

Calculation and Prediction of the Frequency of the ^{229}Th Nuclear Transition

Gang Chen[†], Tianman Chen, Tianyi Chen

[†]Correspondence to: gang137.chen@connect.polyu.hk

Abstract

The accurate measurements of the frequency of the nuclear energy level transition of ^{229}Th base state to excited state $^{229\text{m}}\text{Th}$ (the frequency of ^{229}Th nuclear transition for short) is critical to realize nuclear clocks. On 04 December 2024 Prof. Jun Ye's laboratory reported the most accurate measured value for this frequency, i.e., $2.020407384335(2)\times 10^{15}$ Hz, with 12 precise digits, and gave its ratio with the frequency of ^{87}Sr optical atomic clock, i.e., 4.707072615078(5). In this paper, we construct reasonable formulas, and calculate out the reciprocal of the frequency of ^{229}Th nuclear transition in atomic units, the reciprocal of the frequency of ^{87}Sr optical atomic clock in atomic units and the ratio between them, which are 20.461899741458143308, 96.315647925496289349 and 4.7070726150783448253 respectively. As the most accurate measured frequency of ^{87}Sr optical atomic clock is 429228004229872.99(8) Hz, we calculate out the frequency of ^{229}Th nuclear transition which is 2020407384335167.11(38) Hz, with 15 precise digits. We also calculate out the more precise values of the atomic unit of time, which is $2.41888432658653284(45)\times 10^{-17}$ s, and hence calculate out more precise Rydberg constant, Hartree energy, Bohr radius, classical electron radius and electron mass.

Keywords: ^{229}Th , nuclear transition, frequency, nuclear clock, ^{87}Sr , optical atomic clock, atomic unit of time, Rydberg constant, Hartree energy, Bohr radius, classical electron radius, electron mass.

摘要

^{229}Th 原子核基态至激发态 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 的核跃迁频率（简称 ^{229}Th 核跃迁频率）的精确测量是实现核钟的关键。叶军教授实验室于 2024 年 9 月 4 日报道了对此频率的最精确测量值，即 $2.020407384335(2)\times 10^{15}$ Hz，具有 12 位准确数字，并给

出其与 ^{87}Sr 光原子钟频率的比值，即 4.707072615078(5)。本文中我们构建合理公式，计算出原子单位制中 ^{229}Th 核跃迁频率的倒数、原子单位制中 ^{87}Sr 光原子钟频率的倒数和它们的比值分别为 20.461899741458143308、96.315647925496289349 和 4.7070726150783448253。由于 ^{87}Sr 光原子钟频率的最精确测量值为 429228004229872.99(8) Hz，我们计算出 ^{229}Th 核跃迁频率为 2020407384335167.11(38) Hz，具有 15 位准确数字。我们也计算出原子单位时间的更精确值，即 $2.41888432658653284(45)\times 10^{-17}$ s，并由此计算出更精确的 Rydberg 常数、Hartree 能量、玻尔半径、经典电子半径和电子质量。

关键词：钍 229，核跃迁，频率，核钟，铯 87，光原子钟，原子单位时间，里德伯常数，哈特里能量，玻尔半径，经典电子半径，电子质量。

1. 介绍

们知道数学和科学起源于古希腊，形象说古希腊有数学和科学的种子，这种种子很可能包含了数学和科学的原初基因。例如古希腊毕达哥拉斯（Pythagoras）学派认为“万物皆数（自然数）、万物皆比例（有理数）”，虽然人类后来发现了无理数，对他们的观点形成了超越，但作为数学和科学的鼻祖，毕达哥拉斯学派的观点是不能忽视、不可小觑的，是应该敬仰和重视的。特别是按照我们的观点，无理数在现实中不存在，实数与数轴上的点一一对应是错误的（认为点没有大小是错误的，且与现实不合）[1]，尤其是亚原子世界（例如原子核中）是一个自然数世界，因此毕达哥拉斯学派的观点在亚原子世界（例如原子核中）是正确的。因此我们将毕达哥拉斯学派的“万物皆数（自然数）、万物皆比例（有理数）”的观点称为毕达哥拉斯公理或原理。另外，19 世纪德国数学家克罗内克（Kroneker, 1823-1891）也有名言“God made natural numbers, all else is the work of man”，即“上帝创造了自然数，其余是人的工作”。本文作者秉承毕达哥拉斯学派和克罗内克等的观点，认为亚原子世界是自然数世界，其中的自然数及其比例都是有意义的，我们需要发现和解释它们。

利用原子中的电子能级跃迁，人类已经制造出了微波频率的原子钟（微波原子钟或原子钟）和可见光频率的原子钟（光原子钟或光钟），下一步人类将探索利用原子核的能级跃迁的核钟。原子核的跃迁能量基本上都是几十到几千 keV 级别的，对应伽马射线，频率太高，但 ^{229}Th 的基态至激发态 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 的跃迁

能量低至 8.36eV，对应的电磁波为真空紫外光（VUV），这就为人类制造核钟开了一扇窗户。精确测量 ^{229}Th 的核跃迁频率是制造核钟为关键，目前叶军教授实验室取得了最精确的测量结果[2]，给出 $2.020407384335(2)\times 10^{15}$ Hz 的测量值，有 12 位准确数字，并给出其与 ^{87}Sr 光原子钟频率的比值即 4.707072615078(5)。

本文将构建合理的公式，对 ^{229}Th 的核跃迁频率进行计算和预测，并解释公式中的自然数和比例的意义。也计算出更准确的原子单位时间 t_{au} ，由此也计算出更精确的 Rydberg 常数、Hartree 能量、玻尔半径、经典电子半径和电子质量。

2. 手性理论的五条原理

在我们以前的文章中，我们提出了手性理论的四条原理，现在我们增加一条原理，成为手性理论的五条原理[1, 3-8]。

原理一 (Principle 1):

手性(Chirality) = $\pm 2\pi$

一双手可抽象为反时针或顺时针的圆； $\pm 2\pi$ 代表右手和左手

原理二 (Principle 2):

在亚原子世界，圆应该分为 420° ，手性与 840° 相对应。

圆 = $2\pi = 420^\circ$ ，一双手可以抽象为反、顺时针的两个圆，

所以：一双手 = 手性(Chirality) = $\pm 2\pi = \pm 420^\circ = 840^\circ$

右撇子和左撇子两双手： $\pm \text{Chirality} = \pm 840^\circ$

$840^\circ = 1(2\ 4\ 8)(3\ 5\ 7)$ ， $\pm 840^\circ = \pm 1(2\ 4\ 8)(3\ 5\ 7)$

一双手中的最大的也是最稳定的稳定数是56

右撇子、左撇子中最大的稳定数是 $2 \times 56 = 112$

亚原子世界例如原子核处于手性空间，适用 840° 。

其中最稳定数为 $56 = 8 \times 7$ ，元素的自然终点为112号 Cn^* 。

原理三 (Principle 3):

$$2\pi - e \text{公式: } 2\pi = \left(\frac{e}{e^{\gamma_c}}\right)^2 = e^2 \frac{e^2}{\left(\frac{2}{1}\right)^3} \frac{e^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \frac{e^2}{\left(\frac{4}{3}\right)^7} \dots$$

$$(2\pi)_{\text{Chen-k}} = \left(\frac{e}{e^{\gamma_{c,k}}}\right)^2 = e^2 \frac{e^2}{\left(\frac{2}{1}\right)^3} \frac{e^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^5} \dots \frac{e^2}{\left(\frac{k+1}{k}\right)^{2k+1}}$$

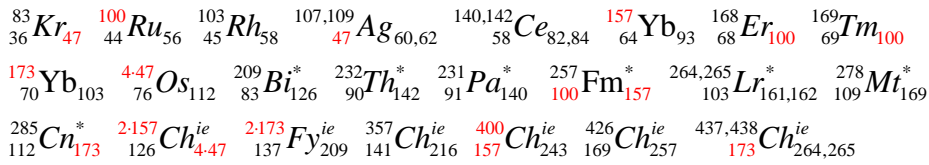
原理四 (Principle 4):

在亚原子世界，适用的数轴为百分度的自然数数轴(NNA-100)，

此时无理数例如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 和 π 表现为 $141/100$ 、 $173/100$ 和 $314/100$ ，

且有 $141+173=314$ ，或 $\frac{141}{2} + \frac{173}{2} = 157$ ，注意 $141 = 3 \cdot 47$ ，

并与元素核素对应，例如：



原理五 (Principle 5):

进制具有科学性。在原子核中同时存在了4、6、10和14进制，它们都是科学的，这些进制组成了元素核素的基本骨架。元素的宇宙大爆炸阶段主要合成H和He，此时适用的进制是2进制；元素恒星合成阶段合成其它元素，此时适用的进制是2、6、10和14进制，这些进制互相配合并决定了元素的数量和基本元素的种类。在人类的世界也有这些进制的存在，其中10进制最常用。除这些自然数进制外，还有以自然对数的底数e为基础的e进制，其应是自然数进制的综合，并适用于自然和科学中。

3. 原子单位制

我们发现在亚原子世界例如原子核中，适用的数轴是百分度的自然数数轴 (NNA-100)，由此我们对 Hartree 原子单位制进行了如下的改进[1, 3-8]。

Hartree Atomic Units (*au*):

$$\hbar_{au} = e_{au} = a_{0/au} = m_{e/au} = 1, \quad \hbar_{au} = \frac{h_{au}}{2\pi} = 1, \quad h_{au} = 2\pi$$

Hartree-Chen Atomic Units (still abbreviated as *au*):

$$\hbar_{au} = e_{au} = a_{0/au} = m_{e/au} = 1$$

$$\hbar_{au} = \frac{h_{au}}{(2\pi)_{au}} = 1, \quad h_{au} = (2\pi)_{au} = \frac{4\cdot157}{100} = 6.28, \quad (2\pi)_{au} = 420^\circ$$

In the subatomic world, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ and π express as rational numbers

$$(\sqrt{2})_{au} = \frac{141}{100} = 1.41, \quad (\sqrt{3})_{au} = \frac{173}{100} = 1.73$$

$$(\pi)_{au} = \frac{2\cdot157}{100} = 3.14, \quad (2\pi)_{au} = \frac{4\cdot157}{100} = 6.28$$

$$(\sqrt{2})_{au} + (\sqrt{3})_{au} = (\pi)_{au}, \quad 1.41 + 1.73 = 3.14, \quad 141 + 173 = 2\cdot157$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)_{au} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)_{au} = \left(\frac{\pi}{2}\right)_{au}, \quad \left(\sin\frac{\pi}{4}\right)_{au} + \left(\sin\frac{\pi}{3}\right)_{au} = \left(\frac{\pi}{2}\right)_{au}$$

$$\frac{141}{2} + \frac{173}{2} = 157$$

In the subatomic world, a circle should be divided into 420°

$$(2\pi)_{au} = 420^\circ, \quad \left(\sin\frac{\pi}{3}\right)_{au} = \left(\sin 70^\circ\right)_{au} = \frac{173}{2\cdot100} \quad ({}^{173}_{70}\text{Yb}_{103})$$

4. 精细结构常数公式

精细结构常数为物理学的百年之谜，1916年由物理学家 Sommerfeld 引入。物理学家 Feynman 根据精细结构常数的定义，认为最大的类氢原子（即只有一个电子但核电荷可以增加的原子）其核电荷数不能超过 137，否则基态电子的等效速度将超过光速。所以他认为最大的元素是 137 号，可称为元素的费曼终点（Fy）。我们由此通过以下步骤推导出精细结构常数公式[3, 9-12]。

精细结构常数 α 的定义之一为H原子基态电子等效线速度与光速之比，

$$\text{即: } \alpha = \frac{v_e}{c} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137.036}$$

Feynman注意到类H原子（Z个质子但仍然只有1个电子的原子）基态：

$$Z\alpha = \frac{v}{c} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{Zv_e}{c},$$

由于电子速度 v 不能超过光速 c ，所以： $Z_{\text{max-ideal}} = 137 \approx \frac{1}{\alpha}$ ，即： $\alpha = \frac{1}{Z_{\text{max-ideal}}}$

这是一个粗略的精细结构常数公式，是我们比Feynman多走的第一步。

我们根据原子核的手性模型[3]、核素周期表[3]和新的元素周期表[6, 7]认为 112 号元素 Cn^* 为元素的自然终点。试问其与元素的费曼终点是什么关系，由此将 112 变换为 137 即得到合理和精确的精细结构常数公式[2, 8-11]。

$$\alpha = F(ZNA) = f(ZNA) \frac{1}{Z_{\text{max-real}}} \approx \frac{1}{Z_{\text{max-ideal}}} \quad (\text{ZNA代表质子、中子和总核子数})$$

$$\text{例证: } {}_{56}^{136,137,138}\text{Ba}_{80,81,82} \quad {}_{86}^{222}\text{Rn}_{136}^* \quad {}_{87}^{223,224}\text{Fr}_{136,137}^* \quad {}_{88}^{226}\text{Ra}_{138}^* \quad {}_{89}^{227}\text{Ac}_{138}^* \quad {}_{136,137,138}^{344,2173,348}\text{Fy}_{208,209,210}^{ie}$$

根据原子核的手性模型、核素周期表和新的元素周期表： $Z_{\text{max-real}} = 112$

$$\text{根据精细结构常数的定义: } \alpha = \frac{\lambda_e}{2\pi a_0}, \quad \alpha = \frac{2\pi r_e}{\lambda_e}$$

$$\text{我们认为有两个精细结构常数, 即: } \alpha_1 = \frac{\lambda_e}{2\pi a_0}, \quad \alpha_2 = \frac{2\pi r_e}{\lambda_e}$$

引入 2π 因子，再代入 $2\pi - e$ 公式和考虑 2π 是平方数，

由此构建如下两个精细结构常数公式：

$$\alpha_1 = \frac{36}{7(2\pi)_{\text{Chen-112}}} \frac{1}{112 + \frac{1}{75^2}} = 1/137.035999037415379$$

注意： α_1 公式中两个112的巧合，36和 2π 都为平方数。

由于 α 为核子数Z、N、A的函数，我们认为该公式中的因子为核子数，

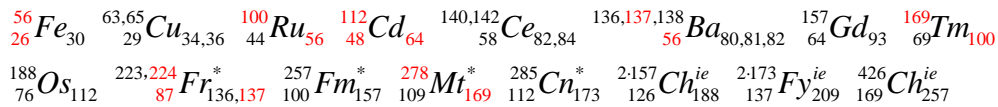
因此该公式与以下元素核素相关联：

$$\begin{array}{cccccccc}
 83,84 & & 136,137,138 & & 185,187 & & 209 & 209 & 285 & 2-173 \\
 {}_{36}\text{Kr}_{47,48} & & {}_{56}\text{Ba}_{80,81,82} & & {}_{75}\text{Re}_{110,112} & & {}_{83}\text{Bi}_{126}^* & {}_{84}\text{Po}_{125}^* & {}_{112}\text{Cn}_{173}^* & {}_{137}\text{Fy}_{209}^{ie}
 \end{array}$$

$$\alpha_2 = \frac{13(2\pi)_{\text{Chen-278}}}{100} \frac{1}{112 - \frac{1}{64 \cdot 3 \cdot 29}} = 1/137.035999111872963$$

注意：100和 2π 都为平方数。

同理，与以下元素核素相关联：



5. 原子单位制中的光速公式

人类将光速定义为 299792458 米/秒，即约等于 30 万公里每秒，但这是人类眼中的光速，不具有宇宙的普遍意义。宇宙中可能有一个标准的光速，即以氢原子中基态电子的等效线速度 v_e 为 1，光速即为 137.035999...，这称为原子单位制中的光速，形象说是氢原子眼中的光速。以下是我们推导出的原子单位制中的光速公式[13]，其中同时出现 141、173 和 157 因子，这样神奇的巧合说明它们是百分度的自然数数轴（NNA-100）中的根号 2、根号 3 和 π 的取值。

$$\begin{aligned}
 \text{Maxwell formula: } c &= \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \\
 c_{au} &= \frac{c}{v_e} = \frac{1}{\alpha_c} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} \\
 &= \sqrt{112(168 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4 \cdot 141} - \frac{1}{14 \cdot 112(2 \cdot 173 + 1) + 13 + 7/72})} \\
 &= \sqrt{112(167 + \frac{126}{188} - \frac{1}{4 \cdot 141} - \frac{1}{14 \cdot 112(2 \cdot 173 + 1) + 13 + 7/72})} \\
 &= \sqrt{112(166 + \frac{2 \cdot 157}{188} - \frac{1}{4 \cdot 141} - \frac{1}{14 \cdot 112(2 \cdot 173 + 1) + 13 + 7/72})} \\
 &= 137.035999074644171 \\
 \frac{c_{au}}{2} &= \sqrt{56(84 - \frac{1}{6} + \frac{1}{8 \cdot 141} - \frac{1}{56^2(2 \cdot 173 + 1) + 26 + 7/36})} \\
 &= \sqrt{56(83 + \frac{157}{4 \cdot 47} - (\frac{1}{8 \cdot 141} + \frac{1}{56^2(2 \cdot 173 + 1) + 26 + 7/36})} \\
 &= 137.035999074644171/2
 \end{aligned}$$

56为原子核中的最稳定数，56主要代表56号元素Ba。

83号元素Bi为稳定元素的终点和放射性元素的起点。

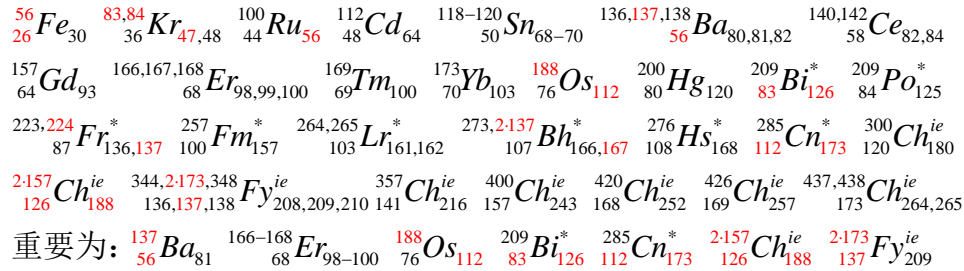
注意： $3 \times 47 = 141$ ， $4 \times 47 = 188$

$$(\sqrt{2})_{au} = \frac{141}{100}, (\sqrt{3})_{au} = \frac{173}{100}, (\pi)_{au} = \frac{2 \cdot 157}{100}, (2\pi)_{au} = \frac{4 \cdot 157}{100}$$

$$141+173=314=2 \cdot 157, \frac{141}{2} + \frac{173}{2} = 157$$

由于由于 α 为核子数 Z 、 N 、 A 的函数，适当形式的 $c_{au} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}}$ 也应

为核子数 Z 、 N 、 A 的函数，因此它们与以下核素相关联：



6. ²²⁹Th 核跃迁频率的计算（一）

对于 ²²⁹Th 的核跃迁频率，叶军教授实验室于 2024 年 9 月 4 日在 Nature 发表文章[2]，报道其最精确的测量值为 $2.020407384335(2) \times 10^{15}$ Hz，有 12 位准确数字。我们的观点是，可把这个测量值转换到原子单位制中，并取其倒数，其物理意义为此频率的光传播一个周期所需的原子单位时间。

原子单位时间(atomic unit of time)定义为H原子中电子运行玻尔半径的时间，即： $t_{au} = a_0 / v_e = 2.4188843265864(26) \times 10^{-17}$ s (CODATA 2022)

叶军教授实验室对 ²²⁹Th 核跃迁频率的最新测量值为：

$$\nu_{Th-meas} = 2.020407384335(2) \times 10^{15} \text{ Hz}$$

转换到原子单位制(atomic units, au)中并取倒数得：

$$\frac{1}{\nu_{Th-meas/au}} = \frac{1}{\nu_{Th-meas} t_{au}} = \frac{1}{2.020407384335(2) \times 10^{15} \times 2.4188843265864(26) \times 10^{-17}}$$

$$= 20.46189974146(4)$$

其物理意义为此频率的光传播一个周期所需时间为 $20.46189974146(4)t_{au}$

本文作者构筑如下公式：

$$\frac{1}{\nu_{Th-calc/au}} = 20 + \frac{1}{2} - \frac{1}{26} + \frac{1}{16 \cdot 173 - \frac{1}{16 - \frac{1}{7-1}}}$$

$$= 20 + \frac{1}{2} - \frac{1}{26} + \frac{1}{16 \cdot 173} + \frac{1}{16 \cdot 9 \cdot 25 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 + 2 \cdot 3 \cdot 151 \cdot 191 - 2/3}$$

$$= 20.4618997414581433$$

公式中又出现了神奇的173因子，使我们觉得公式是正确的。

由于原子单位制中的光速 c_{au} 的公式中也出现173因子,按照我们的观点,173又为元素核素中的一个重要数字, ${}^{173}_{70}\text{Yb}_{103}$ 处于4f元素的终点, ${}^{285}_{112}\text{Cn}^*$ 为6d元素的终点和元素的自然终点, ${}^{2173}_{137}\text{Fy}^{ie}_{209}$ 为类氢元素的终点或Feynman终点, ${}^{6,73}_{173}\text{Ch}^{ie}_{265}$ 为理想延伸元素的终点或Dirac终点。

$${}^{173}_{70}\text{Yb}_{103} \quad {}^{285}_{112}\text{Cn}^* \quad {}^{2173}_{137}\text{Fy}^{ie}_{209} \quad {}^{437,438}_{173}\text{Ch}^{ie}_{264,265}$$

所以我们认为以上公式是正确的,并与以下元素核素相关联。

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} {}^{20}_{10}\text{Ne}_{10} & {}^{24,25,26}_{12}\text{Mg}_{12,13,14} & {}^{27}_{13}\text{Al}_{14} & {}^{32}_{16}\text{S}_{16} & {}^{38,40}_{18}\text{Ar}_{20,22} & {}^{40}_{20}\text{Ca}_{20} & {}^{46-50}_{22}\text{Ti}_{24-28} & {}^{50,51}_{23}\text{V}_{27,28} \\ {}^{54,56}_{26}\text{Fe}_{28,30} & {}^{82,83,84}_{36}\text{Ga}_{46,47,48} & {}^{99,100}_{44}\text{Ru}_{55,56} & {}^{112,114}_{48}\text{Cd}_{64,66} & {}^{118,119,120}_{50}\text{Sn}_{68,69,70} & {}^{126}_{52}\text{Te}_{74} \\ {}^{137}_{56}\text{Ba}_{81} & {}^{151}_{63}\text{Eu}_{88} & {}^{161}_{66}\text{Dy}_{95} & {}^{168}_{68}\text{Er}_{100} & {}^{169}_{69}\text{Tm}_{100} & {}^{173}_{70}\text{Yb}_{103} & {}^{191}_{77}\text{Ir}_{114} & {}^{188}_{76}\text{Os}_{112} & {}^{209}_{83}\text{Bi}_{126}^* \\ {}^{257}_{100}\text{Fm}_{157}^* & {}^{264,265}_{103}\text{Lr}_{161,162}^* & {}^{285}_{112}\text{Cn}_{173}^* & {}^{2157}_{126}\text{Ch}^{ie}_{188} & {}^{2173}_{137}\text{Fy}^{ie}_{209} & {}^{426}_{169}\text{Ch}^{ie}_{257} & {}^{437,438}_{173}\text{Ch}^{ie}_{264,265} \end{array}$$

注意: $8 \times 7 = 56$, $16 \times 7 = 112$, $11 \times 19 = 109$, $7 \times 23 = 161$, $19 \times 23 = 437$

因此 ${}^{229}\text{Th}$ 核跃迁频率计算值为:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{Th-calc}} &= \frac{\nu_{\text{Th-calc/au}}}{t_{\text{au}}} = \frac{1}{20.4618997414581433 \times 2.4188843265864(26) \times 10^{-17}} \\ &= 2.0204073843353(22) \times 10^{15} \text{ Hz} \end{aligned}$$

这个计算值与叶军教授实验室的测量值相当,因为CODATA(2022)推荐的 t_{au} 值也为12位准确,第13、14位不准确,所以计算值也是12位准确。

7. ${}^{229}\text{Th}$ 核跃迁频率的计算(二)

叶军教授实验室还报道了 ${}^{229}\text{Th}$ 核跃迁频率与 ${}^{87}\text{Sr}$ 光原子钟频率($5s^2\ ^1\text{S}_0 - 5s5p\ ^3\text{P}_0$)的比值[2],另外通过前人的努力,将 ${}^{87}\text{Sr}$ 光原子钟的频率测量得非常精确[14],因此利用上面的方法,我们构筑以下的公式并进行计算。

${}^{87}\text{Sr}$ 光钟频率的测量值(BIPM 2022 recommended):

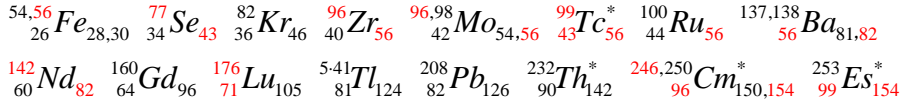
$$\nu_{\text{Sr-meas}} = 429228004229872.99(8) \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Sr-meas/au}}} &= \frac{1}{\nu_{\text{Sr-meas}} t_{\text{au}}} \\ &= \frac{1}{429228004229872.99(8) \times 2.4188843265864(26) \times 10^{-17}} \\ &= 96.31564792550(10) \end{aligned}$$

本文作者构筑如下公式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Sr-calc/au}}} &= 96 + \frac{1}{3} - \frac{1}{56} + \frac{1}{2 \cdot 41 \cdot 71} - \frac{1}{9 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 43(16 \cdot 7 \cdot 11 - 1)} \\ &= 96 + \frac{1}{3} - \frac{1}{56} + \frac{1}{2 \cdot 41 \cdot 71} - \frac{1}{9 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 43(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 41 + 1)} \\ &= 96.3156479254962893 \end{aligned}$$

公式中出现了56因子, 56为元素核素中的最稳定数, 另外出现了一些重复的因子例如41和77, 所以我们认为公式是正确的, 并与以下元素核素相关联:

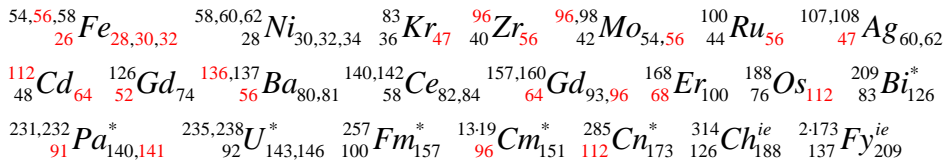


还可构建以下公式:

$$\frac{1}{v_{\text{Sr-calc/au}}} = 96 + \frac{1}{3} - \frac{1}{56} + \frac{1}{64 \cdot 7 \cdot 13} + \frac{1}{7 \cdot 47(4 \cdot 17(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 47 - 1) + 1)}$$

$$= 96.3156479254962891$$

与以下元素核素相关联:



另外, 叶军教授实验室报道:

$$\left(\frac{v_{\text{Th}}}{v_{\text{Sr}}}\right)_{\text{meas}} = 4.707072615078(5)$$

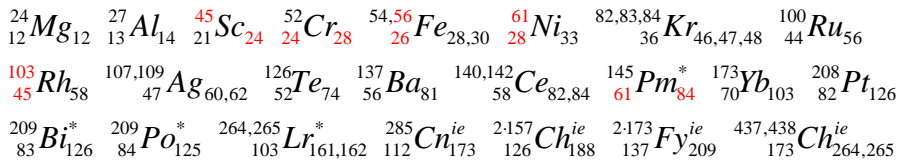
本文作者构筑以下公式:

$$\left(\frac{v_{\text{Th}}}{v_{\text{Sr}}}\right)_{\text{calc}} = 5 - \frac{1}{3} + \frac{1}{24} - \frac{1}{13 \cdot 61} + \frac{1}{8 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 61 \cdot 103} = 4.7070726150783448253$$

由于公式中的因子非常有意思, 例如 ${}_{61}\text{Pm}^*$ 是放射性元素,

${}_{70}^{173}\text{Yb}_{103}$ 处4f元素的终点, ${}_{103}^{264,265}\text{Lr}^*_{161,162}$ 为5f元素的终点[15, 16],

所以我们认为这个公式是正确的, 并与以下元素核素相关联。



${}^{87}\text{Sr}$ 光原子钟的频率已经测量得非常精确, BIPM 的推荐值具有 17 位有效数字和 15-16 位准确数字[14], 所以我们利用这个频率和它与 ${}^{229}\text{Th}$ 的核跃迁频率的准确比值(即上述计算值)来计算具有 18 位有效数字和 15-16 位准确数字的 ${}^{229}\text{Th}$ 的核跃迁频率, 即如下计算。

$$v_{\text{Sr-meas}} = 429228004229872.99(8) \text{ Hz}$$

$$v_{\text{Th-calc}} = v_{\text{Sr-meas}} \left(\frac{v_{\text{Th}}}{v_{\text{Sr}}}\right)_{\text{calc}} = 429228004229872.99(8) \times 4.7070726150783448253$$

$$= 2020407384335167.11(38) \text{ Hz}$$

我们也因此可计算出更准确的原子单位时间 t_{au} , 计算如下。

$$t_{au} = \frac{v_{Th-calc/au}}{v_{Th-calc}} = \frac{1}{20.4618997414581433 \times 2020407384335167.11(38)}$$

$$= 2.41888432658653281(45) \times 10^{-17} \text{ s}$$

$$t_{au} = \frac{v_{Sr-calc/au}}{v_{Sr-meas}} = \frac{1}{96.3156479254962893 \times 429228004229872.99(8)}$$

$$= 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \text{ s}$$

$$t_{au} = \frac{v_{Sr-calc/au}}{v_{Sr-meas}} = \frac{1}{96.3156479254962891 \times 429228004229872.99(8)}$$

$$= 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \text{ s}$$

我们将采用⁸⁷Sr原子钟频率确定的 t_{au} 为标准，即：

$$t_{au} = 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \text{ s}$$

$$\text{CODATA 2022: } t_{au} = 2.4188843265864(26) \times 10^{-17} \text{ s}$$

以上分别用²²⁹Th核跃迁频率和⁸⁷Sr光原子钟频率计算出的原子单位时间 t_{au} 具有几乎相同的值，相当于对我们的以上公式和计算作了以验算，说明我们的公式和计算是基本上自洽的。我们计算出的原子单位时间 t_{au} 的相对标准不确定度（relative standard uncertainty）为 1.9×10^{-16} ，相比之下CODATA 2022公布的 t_{au} 值相对标准相对不确定度为 1.1×10^{-12} 。

8. 更精确的 Rydberg 常数、Hartree 能量、玻尔半径、经典电子半径和电子质量计算

根据以上更精确的原子单位时间 t_{au} ，我们可计算出更精确的 Rydberg 常数 R_∞ 、Hartree 能量 E_H 、玻尔半径 a_0 、经典电子半径 r_e 和电子质量 m_e [17]。

$$\text{atomic unit of time: } t_{au} = \frac{\hbar}{E_h} = \frac{\hbar}{2R_\infty hc} = \frac{1}{4\pi R_\infty c}$$

$$t_{au} = 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \text{ s}$$

$$c = 299792458 \text{ m/s}, h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J s (exact)}, \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Rydberg constant:

$$R_\infty = \frac{1}{4\pi c t_{au}} = \frac{1}{4\pi \times 299792458 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}}$$

$$= 10973731.5681561326(20) \text{ m}^{-1}$$

$$\text{CODATA 2022: } R_\infty = 10973731.568157(12) \text{ m}^{-1}$$

Hartree Energy:

$$E_h = H_a = \frac{\hbar}{t_{au}} = \frac{6.62607015 \times 10^{-34}}{2\pi \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}}$$

$$= 4.35974472220563327(81) \times 10^{-18} \text{ J}$$

$$\text{CODATA 2022: } E_h = H_a = 4.3597447222060(48) \times 10^{-18} \text{ J}$$

Bhor radius:

$$c_{au} = \sqrt{112(168 - \frac{1}{3} + \frac{1}{12 \cdot 47} - \frac{1}{14 \cdot 112(2 \cdot 173 + 1) + 13 + 7/72})}$$

$$= 137.035999074644171$$

$$v_e = \frac{c}{c_{au}} = \frac{299792458}{137.035999074644171} = 2187691.26378756577 \text{ m s}^{-1} \text{ (exact)}$$

$$a_0 = v_e t_{au} = 2187691.26378756577 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}$$

$$= 5.2917721093860270(10) \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\text{CODATA 2022: } a_0 = 5.29177210544(82) \times 10^{-11} \text{ m}$$

classical electron radius:

$$r_e = \frac{a_0}{c_{au}^2} = \frac{5.2917721093860270(10) \times 10^{-11}}{137.035999074644171^2}$$

$$= 2.81794032676732033(53) \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$\text{CODATA 2022: } r_e = 2.8179403205(13) \times 10^{-15} \text{ m}$$

Consider an electron becoming a photon with frequency of v_e

$$E_e = hv_e = m_e c^2 \Rightarrow v_e = \frac{m_e c^2}{h}, \quad v_{e/au} = \frac{m_{e/au} c_{au}^2}{h_{au}} = \frac{c_{au}^2}{2\pi}$$

$$t_{au} = \frac{1}{4\pi R_\infty c} = \frac{a_0 c_{au}}{c}$$

$$v_e = \frac{v_{e/au}}{t_{au}} = \frac{c_{au}^2}{2\pi t_{au}} = 2R_\infty c c_{au}^2 = \frac{c c_{au}}{2\pi a_0}$$

$$m_e = \frac{hv_e}{c^2} = \frac{hc_{au}^2}{2\pi t_{au} c^2} = \frac{2hR_\infty c_{au}^2}{c} = \frac{hc_{au}}{2\pi a_0 c}$$

$$= \frac{6.62607015 \times 10^{-34} \times 137.035999074644171^2}{2\pi \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \times 299792458^2}$$

$$= 9.1093837003111154(17) \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{CODATA 2022: } m_e = 9.1093837139(28) \times 10^{-31} \text{ kg}$$

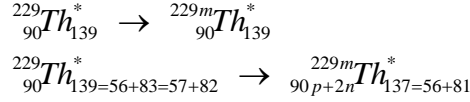
我们计算出的原子单位时间 t_{au} 、Rydberg 常数 R_∞ 、Hartree 能量 E_H 、玻尔半径 a_0 、经典电子半径 r_e 和电子质量 m_e 的值和同 CODATA 2022 推荐的值列表比较如下（表 1）。可看到我们的计算值具有更多位的有效数字和准确数字。

表 1. 基本常数的计算值和 CODATA 推荐值比较

	Calculated	CODATA Recommended
t_{au}	$2.41888432658653284(45) \times 10^{-17} \text{ s}$	$2.4188843265864(26) \times 10^{-17} \text{ s}$
R_∞	$10973731.5681561326(20) \text{ m}^{-1}$	$10973731.568157(12) \text{ m}^{-1}$
E_h	$4.35974472220563327(81) \times 10^{-18} \text{ J}$	$4.3597447222060(48) \times 10^{-18} \text{ J}$
a_0	$5.2917721093860270(10) \times 10^{-11} \text{ m}$	$5.29177210544(82) \times 10^{-11} \text{ m}$
r_e	$2.81794032676732033(53) \times 10^{-15} \text{ m}$	$2.8179403205(13) \times 10^{-15} \text{ m}$
m_e	$9.1093837003111154(17) \times 10^{-31} \text{ kg}$	$9.1093837139(28) \times 10^{-31} \text{ kg}$

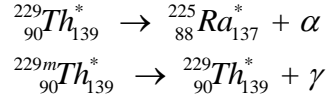
9. ^{229}Th 核跃迁频率为何如此小的原因分析

原子核的跃迁能量基本上都是几十到几千 keV 级别的，但 ^{229}Th 的基态至激发态 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 的跃迁能量低至 8.36eV，这使得制造核钟成为可能。那么为什么会出现这种核跃迁能量的反常？根据我们建立的原子核的手性模型[7]，我们解释如下。



^{229}Th 中质子数 $z=90$ 是一个稳定数，中子数 $N=139=56+83=57+82$ ，其中 56、82 和 83 都为稳定数，但 ^{229}Th 比其最稳定同位素 ^{232}Th 缺中子，所以 ^{229}Th 只具有相对的稳定性，半衰期约为 7880 (120)年。 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 的核子状态可组合为 $90\text{p}+2\text{n}=92$ ，92 为与 90 相当的稳定数，此时中子数变为 137， $137=56+81$ ，56 为稳定数，137 为与精细结构常数相关的稳定数，这样的组合使 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 得到超额的稳定性，其稳定性比 ^{229}Th 差一点，其能级只比 ^{229}Th 高很小。

以下为 ^{229}Th 和 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 的衰变情况。 ^{229}Th 发生 α 衰变，半衰期约为 7880 年，其衰变产物 ^{225}Ra 。 $^{229\text{m}}\text{Th}$ 则先衰变为 ^{229}Th ，放出真空紫外光，其半衰期约 7 μs 。



10. $^{27}\text{Al}^+$ 原子跃迁频率计算

根据 BIPM 推荐的 $^{27}\text{Al}^+$ 原子跃迁频率 ($3s^2 \ ^1\text{S}_0 - 3s3p \ ^3\text{P}_0$) [14]作以下计算。

BIPM推荐的 $^{27}\text{Al}^+$ 原子跃迁频率：

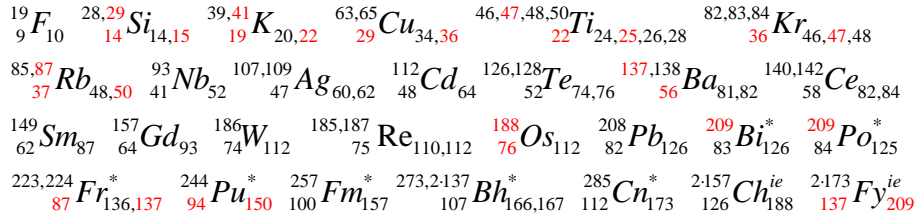
$$\nu_{\text{Al}^+ - \text{meas}} = 1121015393207859.16(21) \text{ Hz}$$

原子单位制中 $^{27}\text{Al}^+$ 原子跃迁频率的倒数：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Al}^+ - \text{meas}/\text{au}}} &= \frac{1}{\nu_{\text{Al}^+ - \text{meas}} t_{\text{au}}} \\ &= \frac{1}{1121015393207859.16(21) \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\ &= 36.878506384169110(14) \end{aligned}$$

我们构建如下原子单位中 $^{27}\text{Al}^+$ 原子跃迁频率的倒数公式：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Al}^+ - \text{calc}/\text{au}}} &= 37 - \frac{1}{8} + \frac{1}{285} - \frac{1}{3 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 37} - \frac{9}{16} - \frac{1}{320} \\ &= 36.8785063841691099 \end{aligned}$$



注: $87=3 \times 29$, $11 \times 19=209$, $4 \times 47=188$

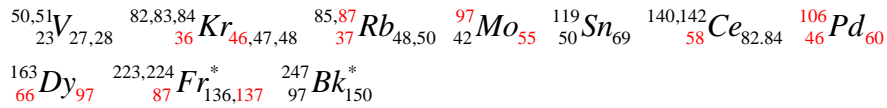
由此反过来计算 ^{199}Hg 原子跃迁频率:

$$\begin{aligned}
v_{\text{Hg-calc}} &= \frac{v_{\text{Hg-calc/au}}}{t_{\text{au}}} \\
&= \frac{1}{36.6314712645923742 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\
&= 1128575290808154.09(21) \text{ Hz}
\end{aligned}$$

还可由以下方法计算 ^{199}Hg 原子跃迁频率:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v_{\text{Hg-calc/au}}} &= 37 - \frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{1}{3 \cdot 29} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 29 \cdot 53} - \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 23(2 \cdot 5 \cdot 11^2 \cdot 97 + 1)} \\
&= 36.6314712645923698
\end{aligned}$$

与以下元素核素相关联:



$$\begin{aligned}
v_{\text{Hg-calc}} &= \frac{v_{\text{Hg-calc/au}}}{t_{\text{au}}} \\
&= \frac{1}{36.6314712645923698 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\
&= 1128575290808154.23(21) \text{ Hz}
\end{aligned}$$

由于这个计算值与测量值更吻合, 所以我们还可作以下调整:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v_{\text{Hg-calc/au}}} &= 37 - \frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{1}{87} + \frac{1}{9 \cdot 25 \cdot 41} - \frac{1}{2 \cdot 7 \cdot 47 \cdot 137 \cdot (2 \cdot 11 \cdot 19 + 1) - 6} \\
&= 36.6314712645923700
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{\text{Hg-calc}} &= \frac{v_{\text{Hg-calc/au}}}{t_{\text{au}}} \\
&= \frac{1}{36.6314712645923700 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\
&= 1128575290808154.22(21) \text{ Hz}
\end{aligned}$$

以上原子单位制中 ^{199}Hg 原子跃迁频率的倒数公式中出现了 137、209、87 和 47 等因子, 这些因子 (特别是 137 因子) 与元素核素的关联非常有意义, 使我们觉得这个公式很可能是正确的, 也说明这种方法很可能是正确的。

我们对 ^{199}Hg 原子跃迁频率的计算值与 BIPM 的推荐值有非常微小的差别，即最可几值有非常微小的偏移，这可能是测量值还有非常微小的误差，或者我们的公式还需进行微小的调整，还有一种可能性是不同的原子体系可能有非常微小差别的原子单位时间 t_{au} ，即最精确来看 t_{au} 可能没有固定值。

12. $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率计算

根据 BIPM 推荐的 $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率 ($5s^2\ ^1\text{S}_0 - 5s5p\ ^3\text{P}_0$) [14] 作以下计算。

BIPM 推荐的 $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率：

$$\nu_{\text{Hg-meas}} = 1267402452901041.3(54) \text{ Hz}$$

原子单位制中 $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率的倒数：

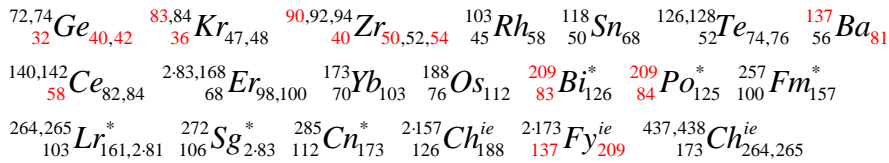
$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{In}^+ - \text{meas}/\text{au}}} &= \frac{1}{\nu_{\text{In}^+ - \text{meas}} t_{\text{au}}} \\ &= \frac{1}{1267402452901041.3(54) \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\ &= 32.61897847880827(15) \end{aligned}$$

我们构建如下原子单位中 $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率的倒数公式：

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{In}^+ - \text{calc}/\text{au}}} &= 32 + \frac{5}{8} - \frac{1}{2 \cdot 83} + \frac{1}{32 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 81 \cdot 5 - 1) + \frac{2}{7}} \\ &= 32 + \frac{5}{8} - \frac{1}{2 \cdot 83} + \frac{1}{2(11 \cdot 19(32 \cdot 29 + 1) - \frac{6}{7})} \end{aligned}$$

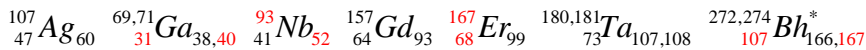
$$= 32.61897847880827795$$

与以下元素核素相关联，因此我们认为此公式是准确的。



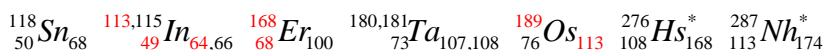
$$\begin{aligned} \text{或：} \frac{1}{\nu_{\text{In}^+ - \text{calc}/\text{au}}} &= 32 + \frac{5}{8} - \frac{1}{167} - \frac{1}{9 \cdot 31 \cdot 107 + \frac{7}{2 \cdot 17} + \frac{1}{32 \cdot 9 \cdot 13 - 2/9}} \\ &= 32.61897847880827795 \end{aligned}$$

与以下元素核素相关联：



$$\begin{aligned} \text{或：} \frac{1}{\nu_{\text{In}^+ - \text{calc}/\text{au}}} &= 32 + \frac{5}{8} - \frac{1}{168} - \frac{1}{128 \cdot 113 - \frac{9}{14} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 181 - 2/17}} \\ &= 32.61897847880827795 \end{aligned}$$

与以下元素核素相关联:



由此反过来计算 ${}^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{In}^+-\text{calc}} &= \frac{1}{32.61897847880827795 \times 2.41888432658653284(45) \times 10^{-17}} \\ &= 1267402452901041.01(24) \text{ Hz} \end{aligned}$$

我们对 ${}^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率的计算值比 BIPM 的推荐值精确度提高较大, 相对标准不确定度 (relative standard uncertainty) 由 4.3×10^{-15} 降低至 1.9×10^{-16} 。

13. ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率计算

根据 BIPM 推荐的 ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率 ($5d^{10}6s^2 S_{1/2} - 5d^9 6s^2 {}^2D_{5/2}$) [14]作以下计算。

BIPM推荐的 ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率:

$$\nu_{\text{Hg}^+-\text{meas}} = 1064721609899146.96(23) \text{ Hz}$$

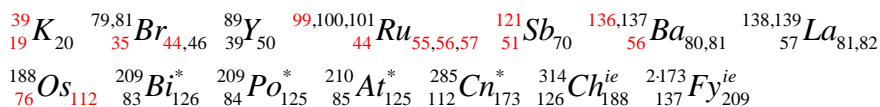
原子单位制中 ${}^{199}\text{Hg}$ 原子跃迁频率的倒数:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Hg}^+-\text{meas}/\text{au}}} &= \frac{1}{1064721609899146.96(23) \times 2.41888432658653284(45)} \\ &= 38.828340620496878(16) \end{aligned}$$

我们构建如下原子单位中 ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率的倒数公式:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_{\text{Hg}^+-\text{calc}/\text{au}}} &= 39 - \frac{1}{5} + \frac{1}{35} - \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 19^2} + \frac{1}{4 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 11^2 (4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 - 1)} \\ &= 38.828340620496879 \end{aligned}$$

与以下元素核素相关联:



由此反过来计算 ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率:

$$\begin{aligned} \nu_{\text{Hg}^+-\text{calc}} &= \frac{1}{38.828340620496879 \times 2.41888432658653284(45)} \\ &= 1064721609899146.94(20) \end{aligned}$$

我们对 ${}^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率的计算值与 BIPM 的推荐值几乎一样, 只是相对标准不确定度由 2.2×10^{-16} 降低至 1.9×10^{-16} , 即精度稍提高。

14. 原子单位时间 t_{au} 的确定

我们看到原子单位时间 t_{au} 对于以上计算非常关键, 但不同的体系计算出的

t_{au} 值有非常微小的差别。就我们进行以上计算的感觉来说，我们建议以由 ^{87}Sr 原子跃迁频率确定的 t_{au} 值作为标准，即 $t_{\text{au}}=2.41888432658653284(45)\times 10^{-17}$ s。还有一种可能性是，在最精确的层面，不同体系的 t_{au} 可能取值稍有不同，那么可对不同的但比较可靠的 t_{au} 值取平均值。另外，如果由 ^{199}Hg 原子跃迁频率确定的 t_{au} 值能进一步提高精度，那么 t_{au} 可取由 ^{87}Sr 、 $^{27}\text{Al}^+$ 和由 ^{199}Hg 原子跃迁频率分别确定的 t_{au} 值的平均值。无论如何，目前我们确定的 t_{au} 值的相对不确定度为 1.9×10^{-16} ，这已经比 CODATA 推荐的相对不确定度为 1.1×10^{-12} 的 t_{au} 值精确很多，也因此我们计算出了一些更精确的基本物理常数（表 1）。

15. 几种原子跃迁频率的 BIPM 推荐值和计算值比较

我们利用上述确定的原子单位时间即 $t_{\text{au}}=2.41888432658653284(45)\times 10^{-17}$ s，分别计算了 $^{27}\text{Al}^+$ 、 ^{199}Hg 、 $^{115}\text{In}^+$ 和 $^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率，现将它们的 BIPM 推荐值和我们的计算值列表总结如下。

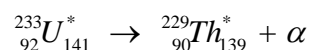
表 1. 原子跃迁频率的 BIPM 推荐值和计算值的比较

Atoms	Recommended by BIPM (Hz)	Calculated by this work (Hz)
$^{115}\text{In}^+$	1 267 402 452 901 041.3(54)	1 267 402 452 901 041.01(24)
^{199}Hg	1 128 575 290 808 154.32(21)	1 128 575 290 808 154.23(21)
$^{27}\text{Al}^+$	1 121 015 393 207 859.16(21)	1 121 015 393 207 859.16(21)
$^{199}\text{Hg}^+$	1 064 721 609 899 146.96(23)	1 064 721 609 899 146.94(20)

可看到我们对 $^{115}\text{In}^+$ 原子跃迁频率的计算值比 BIPM 的推荐值精确度提高较大，其余原子的跃迁频率则计算值与 BIPM 推荐值基本相同。

16. ^{229}Th 的合成路线

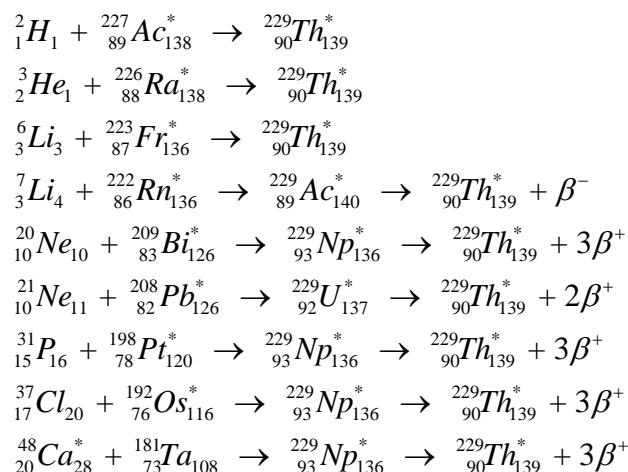
目前人们利用的 ^{229}Th 为 ^{233}U 衰变而来，为了制造核裂变材料，先合成了 ^{233}U ，由于没有利用上，所以将 ^{233}U 封存，其衰变产生 ^{229}Th ，衰变过程如下。



这是 ^{233}U 唯一的衰变方式，衰变的半衰期为 $1.5919(15)\times 10^5$ 年。由于衰变半衰期较长，所以在几十年中只得到很少量的 ^{229}Th ，因此寻找其它合成 ^{229}Th 的方法是必要的。

以下为本文作者设计的 ^{229}Th 的合成路线。虽然 ^{229}Th 的中子数（139）比其最稳定同位素 ^{232}Th 的中子数（142）少，但仍然为富含中子的重核素（中子数与质子数之比 $N/Z>1.5$ ），所以需由小的核素或富含中子的中小核素（例如

^{48}Ca) 与富含中子的较大的核素进行核融合才可能合成。



以上合成路线的设计思路是，利用稳定的小分子核素轰击具有放射性但半衰期很长的原始核素（primordial nuclide，即在地球上原始存在的核素），即它们分别为弹核和靶核，最后一个合成路线则是利用富含中子的放射性核素 ^{48}Ca 轰击稳定核素 ^{181}Ta 。之所以靶核或弹核至少一个具有放射性，是希望它们具有较高的能量起点，这样容易产生核融合，得到目标产物。

以上合成路线中，本文作者觉得第 2、4、6 和 9 个（即最后一个）实现的可能性更大，最可能的是第 2 条路线。第 2 条路线利用了放射性核素 ^{226}Ra ，它具有约 1600 年的半衰期，即具有相对稳定性，可用于合成原料。

17. 总结

我们可将所有的元素比作一条山脉，那么一个个的元素就是这条山脉上的一座座山，由于山脉和山都是分形结构，所以一座山的山形会与整个山脉的形状具有相似性，一座山上的山峰、山包可类比为山脉上的山。在元素的世界，这种类比会更纯粹、更直接，某一元素的特征（例如光谱特征）会与整个元素中的特征元素的核子数相关联，元素之间的特征比例（例如光谱特征比例）也会与整个元素中的特征元素的核子数相关联，这应是合符逻辑、合理或科学的。在本文中，我们采用这种方法来计算和预测 ^{229}Th 的核跃迁频率，具体来说，我们将 ^{229}Th 核跃迁的频率转换为相应的光传播一个周期所用的原子单位时间，再将其转换为分数公式，发现其中在关键的位置出现 173 因子，173 在元素核素中又是非常重要的核子数（详见第 9 页叙述），这说明我们的公式很可能是正确的，公式的准确性则需要根据实验值和我们的经验作一些计算和预测。另外，

^{229}Th 的核跃迁频率与 ^{87}Sr 原子钟的频率之比用分数表示也非常有意思，我们也构筑了其很可能正确的公式。由此我们计算和预测了 ^{229}Th 的核跃迁频率，在 12 位准确实验值的基础上预测到 15 为准确，并认为多预测的 3 位数字正确的可能性较大。这很像是一种密码破译，实际上我们认为科学研究有演绎、归纳和破译三种方法，只是人类通常忽略了破译。宇宙或自然或上帝写下或设计了科学的规律，我们人类是可以通过演绎、归纳、实验等方法去发现的，甚至可以猜测和破译。通过计算和预测 ^{229}Th 的核跃迁频率，我们也计算和预测了更精确的原子单位时间 t_{au} 以及 Rydberg 常数 R_{∞} 、Hartree 能量 E_{H} 、玻尔半径 a_0 、经典电子半径 r_e 和电子质量 m_e 。

作为补充，我们还给出 $^{115}\text{In}^+$ 、 ^{199}Hg 、 $^{27}\text{Al}^+$ 和 $^{199}\text{Hg}^+$ 原子跃迁频率的计算以及 ^{229}Th 可能的合成路线。

Reference

1. E-preprint: vixra.org/abs/2501.0003
2. C-K Zhang, et al. Nature 633, 63–70 (2024).
3. E-preprint: vixra.org/author/gang_chen
4. E-preprint: vixra.org/abs/2411.0001
5. E-preprint: vixra.org/abs/2501.0055
6. E-preprint: vixra.org/abs/2409.0044
7. E-preprint: vixra.org/abs/2312.0055
8. E-preprint: vixra.org/abs/2103.0088
9. E-preprint: vixra.org/abs/2002.0203
10. E-preprint: vixra.org/abs/2008.0020
11. E-preprint: vixra.org/abs/2012.0107
12. E-preprint: vixra.org/abs/2106.0151
13. E-preprint: vixra.org/abs/2407.0038
14. <https://www.bipm.org/en/publications/mises-en-pratique/standard-frequencies>
15. E-preprint: vixra.org/abs/2409.0055
16. E-preprint: vixra.org/abs/2401.0001
17. E-preprint: vixra.org/abs/2108.0177