E+02	0.2520347E+01	0.3115905E+01	-0.1078355E+02	0.1994389E+02	0.62277E+02	0.15618E+04	-0.33557E+00
0.9090909E+00	0.1000000E+00	0.1244069E+02	0.4471695E+02	0.1349997E+01	0.2645033E+01	-0.1251801E+02	0.2420158E+02	0.64389E+02	0.19622E+04	-0.43026E+00
0.1000000E+01	0.0000000E+00	0.1379069E+02	0.4613282E+02	0.0000000E+00	0.2172048E+01	-0.1450730E+02	0.2945347E+02	0.67400E+02	0.23955E+04	-0.52732E+00
0.1111111E+01	-0.1000000E+00	0.1535512E+02	0.4761708E+02	-0.1564438E+01	0.1713967E+01	-0.1681865E+02	0.3602444E+02	0.71620E+02	0.28772E+04	-0.62325E+00

## ZZ\_REZESSION.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

## AUSGABE DER REZESSIONSGESCHWINDIGKEITEN VON GALAXIEN

oder im fruehen Universum von (eventuell fiktiven) als ruhend angenommenen massebehafteten Objekten

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	c	c	c	c
0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.10000000E+01	0.90840621E+02	0.66362491E+02	0.13406918E+01
0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.10000000E+01	0.90787999E+02	0.66323802E+02	0.13408455E+01
0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.10000000E+01	0.58047122E+01	0.37589650E+01	0.18992938E+01
0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.10000000E+01	0.54055990E+01	0.34643348E+01	0.19049383E+01
0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.10000000E+01	0.49844978E+01	0.31533723E+01	0.19112721E+01
0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.10000000E+01	0.45375048E+01	0.28231129E+01	0.19186623E+01
0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.10000000E+01	0.40595666E+01	0.24696472E+01	0.19278539E+01
0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.10000000E+01	0.36637230E+01	0.21764237E+01	0.19372440E+01
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.10000000E+01	0.36636703E+01	0.21763846E+01	0.19372454E+01
0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.10000000E+01	0.36636176E+01	0.21763456E+01	0.19372469E+01
0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.10000000E+01	0.35441383E+01	0.20877095E+01	0.19405744E+01
0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.10000000E+01	0.29831471E+01	0.16701072E+01	0.19615830E+01
0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.10000000E+01	0.23693498E+01	0.12070906E+01	0.20075605E+01
0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.10000000E+01	0.17139324E+01	0.68456581E+00	0.21625224E+01
0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.10000000E+01	0.12701426E+01	0.22459672E+00	0.26672412E+01
0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.10000000E+01	0.12696305E+01	0.22385459E+00	0.26686195E+01
0.83333333E+00	0.20000000E+00	0.11270340E+02	0.25203471E+01	0.74732556E+02	0.10000000E+01	0.12381483E+01	0.17581410E+00	0.27624580E+01
0.90909091E+00	0.10000000E+00	0.12440689E+02	0.13499973E+01	0.70827996E+02	0.10000000E+01	0.11915973E+01	0.93236991E-01	0.29446786E+01
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.10000000E+01	0.11497210E+01	0.00000000E+00	0.31799722E+01
0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.10000000E+01	0.11129880E+01	-0.10871703E+00	0.34877871E+01

## ZZA\_REZESSION.TXT

Raumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)

OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)

OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Rotverschiebung z=NULL, Skalenfaktor a=1, Kosmische Zeit t = HEUTE

AUSGABE DER REZESSIONSGESCHWINDIGKEITEN VON HUBBLESPHAERE, EREIGNISHORIZONT UND PARTIKELHORIZONT  
SOWIE VON GALAXIEN AUF DEM LICHTKEGEL

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	c	c	c	c
0.91659028E-03	0.10900000E+04	0.37112700E-03	0.13790316E+02	0.15655625E+07	0.16209175E+01	0.89840621E+02	0.66362491E+02	0.23406918E+01
0.91743119E-03	0.10890000E+04	0.37170015E-03	0.13790315E+02	0.15632372E+07	0.16208334E+01	0.89787999E+02	0.66323802E+02	0.23408455E+01
0.10000000E+00	0.90000000E+01	0.54251036E+00	0.13248176E+02	0.11992766E+04	0.14982095E+01	0.48047122E+01	0.37589650E+01	0.28992938E+01
0.11111111E+00	0.80000000E+01	0.63556179E+00	0.13155125E+02	0.10242231E+04	0.14968594E+01	0.44055990E+01	0.34643348E+01	0.29049383E+01
0.12500000E+00	0.70000000E+01	0.75852197E+00	0.13032165E+02	0.85876734E+03	0.14948334E+01	0.39844978E+01	0.31533723E+01	0.29112721E+01
0.14285714E+00	0.60000000E+01	0.92678525E+00	0.12863902E+02	0.70351857E+03	0.14915852E+01	0.35375048E+01	0.28231129E+01	0.29186623E+01
0.16666667E+00	0.50000000E+01	0.11676325E+01	0.12623054E+02	0.55923427E+03	0.14859439E+01	0.30595666E+01	0.24696472E+01	0.29278539E+01
0.19139122E+00	0.42249000E+01	0.14360888E+01	0.12354598E+02	0.45555809E+03	0.14782629E+01	0.26637230E+01	0.21764237E+01	0.29372440E+01
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.14782617E+01	0.26636703E+01	0.21763846E+01	0.29372454E+01
0.19139855E+00	0.42247000E+01	0.14361710E+01	0.12354516E+02	0.45553232E+03	0.14782604E+01	0.26636176E+01	0.21763456E+01	0.29372469E+01
0.20000000E+00	0.40000000E+01	0.15336604E+01	0.12257026E+02	0.42690049E+03	0.14751086E+01	0.25441383E+01	0.20877095E+01	0.29405744E+01
0.25000000E+00	0.30000000E+01	0.21384255E+01	0.11652261E+02	0.30789693E+03	0.14513346E+01	0.19831471E+01	0.16701072E+01	0.29615830E+01
0.33333333E+00	0.20000000E+01	0.32692405E+01	0.10521446E+02	0.20440507E+03	0.13887038E+01	0.13693498E+01	0.12070906E+01	0.30075605E+01
0.50000000E+00	0.10000000E+01	0.58407420E+01	0.79499448E+01	0.12068894E+03	0.11798182E+01	0.71393241E+00	0.68456581E+00	0.31625224E+01
0.79113924E+00	0.26400000E+00	0.10602438E+02	0.31882489E+01	0.77474288E+02	0.72253947E+00	0.27014262E+00	0.22459672E+00	0.36672412E+01
0.79176564E+00	0.26300000E+00	0.10612430E+02	0.31782572E+01	0.77430024E+02	0.72165004E+00	0.26963048E+00	0.22385459E+00	0.36686195E+01
0.83333333E+00	0.20000000E+00	0.11270340E+02	0.25203471E+01	0.74732556E+02	0.66442932E+00	0.23814831E+00	0.17581410E+00	0.37624580E+01
0.90909091E+00	0.10000000E+00	0.12440689E+02	0.13499973E+01	0.70827996E+02	0.56973899E+00	0.19159735E+00	0.93236991E-01	0.39446786E+01
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	0.00000000E+00	0.67400000E+02	0.47268419E+00	0.14972103E+00	0.00000000E+00	0.41799722E+01
0.11111111E+01	-0.10000000E+00	0.15355125E+02	-0.15644380E+01	0.64457920E+02	0.37674622E+00	0.11298798E+00	-0.10871703E+00	0.44877871E+01

## ZZB.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)

OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)  
 OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)  
 OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall  
 SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL Skalenfaktor: 0.10000000E+01  
 SCHEITELPUNKT RUECKWAERTS-LICHTKEGEL (Kosmische Zeit Mrd. Jahre): 0.13790687E+02

Kosmische Parameter in mitbewegten und physikalischen Koordinaten

Schnittpunkt zwischen Ereignishoriz. und Partikelhoriz. bei  $a = 0.3971313142E+00$ , mitbewegter Entfernung=  $0.3140608583E+02$  Mrd. Lichtjahre  
 auf der durch  $z = 0.9999500794E+01$  markierten Weltlinie.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.39713131E+00	0.15180588E+01	0.42158248E+01	0.95748620E+01	0.16116801E+03	0.15276843E+02	0.31406086E+02	0.14726734E+02	0.31406086E+02
0.90913217E-01	0.99995008E+01	0.47012865E+00	0.13320558E+02	0.13833281E+04	0.77748919E+01	0.48085437E+02	0.31406086E+02	0.14726734E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.39713131E+00	0.15180588E+01	0.42158248E+01	0.95748620E+01	0.16116801E+03	0.60669126E+01	0.12472340E+02	0.58484474E+01	0.12472340E+02
0.90913217E-01	0.99995008E+01	0.47012865E+00	0.13320558E+02	0.13833281E+04	0.70684043E+00	0.43716018E+01	0.28552283E+01	0.13388548E+01

Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Partikelhorizont bei  $a = 0.2149990188E+00$  und mitbewegter Entfernung=  $0.2306641015E+02$  Mrd. Lichtjahre

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.21499902E+00	0.36511840E+01	0.17084411E+01	0.12082246E+02	0.38378821E+03	0.11850003E+02	0.39745762E+02	0.23066410E+02	0.23066410E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.21499902E+00	0.36511840E+01	0.17084411E+01	0.12082246E+02	0.38378821E+03	0.25477391E+01	0.85452997E+01	0.49592555E+01	0.49592555E+01
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

**ZZB.TXT, Fortsetzung des Ausdrucks**

Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei  $a = 0.3864530645E+00$  und mitbewegter Entfernung =  $0.1514129051E+02$  Mrd. Lichtjahren

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.15141291E+02	0.31820642E+02	0.15141291E+02	0.30991530E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.58513981E+01	0.12297185E+02	0.58513981E+01	0.11976772E+02
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Uebergang von verlangsamer zu beschleunigter Expansion bei  $a = 0.6128499922E+00$ , berechnet mittels Abbremsparameter  $q$  via  $a''(t)$

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
		Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.61284999E+00	0.63172067E+00	0.76931755E+01	0.60975113E+01	0.96597882E+02	0.10122295E+02	0.14973244E+02	0.47513039E+01	0.23521195E+02

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

0.61284999E+00	0.63172067E+00	0.76931755E+01	0.60975113E+01	0.96597882E+02	0.16516757E+02	0.24432152E+02	0.77528008E+01	0.38380019E+02
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Die Bedeutung des z-Werts in der zweiten Zeile beim Schnittpunkt zwischen Ereignishorizont und Partikelhorizont ist in Kap. 4.2 erläutert.

ZZC.TXT

Räumlich flaches Standardmodell der Kosmologie (Lambda-CDM-Modell)  
 OMEGA\_M: 0.31500 Hubble-Parameter H0: 67.4000 km/Mpc/s 0.21842852E-17 1/s (Planck18)  
 OMEGA\_R: 0.9209605429E-04 (via Stefan-Boltzmann-Konstante)  
 OMEGA\_LAMBDA: 0.6849079039 (1-OMEGA\_M-OMEGA\_R) HEUTE: 13.7906868085 Mrd. Jahre nach dem Urknall

WELTLINIE EINER GALAXIE VIA ZEITPFAD

Benutzereingabe zur Kennzeichnung der Galaxie:

SCHEITEL-a Lichtkegel= 0.10000000E+01 SCHEITEL-t Lichtkegel= 0.13790687E+02 Mrd. Jahre  
 Abstand zum Beobachter auf dem Lichtkegel wird gemessen bei a= 0.19139489E+00 t= 0.14361299E+01 Mrd. Jahre, z= 0.42248000E+01

Betrachtet wird eine im Hubble-Flow treibende Galaxie mit einem mitbewegten radialen Abstand von 0.24407338E+02 Mrd. Lichtjahren zum Beobachter.  
 Der heutige Ort des im Hubble-Flow treibenden Beobachters ist in der Milchstrasse gelegen.  
 Galaxie schneidet Ereignishorizont bei a= 0.61377140E+00 t= 0.77083941E+01 Mrd. Jahren  
 Hinweis: Rotverschiebung z und Look-Back-Time beziehen sich auf den Scheitelpunkt des Rueckwaerts-Lichtkegels.

Ausgabereihenfolge

1. Scheitelpunkt des Rueckwaerts-Lichtkegels
2. Schnittpunkt Galaxie - Lichtkegel
3. Schnittpunkt Galaxie - Ereignishorizont
4. Schnittpunkt Lichtkegel - Hubblesphaere

Galaxie schneidet bei a= 0.19139489E+00 t= 0.14361299E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.10000000E+01 t= 0.13790687E+02 Mrd. Jahren  
 Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.38645306E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.15141291E+02 Mrd. Lichtjahren.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	-0.18669510E-10	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.11214625E+02	0.41086690E+02	0.24407338E+02	0.21725482E+02
0.61377140E+00	0.62927110E+00	0.77083941E+01	0.60822927E+01	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.77279870E+01	0.38404833E+02
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.15141291E+02	0.31820642E+02	0.15141291E+02	0.30991530E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.10000000E+01	0.00000000E+00	0.13790687E+02	-0.18669510E-10	0.67400000E+02	0.14507303E+02	0.16679351E+02	0.00000000E+00	0.46132820E+02
0.19139489E+00	0.42248000E+01	0.14361299E+01	0.12354557E+02	0.45554520E+03	0.21464219E+01	0.78637823E+01	0.46714397E+01	0.41581461E+01
0.61377140E+00	0.62927110E+00	0.77083941E+01	0.60822927E+01	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.47432174E+01	0.23571788E+02
0.38645306E+00	0.15876364E+01	0.40534118E+01	0.97372750E+01	0.16710403E+03	0.58513981E+01	0.12297185E+02	0.58513981E+01	0.11976772E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.31465557E+00 t= 0.30041959E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.16632573E+01 t= 0.21833129E+02 Mrd. Jahren  
 Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.53165178E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.16359198E+02 Mrd. Lichtjahren.

## ZCC.TXT, Fortsetzung des Ausdrucks

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.16632573E+01	0.00000000E+00	0.21833129E+02	-0.10913297E-08	0.58501461E+02	0.10048944E+02	0.10412920E+02	0.00000000E+00	0.52399251E+02
0.31465557E+00	0.42859617E+01	0.30041959E+01	0.18828933E+02	0.22155580E+03	0.14025812E+02	0.34820259E+02	0.24407338E+02	0.27991913E+02
0.61377140E+00	0.17098971E+01	0.77083941E+01	0.14124734E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.13994418E+02	0.38404833E+02
0.53165178E+00	0.21284713E+01	0.63562259E+01	0.15476903E+02	0.11242355E+03	0.16359198E+02	0.26772118E+02	0.16359198E+02	0.36040054E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.16632573E+01	0.00000000E+00	0.21833129E+02	-0.10913297E-08	0.58501461E+02	0.16713980E+02	0.17319366E+02	0.00000000E+00	0.87153438E+02
0.31465557E+00	0.42859617E+01	0.30041959E+01	0.18828933E+02	0.22155580E+03	0.44133000E+01	0.10956388E+02	0.76799050E+01	0.88078114E+01
0.61377140E+00	0.17098971E+01	0.77083941E+01	0.14124734E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.85893735E+01	0.23571788E+02
0.53165178E+00	0.21284713E+01	0.63562259E+01	0.15476903E+02	0.11242355E+03	0.86973966E+01	0.14233444E+02	0.86973966E+01	0.19160759E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.42025629E+00 t= 0.45722620E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.28542742E+01 t= 0.31075457E+02 Mrd. Jahren  
Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.68784986E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.16403180E+02 Mrd. Lichtjahren.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.28542742E+01	0.00000000E+00	0.31075457E+02	0.16777612E-07	0.56328647E+02	0.60816520E+01	0.61264487E+01	0.00000000E+00	0.56685723E+02
0.42025629E+00	0.57917465E+01	0.45722620E+01	0.26503195E+02	0.14967941E+03	0.15544269E+02	0.30533787E+02	0.24407338E+02	0.32278385E+02
0.61377140E+00	0.36503865E+01	0.77083941E+01	0.23367063E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.18280890E+02	0.38404833E+02
0.68784986E+00	0.31495599E+01	0.89290269E+01	0.22146430E+02	0.86661234E+02	0.16403180E+02	0.22529629E+02	0.16403180E+02	0.40282543E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.28542742E+01	0.00000000E+00	0.31075457E+02	0.16777612E-07	0.56328647E+02	0.17358702E+02	0.17486564E+02	0.00000000E+00	0.16179660E+03
0.42025629E+00	0.57917465E+01	0.45722620E+01	0.26503195E+02	0.14967941E+03	0.65325767E+01	0.12832016E+02	0.10257338E+02	0.13565194E+02
0.61377140E+00	0.36503865E+01	0.77083941E+01	0.23367063E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.11220287E+02	0.23571788E+02
0.68784986E+00	0.31495599E+01	0.89290269E+01	0.22146430E+02	0.86661234E+02	0.11282925E+02	0.15497002E+02	0.11282925E+02	0.27708341E+02

Galaxie schneidet bei a= 0.51843161E+00 t= 0.61403281E+01 Mrd. Jahren den Lichtkegel mit SCHEITEL bei a= 0.63132361E+01 t= 0.44938920E+02 Mrd. Jahren  
Schnittpunkt zwischen Lichtkegel und Hubble-Radius bei a= 0.92349107E+00 und mitbewegter Entfernung= 0.15081376E+02 Mrd. Lichtjahren.

\*\*\*\*\* Mitbewegte Koordinaten \*\*\*\*\*

a	z	t	LOOK-BACK	H	HUBBLE-RADIUS	EREIGNIS-HORIZT	LICHTKEGEL	PARTIKEL-HORIZT
Rv	z(Scheitel)	Mrd. Jahre	Mrd. Jahre	km/Mpc/s	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre	Mrd Lichtjahre
0.63132361E+01	0.00000000E+00	0.44938920E+02	-0.29297382E-08	0.55830631E+02	0.27740993E+01	0.27759996E+01	0.00000000E+00	0.60036172E+02
0.51843161E+00	0.11177568E+02	0.61403281E+01	0.38798592E+02	0.11570143E+03	0.16301080E+02	0.27183338E+02	0.24407338E+02	0.35628834E+02
0.61377140E+00	0.92859732E+01	0.77083941E+01	0.37230526E+02	0.96452977E+02	0.16516739E+02	0.24407338E+02	0.21631339E+02	0.38404833E+02
0.92349107E+00	0.58362720E+01	0.12658617E+02	0.32280304E+02	0.70205787E+02	0.15081376E+02	0.17857375E+02	0.15081376E+02	0.44954796E+02

\*\*\*\*\* Physikalische Koordinaten (Eigendistanz) \*\*\*\*\*

0.63132361E+01	0.00000000E+00	0.44938920E+02	-0.29297382E-08	0.55830631E+02	0.17513544E+02	0.17525541E+02	0.00000000E+00	0.37902253E+03
0.51843161E+00	0.11177568E+02	0.61403281E+01	0.38798592E+02	0.11570143E+03	0.84509953E+01	0.14092702E+02	0.12653536E+02	0.18471114E+02
0.61377140E+00	0.92859732E+01	0.77083941E+01	0.37230526E+02	0.96452977E+02	0.10137502E+02	0.14980526E+02	0.13276697E+02	0.23571788E+02
0.92349107E+00	0.58362720E+01	0.12658617E+02	0.32280304E+02	0.70205787E+02	0.13927516E+02	0.16491127E+02	0.13927516E+02	0.41515353E+02

Die Ergebnisse von ZZC lassen sich in folgender Tabelle zusammenfassen:

<b>Schnittpunkt Galaxie mit</b>	<b>% Differenz t</b>	<b>t</b>	<b>DELTA-t</b>	<b>Eigendistanz ED</b>	<b>Delta ED</b>	<b>Scheitel LK</b>
	<b>LK0 bis EH</b>	<b>Mrd. Jahre</b>	<b>Mrd. Jahre</b>	<b>Mrd. Lichtjahre</b>	<b>Mrd. Lichtjahre</b>	<b>Mrd. Jahre</b>
<b>Lichtkegel LK0 (HEUTE)</b>	0.00%	1.4361299		4.6714397		13.790687
			1.568066		3.0084653	
<b>Lichtkegel LK1</b>	25.00%	3.0041959		7.6799050		21.833129
			1.568066		2.5774330	
<b>Lichtkegel LK2</b>	50.00%	4.5722620		10.2573380		31.075457
			1.568066		2.3961980	
<b>Lichtkegel LK3</b>	75.00%	6.1403281		12.6535360		44.938920
			1.568066		2.3269900	
<b>Ereignishorizont (EH)</b>	100.00%	7.7083941		14.9805260		$\infty$

Normalsprachlich lässt sich das Ergebnis so formulieren:

- 1) Ein im Hubble-Flow treibender Beobachter, dessen heutiger Ort in der Milchstraße gelegen ist, sieht HEUTE (Scheitel des Rückwärts-Lichtkegels LK0 13.790687 Mrd. Jahre nach dem Urknall) eine Galaxie unter der Rotverschiebung  $z=4.2248$  (siehe Quelle [8], es handelt sich um SPT0418-47). Die damalige physikalische Entfernung der Galaxie vom Beobachter betrug 4.6714397 Mrd. Lichtjahre. Das heute empfangene Licht wurde  $t_0=1.4361299$  Mrd. Jahre nach dem Urknall emittiert. ( $z$  wird als scheitelabhängige Größe im Weiteren nicht mehr erwähnt.) Nebenbei: Die heutige Entfernung der Galaxie vom Beobachter beträgt 24.407338 Mrd. Lichtjahre (und liegt selbstverständlich jenseits des Ereignishorizonts, der heute 16.679351 Mrd. Lichtjahre vom Beobachter entfernt ist).
- 2) Die Weltlinie der Galaxie schneidet den Ereignishorizont  $t_4=7.7083941$  Mrd. Jahre nach dem Urknall. Die physikalische Entfernung vom Beobachter betrug 14.980526 Mrd. Lichtjahre.
- 3) Die Steuerdatei 3-12-22x legt nun zwischen  $t_0$  und  $t_4$  drei  $t$ -äquidistante Zeitpunkte  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$ , die 25%, 50% bzw. 75% der Zeitdifferenz  $t_4-t_0$  überbrücken. Bei diesen Zeitpunkten werden jene durch ihren Scheitelpunkt identifizierten Lichtkegel LK1, LK2 und LK3 ermittelt, die die Weltlinie der Galaxie bei  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$  schneidet.
- 4) Als Beispiel verwenden wir jetzt den Zeitpunkt  $t_3=6.1403281$  Mrd. Jahre nach dem Urknall. Zu diesem Zeitpunkt schneidet die die Weltlinie der Galaxie den Lichtkegel LK3, auf dessen Scheitel der Beobachter 44.938920 Mrd. Jahre nach dem Urknall trifft. Die Distanz dieses Schnittpunkts vom Beobachter

beträgt 12.6535360 Mrd. Lichtjahre. Man kann es auch so ausdrücken: 44.938920 Mrd. Jahre nach dem Urknall sieht der Beobachter jenes Licht, das von der Galaxie im Schnittpunkt in Richtung des Beobachters emittiert wird.

- 5) Die ZC-WELTTABELLEN-Blöcke liefern auch zusätzliche Informationen. Im LK0-Ausgabeblock wird z.B. der Schnittpunkt zwischen dem Lichtkegel LK0 und der Hubblesphäre bei  $t_i = 4.0534118$  Mrd. Jahre bzw.  $Z_i = 1.5876364$  und einer Eigendistanz von 5.8513981 Mrd. Lichtjahren vom Beobachter erwähnt. Auf dem Lichtkegel gelegene Galaxien, die ihr auf den Beobachter gerichtetes Licht vor diesem Schnittpunkt  $t_i$  emittiert haben, hatten sich mit Überlichtgeschwindigkeit vom Beobachter entfernt. Die auf den Beobachter gerichteten Photonen hatten sich zunächst vom Beobachter wegbewegt, bevor sie von der schneller als der Raum expandierenden Hubblesphäre überholt wurden. In der hier nicht ausgedruckten Datei ZC\_REZSSION.TXT können auch die genauen Rezessionsgeschwindigkeiten ermittelt werden. Analoge Informationen werden auch für die Lichtkegel LK1, LK2 und LK3 geliefert.