Processo de Decaimento Orbital pelo Desvio da Trajetória Geodésica no Tensor Métrico Regular Normalizado

S. A. Melo

0009-0003-2015-666X

doi: 10.5281/zenodo.14920935

25 de fevereiro de 2025

Resumo

Decaimento orbital e radiação gravitacional são correlatos energéticos, entretanto a correspondência entre as grandezas em um o balanço energético pelas equações de campo é desafiador em condições de não linearidade.

Formular analiticamente o decaimento pelo desequilíbrio orbital e previsão mecânica do desvio da trajetória geodésico requer causa natural para ocorrência de instabilidade.

Colocadas todas as condições para uma órbita ser circular, a estabilidade é testada diante da previsão de aberração no movimento da métrica no espaço, o que determina a emissividade que o corpo possui medida pela relação a frequência natural de sua massa.

O equacionamento é experimentado na predição do decaimento do período orbital do pulsar PSR J0737-3039, e a comprovação evidencia a emissividade gravitacional pela frequência natural do corpo.

Abstract

Orbital decay and gravitational radiation are energetic correlates, however the correspondence between the quantities in an energy balance by the field equations is challenging under nonlinearity conditions.

Analytically formulating the decay due to orbital imbalance and mechanical prediction of the deviation of the geodetic trajectory requires a natural cause for the occurrence of instability.

Once all the conditions for an orbit to be circular are in place, stability is tested by predicting aberration in the movement of the metric in space, which determines the emissivity that the body has measured by the relationship to the natural frequency of its mass.

The equation is tested in the prediction of the decay of the orbital period of the pulsar PSR J0737-3039, and the verification shows the gravitational emissivity by the natural frequency of the body.

1 Introdução

Decaimento orbital decorre da perda de energia na forma de radiação. O corpo, por não estar em uma trajetória geodésica, perde energia, dissipada na forma de radiação. A circularidade na descrição do processo não aponta uma causa primária. Embora forneça um balanço funcional e produza resoluções bem estabelecido, o que é implícito é como se desencadeia o processo.

A origem da instabilidade orbital será relacionada ao desvio da frequência Compton, situação em que a frequência natural do corpo desencadeia o processo de radiação e, por decorrência, o desvio orbital. Equivalentemente, o processo também é formulado analiticamente por causas mecânicas, em razão do desequilíbrio que a interação movimento do corpo sobre o campo estimula, resultando no deslocamento da geodésica.

A propensão do corpo a irradiar é obtida do equacionamento do equilíbrio de dois corpos em "órbita circular". O equacionamento exige forma mais estrita de covariância, somente possível quando há normalidade da métrica, que, por sua vez, somente é obtido por regularidade da mesma.

A solução é apresentada para massa pontual, condizente com a frequência natural, a emissividade natural de um corpo sobre métrica depende somente da massa para torna-se radiante.

A indicação de precedentes que contextualize questões pertinentes ao desenvolvimento é feita uma breve recapitulação Sec. 2 .

A limitação sobre conservação de energia relativística é contornada pela exigência de tensor métrico regular normalizado na Sec. 3 . Para se fazer o balanço apropriado, a condição de energia independe da distribuição de massa, Sec. 3.1 , e o tensor é deduzido em condições energéticas conhecidas, Sec. 3.2 . As seções 3.3 e 3.4 destacam a importância da regularidade e normalidade no balanço energético, como também na covariância.

O equacionamento geodésico é apresentado na Sec. 4 , cabendo à Sec. 4.1 a formulação reduzida e Sec. 4.2 a distinção entre atração e força.

A estabilidade orbital é o tema da Sec. 5 , onde o equilíbrio é descrito na Sec. 5.1 para um efeito imediato e retratada com o efeito retardado em 5.2 .

O decaimento em um sistema binário é proposto em 6 , e a análise é simplificada para uma ação centrípeta 6.1 , o que permite equacionamento kepleriano da Sec. 6.2 . A caracterização de velocidade subluminal da Sec. 6.3 possibilita composição escala energética apropriada ao fenômeno Sec. 6.4 .

A trajetória decaimento é descrita por uma curva analítica, Sec. 6.5 , e apresentada primeiramente na forma paramétrica na Sec. 6.5.1, seguido da cinemática orbital na Sec. 6.5.2, formulada para atração centrípeta na Sec. 6.5.3, então aplicada à curvatura gravitacional na Sec. 6.5.4

O decaimento é caracterizado por razão que pode ser expressa em diversas medidas do movimento. A razão de decaimento, Sec. 7 , tem causa em um potencial emissivo devido à defasagem temporal, Sec. 7.1 , e toma efeito na harmonização entre os corpos, Sec. 7.2 .

A relevância do equacionamento apresentado é evidenciada na predição do decaimento do período orbital do pulsar PSR J0737-3039, na Sec. 8. O conjunto de dados necessários Sec. 8.1 e os cálculos desenvolvidos Sec. 8.2 .

Manifestação corpuscular de natureza ondulatória e os fenômenos imateriais são apresentados na Sec. 9 . Resolvida a velocidade de transporte de campo 9.1 , a descrição ondulatória, Sec. 9.2 , torna se relevante na determinação da energia irradiada, Sec. 9.3 , pela forma como a separação entre atração e força, Sec 9.3.1 , é feita por frequência. A caracterização energética da emissão contínua torna apropriada uma medida de potência, o que é feito na Sec. 9.3.2 .

As considerações finais da Sec. 10 são divididas em limites teóricos, 10.1 , sumário, 10.2 , e conclusão 10.3 .

2 Mecânica, Gravitação e Geometria

O decaimento não é previsto na orbitação de Kepler[33][34], e, na formalização feita por Newton[55], o equilíbrio de forças, que se estabelece em ação instantânea sobre sucessivas posições, produz o balanço orbital permanente entre dois corpos.

Laplace[39][49] é o primeiro a considerar o resultado da velocidade finita da gravitação, resultando no decaimento orbital. Também foi um dos pioneiros no conceito de campo potencial, independentemente de Lagrange[38], que introduz abordagem métodos analíticos. A função potencial que deriva a força gravitacional é posteriormente aplicado a força Coulomb por Poisson[64], iniciando a analogia com campo eletromagnético.

O balanço entre energia cinética [12] e potencial, que viria posteriormente[66], evolui para a ideia que energia pode ser transformada de uma forma para outra, mas não pode ser nem criada, nem destruída. A conservação de energia torna-se presente em ambos os campo.

Quase um século após o decaimento orbital de Laplace, muito do que se especulava sobre radiação gravitacional vinha da analogia com eletromagnetismo, com destaque para Heaviside [26]. Ondas gravitacionais devem existir em princípio, pelo que pode ser evidenciado na similaridade entre as duas forças pela lei do inverso do quadrado e na relação com superfície da esférica Gauß[13][24], o que é a mesma relação que a elétrica faz com o fluxo de radiação.

Faraday[18] descobre que campos de natureza magnética induzem, pela variação movimento, campos elétricos, e a interdependência dos campos no tempo, formalizada Maxwell [48], impõem um efeito retardado pela propagação em velocidade finita por um valor constante ao meio. A energia eletroradiante, em entendimento clássico, ocorre por aceleração do portador de carga, calculada por Larmor [41].

O entendimento que luz é onda eletromagnética revisita as observações de aberrações jovianas que antecedem a mecânica newtoniana, iniciada com Rømer[69], e faz suscitar questões sobre a velocidade da gravidade que persistem até atualidade [36][7][35], enquanto o próprio eletromagnetismo observado nos corpos desafia o conhecimento sobre o movimento relativo [52]. Surgem as proposições de contração espacial por FitzGerald[4][19] e por Lorentz[45], como também dilatação tempo [40] por Larmor.

Ao tempo que essas duas ideias surgem, estavam restritas a eletrodinâmica dos corpos. Embora desconexo, admitir que a geometria do espaço pudesse se curvar não era inédito [23], entretanto a geometrização gravitação, só teriam sucesso com cálculo de Ricci[67].

O problema Laplace reemerge na aberração apontada por Lorentz[46], e o entendimento feito por Poincaré[61] introduz o conceito que dois eventos separados espacialmente ocorrem ao mesmo tempo não é absoluta, o que teria efeito na aberração pelo efeito retardado das observações astronômicas. Poincaré retoma o tema posteriormente[62][63][44] e conclui a existência de ondas gravitacionais.

Enquanto a velocidade da gravidade condiz com a velocidade da luz, a radiação gravitacional não tinha formalização apropriada.

A virada para o seculo XX muda o cenário de proximidade teórica entre gravidade e eletromagnetismo. Radiação emitida em quantidades discretas de energia[60], enquanto gravidade deixa de ser força para se tornar curvatura.

O tratamento eletrodinâmico dos referenciais inerciais é obtido mediante unificação do espaço-tempo proposta por Minkowski[53]. A generalização dos referenciais por covariância[57] conduz a abordagem geométrica, e relação que massa inercial e massa gravitacional possuem resulta na gravitação pela Relatividade Geral[17], ainda assim controvérsias sobre a existência de radiação[8][31].

Dois pontos críticos no formalismo teórico de ondas gravitacionais[29]: covariância do sistema de coordenadas, e singularidades; temas que remetem à regularidade e normalidade. Tal como ocorre na métrica, as equações de onda incorrem em singularidades teórico e numérico [29][3].

A despeito de todos contraditórios e discussões[14], a previsão da existência do fenômeno se mostra correta. A primeira comprovação indireta é obtida do decaimento de um Pulsar[73], e uma medida direta de onda é obtida por interferometria [1].

O estudo da Fenomenologia é feito para corpos compactos onde a intensidade da curvatura seja significativa para que os efeitos de decaimento se tornem bem pronunciados.

A reconstrução do decaimento pelo sinal de onda depende do balanço energético da teoria[3]. Energia é conservada se o sistema é invariante no tempo[56], mas, na relatividade geral, tempo é parte do sistema de coordenadas, e a representação do balanço energético torna-se desafiadora[70]. Emissão de radiação elimina energia e o processo é mediado por força, entretanto, a curvatura gravitacional não produz força. A reação à radiação torna necessário refazer a analogia entre gravidade e eletromagnetismo [59][58][43] [22][5][10], entretanto, além das circunstâncias distintas que os campos são formulados, surgem outros temas: quantificação, renormalização, até mesmo especular sobre partícula portadora [21].

3 Métrica Regular Normalizada

A caracterização da geometria do espaço-tempo é sintetizada no tensor métrico, e a curvatura é manifesta na forma como o tensor afeta cálculo das equações do movimento.

A exigência de normalidade no tensor métrico, e consequente regularidade, é suficiente para satisfazer covariância na transformação de sistema de coordenadas, que, pela arbitrariedade da escolha, não devem possuir significado físico.

Representar geometricamente a gravitação exige a condição em que o tensor métrico expresse adequadamente a atração entre massas.

É necessário um equacionamento que propicie a determinação do tensor métrico.

Convencionalmente, o tensor métrico é equacionado pela participação na predição do movimento do campo pela densidade de matéria feita pelas equações de campo da relatividade geral, que relaciona a continuidade da matéria com o transporte do campo ocorre segundo a ação de Hilbert[27]. Dois pontos críticos, sendo o primeiro que a resolução encontra um tensor métrico não-normalizado. Segundo, que a distribuição de massa modelada apenas pelo campo nem sempre é adequada a estrutura do corpo.

Um tratamento diferente do fenômeno gravitacional consiste em estudar os aspectos dinâmicos da mecânica com transporte do campo independente da distribuição massa. Estrutura do corpo é unitária em relação ao campo pela coesão forças internas de agregação.

Sem as equações de campo, retorna-se ao problema da resolução do tensor métrico, que encontra solução no equacionamento pelo próprio movimento e condições de contorno.

3.1 Massa Pontual

Massa pontual é o corpo unitário onde a distribuição de massa não tem participação na determinação gravitacional, apenas a massa total é relevante.

Massa pontual é uma terminologia específica para a indiferença ao tensor momento-energia, entretanto torna-se oportuno que também se faça o entendimento pelas equações de campo da relatividade geral[2], especificamente na solução da métrica por essas equações para o vácuo.

Conceitualmente, para um corpo em repouso, pode-se centrar uma superfície gaussiana esférica.

O volume da esfera cresce com distância radial, com isso densidade diminui pelo crescimento denominador, tendendo ao zero quando o volume $V \to \infty$. Apesar do decrescimento com o cubo da distância, os tensores curvatura e momento energia são da mesma ordem de grandeza. Sempre que o volume envolver uma massa, os tensores não serão nulos, e o equacionamento permanece relevante.

Não se pode atribuir o valor nulo a um, sem o fazer ao outro. Um valor exatamente nulo do tensor momento-energia somente ocorre em massa nula, e com isso, a métrica $g_{\mu\nu}$ produz um tensor curvatura nula. Seria contraditório presumir o vácuo e concluir a existência de matéria.

Entretanto, o que predomina na resolução é a tendência ao zero, não a correspondência entre os tensores densidade e curvatura. Uma melhor proposição é o comportamento assintótico:

$$\lim_{r\to\infty}\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right) = 0_{\mu\nu} \tag{3.1}$$

Essa resolução do tensor curvatura é independente do tensor energia-momento, portanto para uma Massa pontual.

Uma solução trivial para o limite é:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 0_{\mu\nu} \tag{3.2}$$

Para resolução onde a métrica não seja trivialmente nula.

$$\lim_{r\to\infty} g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \tag{3.3}$$

Reiterando que diante de massa a curvatura nunca será exatamente nula, a solução ocorre com um deslocamento de potencial. Admitindo que a resolução obtenha um dos elementos da métrica expresso na forma geral:

$$\frac{1}{1-\dfrac{\phi}{(r-r_0)}}=\frac{(r-r_0)}{(r-r_0)-\phi} \tag{3.4}$$

Se fizermos $r_0=-\phi$, então teremos:

$$\frac{(r+\phi)}{(r+\phi)-\phi}=1+\frac{\phi}{r} \tag{3.5}$$

O novo resultado, regular, constitui componente de uma outra métrica em que ocorre um deslocamento de potencial. Ambas soluções convergem assintoticamente a $\eta_{\mu\nu}$ e os respectivos tensores de curvatura para $0_{\mu\nu}$, satisfazendo (3.1).

Embora uma parte do equacionamento seja o mesmo, conceitualmente a solução de Schwarzschild[71] para massa pontual é apresentada como um problema diferente do que foi descrito aqui, em que o deslocamento de potencial é admitido na forma de energia do vácuo. A equação (3.2) é insolúvel para uma métrica normalizada, e a resolução é concessiva nessa exigência. A correspondência entre o tensor curvatura e o tensor energia é feita *a posteriori* pelo limite newtoniano, situação onde o conhecimento da deformação do corpo promovida campo permite achar uma métrica particular.

O ponto crítico da demonstração de massa pontual é mostrar que possui um tensor métrico sem que haja necessidade de equações de campo, ou seja, que o transporte do campo possua equação de onda.

3.2 Tensor Bilinear

A determinação tensor pelas equações do movimento depende condições de contorno apropriadas, que envolve o conhecimento da evolução cinética para cada posição de uma mesma trajetória. A situação em que o corpo se afasta em velocidade de fuga atende a condição energia para o caso clássico. Com isso, um equacionamento que faça o relacionamento cinético-geométrico pode determina a métrica pela tendência assintótica [50].

A mecânica que rege o movimento sobre essa métrica é dada por função lagrangiana:

$$\mathcal{L}=-\frac{mc^2}{\gamma_v} \tag{3.6}$$

O fator de Lorentz é obtido do invariante de velocidade para a métrica.

$$c^0c^0\delta_{00}=\gamma_v(c^0c^0g_{00}-v^iv^jg_{ij}) \tag{3.7}$$

A métrica é expressa pelo tensor bilinear:

$$[g_{ij}] = \begin{bmatrix} \left(1+\dfrac{GM}{c^2r}\right)^{-1} & & & \\ & -\left(1+\dfrac{GM}{c^2r}\right) & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

A métrica é idealizada para fonte em corpo central fixo, onde o movimento de uma partícula de teste não é impulsionada a uma velocidade maior que a velocidade limite medida pela métrica dada por (3.7).

Uma situação mais realística ocorre no movimento de dois corpos, em que o corpo fonte move-se em reciprocidade ao corpo atraído, mas com isso surge o problema de composição das velocidades. Adotar que a mesma métrica empregada no corpo central seja empregada em dois corpos exige que os corpos não possuam velocidade relativa maior que a velocidade limite expressa invariante (3.7).

A velocidade relativa entre dois corpos não excede a imposição do invariante de velocidade (3.7), mesmo que exista condição favorável a ocorrência, por flutuação ou arrasto da métrica, pois haverá indução de forças ou, em último caso, força reativa pela emissão de radiação, com intensidade necessária para preservar o invariante, o que é a essência do processo de radiação.

Também ocorre o efeito retardado das posições pelo tempo de propagação. Embora se possa adotar um referencial instantâneo comóvel, a velocidade está sempre mudando de direção, e com isso frustra possibilidade de localizar posições por transformação de Lorentz. A questão melhor formulada é como transportar a métrica pelo espaço-tempo.

A métrica não varia no tempo e qualquer variação é devido ao movimento, o que expresso pelo valor nulo da derivada material da métrica nula. Além do transporte da métrica, a questão também é pertinente ondas irradiadas, retomada na velocidade propagação da métrica.

$$\frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} - u \cdot \nabla \tag{3.9}$$

A resolução das posições em relação à métrica diante do transporte dessa métrica pelo espaço tempo torna-se um problema sistêmico, em que se procura responder na presença de decaimento e de radiação.

3.3 Regular

A regularidade do tensor métrico é a propriedade da métrica estar definida em todos os pontos do espaço-tempo. Mais especificamente, somente possuir singularidades essenciais, aquelas em que somente existem singularidades mapeadas pelo potencial de campo.

Em outra ocorrência, na ausência de curvatura por uma métrica plana, pode haver singularidades removíveis por mudança de coordenadas. Entre as componentes que expressam curvatura, além da componente temporal, a regularidade afeta a direção radial para o caso simetria central. Assim a direção radial representativa da regularidade, o que é conveniente com a forma paramétrica. Em outras perspectiva, as componentes angulares em coordenadas esféricas, a exemplo da métrica plana, a forma não-normalizada introduz uma curvatura espúria.

Além dos aspectos formais na manipulação de equações, singularidades possuem consequências físicas quando as condições favoráveis a ocorrência estiverem presentes.

O tensor regular é obtido do balanço energético. Um entendimento é feito pelas consequências do deslocamento de potencial em (3.4). Ainda que se opte pela métrica não-regular, o decaimento orbital ocorre somente com emissão de radiação. Ou ocorre a supressão de radiação, ou então há emissão de energia infinita.

No primeiro caso as ocorrências em curvatura intensa são distintas do que acontece em curvatura moderada, e não há um limiar claro de onde isso ocorre, ou deixa de ocorrer. Essa estabilidade seletiva não é pertinente ao processo descrito aqui. No segundo caso, uma vez que o caminho torna-se assintótico, a radiação emitida cresce indefinidamente com o decaimento infinito.

Regularidade evita muitos problemas no formalismo: o contrassenso o lagrangiano em presumir um caminho entre dois pontos e concluir o contrário, ou ainda, a estranheza da mudança da topologia. Regularidade é necessária para Normalidade.

3.4 Normalizado

A normalidade do tensor métrico é propriedade definida pelo valor do determinante ser unitário, portanto invariante. As implicações dessa propriedade estão na covariância geral, algébrica da métrica, homogeneidade dimensional das grandezas e, especificamente, no decaimento orbital, formato de onda.

$$\det(g_{ij}) = -1 \tag{3.10}$$

Covariância nas transformações entre sistemas de coordenadas é um rudimento primário, dado que coordenadas não possuem significado físico, o que é ilustrado em uma métrica para o espaço plano: a forma não-normalizada introduz uma curvatura espúria, que é arbitrária ao sistema de coordenadas. Em extremo, traz consequência nas operações sobre o espaço por introduzir singularidades.

Os pontos de atenção são destacados fazendo distinguir entre o que é denominado, aqui, formulação forte e formulação fraca da isometria.

A transformação entre coordenadas, é esperado uma transformação isométrica que preserve a norma do vetor. Seja $g_{\mu\nu} = J^{\kappa}_{\mu} J^{\lambda}_{\nu} g_{\kappa\lambda}$ a transformação esférico-cartesiano.

$$v^{\mu} v^{\nu} g_{\mu\nu} = v^{\kappa} v^{\lambda} g_{\kappa\lambda} \tag{3.11}$$

Mesmo considerando que o vetor esférico seja de uma base não-normalizada, haverá congruência no módulo do vetor. Entretanto, além do vetor não se constituir de grandezas dimensionalmente homogêneas, a isometria não ocorre nos vetores da base. Se, para algum propósito, possa-se admitir que as grandezas sejam isométricas, será por uma definição fraca, não é transferível para outros vetores, pois a transformação não se demonstrando uma propriedade geral. A covariância nessa forma é restrita ao mesmo sistema de coordenadas.

Isometria, por uma definição forte, preserva todas medidas obtidas pela métrica, não é apenas congruência no módulo do vetor. Considere para uma mesma medida que se possa intercambiar as grandezas vetoriais empregadas.

$$\Delta s = \int \sqrt{dx^\mu dx^\nu g_{\mu\nu}} = \int \sqrt{v^\mu v^\nu g_{\mu\nu}}\ dt \tag{3.12}$$

As grandezas tensoriais devem ser submeter as mesmas transformações.

$$v^\mu = J^\kappa_\mu v^\kappa \tag{3.13}$$

$$x^\mu = J^\kappa_\mu x^\kappa \tag{3.14}$$

O que somente é possível ao atender condições de difeomorfismo no cálculo das quantidades tensoriais.

$$J^\mu_\alpha\, v^\alpha = \frac{d}{d\tau}(J^\mu_\alpha\, x^\alpha) \tag{3.15}$$

A condição implícita é que $\dot{x} = v$ somente se $J^\lambda_\ell J^\kappa_{\mu\lambda} = 0$. A definição forte de isometria consiste em haver isomorfismo. O que está implícito na generalização tensorial é que a forma paramétrica da transformação deve preservar a estrutura isomórfica da derivada, i.e. ou é não-paramétrica, ou é ortogonal à derivada. No primeiro caso estão as transformações de Lorentz. As transformações entre sistemas de coordenadas devem entrar no segundo caso, pois sempre envolvem variáveis paramétricas.

A ortogonalidade entre uma transformação e sua derivada é correlata com a derivada do determinante da métrica.

Além do tensor métrico, sua derivada e inversa, a normalidade afeta também o símbolo de Christoffel e a sua derivada, tensor Riemann, tensor Ricci, Escalar de Ricci, como também as expressões que permutação que envolvem a forma tensorial do símbolo Levi-Civita e a fórmula de Jacobi para o derivada do determinante [25].

Consequências físicas é que os vetores da base refletem propriedades do espaço, com efeito direto no formato das ondas no espaço.

Historicamente, apesar da normalidade ter sido pretendida (Doc. #139 [16]),a dispensa surge pelo pragmatismo na solução das equações de campo (Doc. #169, #188 [16]), com efeito no formato das ondas gravitacionais (Doc. #194 [16][15]).

Não obstante o relaxamento tenha sido implicitamente endossado [28], a métrica para massa pontual não se apoia nas equações de campo, o que é recompensada na forma simplificada da equação geodésica.

4 Geodésica e Invariantes

A variação da velocidade nem sempre é um discriminante para força, uma vez que a curvatura promove movimento curvilíneo pela dependência implícita entre as variáveis.

Separar a ação de curvatura da ação de força depende do o equacionamento do movimento de uma partícula na curvatura promovida pela contraparte. No estado inercial, a variação de velocidade em movimento geodésico é denominada atração; e no desvio geodésico, força.

A complexidade adicional vem da formulação sistêmica. Constatar se a resultante constitui, ou não, força conduz à extensão do transporte paralelo, sintetizado no invariante de ortogonalidade.

4.1 Geodésica da Métrica

A equação geodésica na forma canônica se escreve:

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma^\alpha_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau} = 0 \tag{4.1}$$

Uma solução possível da equação é para o tensor métrico pode ser aproximado para origem fixa, o que resulta no sistema de equações do movimento de um-corpo, denominado geodésica da métrica de simetria central.

A isometria possibilita a transformação entre sistemas de coordenadas, permitindo cálculos com referência a uma base fixa. Para a geodésica da métrica regular normalizada, é possível resolver as vinculações implícitas de valores funcionais e acoplamento de taxas de variação diferencial [?] e obter forma expressa pela soma dos dois tensores vetoriais, denominamos equação geodésica reduzida:

$$\mathcal{A}^\mu + \mathcal{F}^\mu = 0 \tag{4.2}$$

A composição espacial da geodésica é segmentada em dois novos tensores. O tensor segmentário *Factio*, expresso por $\mathcal{F}^\mu$, é tratado como feição da magnitude que a gravidade assume em um posição-velocidade. O tensor segmentário *Affectus*, expresso por $\mathcal{A}^\mu$, é tratado como alteração do vetor tangente por coordenada geodésicas.

A expansão dos índices espaciais do tensor de feição gravitacional encontra valores apenas para o índice radial:

$$\mathcal{F}^1 = \frac{1}{\gamma_r^4}\mathbf{f}^1 + \frac{\gamma^2}{\gamma_r^4}\frac{(\mathbf{f}^1 \cdot \mathbf{v}^j)}{c^2}\mathbf{v}^i \tag{4.3}$$

Os índices referentes as direções angulares possuindo valores nulos, resultado da natureza radial da métrica: $\mathbf{f}^2 = 0$ e $\mathbf{f}^3 = 0$.

As variáveis coordenadas do tensor alteração é definida para todos os índices:

$$\mathcal{A}^k = \gamma^2\mathbf{a}^k + \gamma^4\frac{(\mathbf{a}^k \cdot \mathbf{v}^j)}{c^2}\mathbf{v}^i \tag{4.4}$$

A equação geodésica reduzida é totalmente caracterizada pelas componentes espaciais, o que torna conveniente caracterizar a ação da curvatura nessas equações, dispensando o emprego da equação de índice temporal.

A métrica obtida em um ponto é caracterizada pela existência de duas curvaturas cardinais: uma temporal e outra espacial, esta última tem direção dada pelo gradiente da métrica (diretrix). Nem sempre a direção da linha de ação tensores geodésicos é o mesmo da diretrix, dado a variabilidade da parcela induzida.

O desalinhamento entre os tensores geodésicos com gradiente da métrica é explicado pelo existência de um termo autoinduzido dependente da direção da velocidade.

Equação geodésica na forma direcional, os termos espaciais das formas segmentárias são decompostos pela projeção na diretrix:

$$\mathcal{F}^1 = \frac{\gamma_v^2}{\gamma_r^4}\left(\mathbf{f} + \frac{\mathbf{v}\otimes(\mathbf{v}\otimes\mathbf{f})}{c^2}\right) \tag{4.5}$$

$$\mathcal{A}^k = \gamma_v^4\left(\mathbf{a} + \frac{\mathbf{v}\otimes(\mathbf{v}\otimes\mathbf{a})}{c^2}\right) \tag{4.6}$$

Cada tensor segmentário é decomposto em dois outros vetores, denominados vis-radix e vis-redux, que expressam contribuição a variação da magnitude da velocidade, que influencia a variação $\dot{\gamma}$, e pela dependência da direção da velocidade (geometricamente anisotrópico). A influência da métrica é implícita nos fatores γ_v e γ_r.

O termo de campo do tensor segmentário não possui valor para as componentes nas direções angulares $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ e $\hat{\boldsymbol{\varphi}}$,

$$\mathbf{f} = \frac{GMm}{mc^2r^2}\hat{\boldsymbol{\rho}} \tag{4.7}$$

O que resulta $\mathcal{A}^2 = 0$ e $\mathcal{A}^3 = 0$, que acarreta consequência para a conservação momento angular quando $\dot{\gamma} \neq 0$.

$$\mathcal{A}^2 = \gamma\dot{\gamma}\rho\dot{\theta} + \gamma^2\left(\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta} - \rho\dot{\varphi}^2\sin\theta\cos\theta\right) \tag{4.8}$$

$$\mathcal{A}^3 = \gamma\dot{\gamma}\rho\dot{\varphi}\sin\theta + \gamma^2\left(\rho\ddot{\varphi}\sin\theta + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}\sin\theta + 2\rho\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos\theta\right) \tag{4.9}$$

A ausência de um acoplamento ao campo nessas direções deixa aberto a solução do movimento que pode satisfazer a equação. Entretanto, quando a distância é suficientemente grande, tem-se que $\dot{\gamma} \approx 0$ e a variação das velocidades angulares deixam de ser independentes são vinculadas em momento angular constante.

4.2 Transporte Paralelo e Invariante de Ortogonalidade

Pela natureza do problema, torna-se interessante calcular um discriminante para o desvio que uma trajetória tem em relação a uma geodésica. Uma melhor proposição é obter um equacionamento que permita descobrir qual o menor desvio de uma trajetória para se chegar a uma geodésica ou desvio se dá em relação geodésica.

Relacionado à geodésica, o transporte paralelo (físico) é um caso especial que pode ser generalizado em uma construção mais geral envolvendo um fibrado.

$$V^{\mu}V_{\mu} = c^2 \tag{4.10}$$

Partido do invariante de velocidade, abreviado em (4.10), chegamos ao transporte paralelo do vetor V^{μ} pela derivada covariante do invariante, obtendo-se um novo invariante. A resultante (4.11) é expresso por um produto escalar com valor nulo quando se opera o transporte paralelo por trajetória geodésica, que também pode ser entendido como um caso do invariante de ortogonalidade.

$$(\mathcal{A}^{\mu} + \mathcal{F}^{\mu})V_{\mu} = 0 \tag{4.11}$$

Excluindo a trivialidade da solução, o interesse está nas soluções em que há ortogonalidade individual dos termos pela distributiva. Na forma generalizada, o invariante é satisfeito mesmo que ocorra adição de parcela ortogonais ao vetor V^{μ} e à atração.

A variação da velocidade também é resultado, aditivamente, de estímulos distintos da atração por curvatura. Assim, formula-se um caso geral que ocorre quando na presença de um estímulo $\widetilde{E}^{\mu}$ estranho a atração.

$$\mathcal{A}^{\mu} + \mathcal{F}^{\mu} + \widetilde{E}^{\mu} = 0 \tag{4.12}$$

Essa é equação somente possui significado físico se preservar o invariante de velocidade, ou seja, o satisfizer o invariante de ortogonalidade (4.11).

$$(\mathcal{A}^{\mu} + \mathcal{F}^{\mu} + \widetilde{E}^{\mu})V_{\mu} = 0 \tag{4.13}$$

A velocidade V^{μ} admite derivada $\mathcal{A}^{\mu}$ pelo invariante de velocidade se essa derivada tiver equivalência com $\mathcal{F}^{\mu} + \widetilde{E}^{\mu}$ e ambas se balancearem pelo produto com a velocidade. Tanto a força de campo quanto a força estranha ao campo cooperam em produzir aceleração que não exceda a velocidade limite, o que é obtido pela ortogonalidade (espacial) entre o tensor $\widetilde{E}^{\mu}$ e a velocidade (e.g. mudança do plano orbital), o que não afeta a magnitude, somente a direção.

Nem sempre será possível obter o balanço expresso em (4.13), onde situação é dominada por $\mathcal{A}^{\mu}V_{\mu} = 0$. Uma elaboração geral da presença de um estímulo externo $\widetilde{E}^{\mu}$ permite alterar a magnitude das componentes espaciais da velocidade da velocidade, o que pode ser representado por $\mathcal{A}^{\mu}U_{\mu}$. Cabe ao novo equacionamento a resolução diferencial particular, entretanto, pode-se faz em uma leitura vetorial: a nova velocidade resulta em um desbalanço, o que é imediatamento corrigido pela produção de radiação e uma nova trajetória.

$$(\mathcal{A}^{\mu} + \mathcal{F}^{\mu} + \widetilde{E}^{\mu})U_{\mu} = \mathcal{E}^{\mu}_{\mu} \tag{4.14}$$

$$\begin{cases} \mathcal{E}^{\mu}_{\mu} = 0 & \text{não-dissipativo} \\ \mathcal{E}^{\mu}_{\mu} \neq 0 & \text{dissipativo} \end{cases}$$

A equação aponta se é possível, ou não, acoplar a velocidade U^μ à resultante das atrações em uma trajetória transporte paralelo ou pela ortogonalidade.

5 Estabilidade Orbital

A seção trata dos elementos de estabilidade orbital, como os corpos encontram equilíbrio por um equacionamento sistêmico. Somente a partir do equilíbrio podemos traçar o desequilíbrio que promove o decaimento.

O sistema de equações do movimento de dois-corpos pode ser escrito em correspondência um-corpo pela similaridade de simetria central. A resolução deve considerar mobilidade da origem dos tensores métricos, o que afeta simultaneidade do evento alinhamento das direções de atração constatado por um observador, que deve ser considerada nos referenciais das partículas. Em outras palavras, as variáveis coordenadas apresentam um resultado em uma posição aparente, e no referencial de cada partícula há o efeito retardado.

Diferentemente da ação-reação newtoniana, na atração gravitacional há parcelas induzidas que são sensíveis à magnitude e a direção de alinhamento com a velocidade.

Um efeito importante do desalinhamento é a tendência restauradora à trajetória de equilíbrio. Decorre estabilidade ondulatória no movimento, e, pelo acoplamento, ressonância entre as partículas. Por não se tratar de uma oscilação forçada por uma influência externa, deve-se encontrar uma frequência natural.

Ao tratar dos elementos de equilíbrio, ter em mente que o equilíbrio efetivo entre os corpos, se houver, será dinâmico, e no caso contrário, o desbalanço motivará o comportamento dissipativo.

As seções estratificam duas perspectiva: campo com efeito imediato e campo com efeito retardado.

5.1 Vis-Osculação

Na resolução de um sistema de dois corpos é fundamental correlacionar ação em um corpo e reação em outro. Entretanto, diferente da mecânica newtoniana, o equilíbrio promovido pelo campo é contingente, tanto pela parte induzida quanto pelo efeito retardado. Aborda-se o primeiro fato nessa seção, considerando ação imediada do campo. A seção seguinte abordará como o equilíbrio em efeito retardado pode ser obtido por periodicidade.

Vis-osculação é a condição de equilíbrio na atração entre dois corpos em trajetória geodésica. Pode ser expresso, nas variáveis coordenadas, pela equação:

$$[\mathcal{A}_1]^\mu + [\mathcal{A}_2]^\mu = 0 \tag{5.1}$$

Uma propriedade interessante de se observar é que a equação equivale à condição geodésica de ambas as partículas. Substituindo a contraparte $[\mathcal{F}_1]^\mu + [\mathcal{F}_2]^\mu = 0$ obtemos uma das geodésicas $[\mathcal{A}_1]^\mu + [\mathcal{F}_1]^\mu = 0$.

A igualdade se mantém entre as componentes espaciais vis-radix e vis-redux separadamente. Expandido à forma vetorial, é interessante expressar o momento de cada partícula:

$$\frac{\gamma_1^2[m_1^2\gamma_1^2\mathbf{a}_1 + \gamma_1\mathbf{p}_1 \otimes (\gamma_1\mathbf{p}_1 \otimes \mathbf{a}_1)]}{m_1} + \frac{\gamma_2^2[m_2^2\gamma_2^2\mathbf{a}_2 + \gamma_2\mathbf{p}_2 \otimes (\gamma_2\mathbf{p}_2 \otimes \mathbf{a}_2)]}{m_2} = 0 \tag{5.2}$$

Da igualdade entre os termos vis-radix

$$m_2 m_1^2 \gamma_1^4 \mathbf{a}_1 = m_1 m_2^2 \gamma_2^4 \mathbf{a}_2 \tag{5.3}$$

A resolução de vis-redux somente se torna possível se houver um centroide tal que:

$$\gamma_1\mathbf{p}_1 + \gamma_2\mathbf{p}_2 = 0 \tag{5.4}$$

O entendimento sobre as implicações desse equacionamento é obtido da comparação com a ação-reação newtoniana sobre a força entre dois corpos. Conceitualmente, vis-osculação ocorre por atração entre dois corpos pela curvatura em condição geodésica. Por outro lado, força existe somente no desvio da curva, conforme o invariante geodésico. Ação-reação é um estado permanente de forças, enquanto vis-osculação é contingente.

A reciprocidade geodésica é observada na compatibilidade de velocidades tanto em magnitude pelo fator γ_v quanto em direção pelo termo vis-redux.

$$\frac{\gamma_1 m_1}{\gamma_2 m_2} = -\frac{v_2}{v_1} \tag{5.5}$$

Exemplo ilustrativo de uma partícula leve e rápida ao se aproximar de uma partícula pesada e lenta não a puxa, mas sim é freada pela força de emissão.

Conforme o apresentado anteriormente, o invariante geodésico é equacionável diretamente pelas coordenadas, enquanto o não-geodésico é preciso conhecer a direção da radiação emitida.

$$[\mathcal{A}_1]^\mu + [\mathcal{A}_2]^\mu = \mathcal{E}^\mu \qquad \begin{cases} \mathcal{E}^\mu = 0 & \text{geodésica} \\ \mathcal{E}^\mu \neq 0 & \text{não-geodésica} \end{cases} \tag{5.6}$$

5.2 Frequência Natural

Vis-osculação não é uma postulação do movimento, como acontece no princípio de ação-reação, que se impõem sobre movimento. É uma caracterização de um estado de movimento possível do sistema binário, prevista no invariante de ortogonalidade.

O equilíbrio na atração de dois corpos do sistema binário é contingente e ocorre em condições específicas de magnitude e direção. Tão logo as magnitudes das velocidades sejam compatíveis, também o será γ_v, o que é seguido por vis-redux, que também depende da direção da velocidade.

A direção que os vetores em cada corpo assume são eventos distintos e separados espacialmente. A observação do alinhamento das direções espaciais dos vetores é um evento que depende do referencial.

O alinhamento simultâneo deve ocorrer no referencial próprio dos corpos, a linha de visada. A situação é simétrica entre os referenciais próprios, que compartilham a mesma distância entre si. O observador percebe atraso no instante que o alinhamento deve ocorrer devido ao retardo de propagação da posição, que deve ser o mesmo em ambos os corpos.

Partindo da posição em que se prevê uma órbita circular, o observador toma o instantâneo da posição de um dos corpos, enquanto o outro corpo será observado com defasagem em relação ao movimento pregresso. A posição defasada altera o ângulo que a velocidade faz com a direção radial, o que pode ser representado na decomposição em velocidade $\mathbf{v}$ em uma componente perpendicular ao raio $\mathbf{v}_p$ e o surgimento da velocidade radial $\mathbf{v}_r$.

$$(\mathbf{v}_p + \mathbf{v}_r) \times [(\mathbf{v}_p + \mathbf{v}_r) \times \mathbf{r}] = (\mathbf{v}_p + \mathbf{v}_r) \times (\mathbf{v}_p \times \mathbf{r}) \tag{5.7}$$

A velocidade perpendicular ao raio é natural ao movimento circular, e a a análise concentra-se da direção da velocidade radial, que pode promover a tendência de afastamento ou aproximação.

Uma velocidade de afastamento induz uma atração mais intensa pela redução da componente vis-redux, e a situação oposta, com a velocidade de aproximação, por uma atração mais branda. Vetorialmente, velocidade radial produz um desvio angular, que induz na atração a tendência restauradora, tendo a trajetória circular como ponto de equilíbrio.

O sistema torna-se um oscilador harmônico [20][30], onde a parcela da atração induzida pela velocidade atua como força restauradora da trajetória equilíbrio em proporção à direção. Em outra perspectiva, cada partícula move-se em relação à métrica da contraparte, e também relativamente ao arrasto pela flutuação da métrica. O acoplamento entre as partículas cria ciclo de autorreforço que amplifica as forças, acelerando até que a oscilação chegue a um extremo.

Frequência natural de ressonância ocorre pela energia máxima que o campo pode transferir à partícula, que corresponde a maior velocidade relativa que um campo pode possuir em relação a um corpo, velocidade da luz. Um corpo material não pode acelerar até a velocidade da luz, logo a frequência máxima que comporta é devido ao arrasto métrica. O excesso acima desse liminar é rejeitado, o que explica a relação com a radiação.

A hipótese estabilidade de ressonância depende da frequência fundamental do corpo coincidir com a da frequência natural do sistema.

Com a flutuação periódica da métrica, o movimento oscilatório resultante poderá autoestabiliza e torna-se geodésico, se a oscilação forçada alcançar a frequência natural do corpo for observada nas condições de movimento.

Seguindo o raciocínio que na trajetória geodésica o estado de movimento é inercial, e os cálculos são pela massa de repouso $E_0 = mc^2$, aponta-se para a frequência Compton[9], que corresponde a vibrar no referencial próprio como se fosse um corpo imaterial.

Pelo acoplamento do sistema binário, a propagação da posição que um corpo ocupa está correlacionado com a propagação da métrica. A oscilação de um dos corpos leva a oscilação do outro, em ressonância, pelo fato do primeiro ser o indutor da métrica do segundo.

A hipótese estabilidade de ressonância depende da frequência do sistema, ou seja, o extremo de oscilação promovido pela atração gravitacional.

Outro entendimento é que as oscilações são importantes pelo comprimento que o corpo percorre por arrasto da métrica a cada ciclo. O comprimento Compton é a referência do maior comprimento mínimo sem violar o invariante de velocidade.

6 Decaimento Binário Circular

O decaimento do binário circular é desafiador até mesmo em suas proposições iniciais. A própria ideia de decaimento proíbe uma trajetória circular, e a curva analítica procurada assemelha-se a uma espiral ondulatória. O título da seção refere-se à análise a partir de um estado virtual de estabilidade.

O equacionamento do invariante de ortogonalidade (4.14), embora seja esclarecedor do processo, não possui resolução simples por recair em equação diferencial. A complexidade é ampliada pelo decaimento por uma quantidade desconhecida e acompanhado de oscilação. Uma abordagem simples, consiste na construção da trajetória por composição das propriedades.

Supondo que o decaimento possa virtualmente ser suprimido instantaneamente, os corpos adquirem estabilidade momentânea. Desse instante em diante, os corpos podem chegar a uma trajetória geodésica oscilatória, conforme previsto pelo efeito retardado em vis-osculação, se chegarem a uma frequência exata de ressonância do sistema.

A periodicidade dessa oscilação sobre trajetória circular resultará em equilíbrio se puder ser expresso por (4.14). Colocando-se a atração em função do tempo (aqui simplificado em posições temporais relacionadas ao comprimento de onda da oscilação), pode-se contar com o atraso ξ na posição de um dos corpos em relação ao outro.

$$[A(\omega) + F(\omega - \xi)] \cdot V(\omega) = 0 \tag{6.1}$$

A estabilidade é possível se a periodicidade da oscilação for tal que:

$$F(\omega - \xi) = F(\omega) \tag{6.2}$$

Para saber a defasagem em relação a frequência de equilíbrio, devemos encontrar a frequência natural do sistema. O equacionamento que se mostra apropriado na determinação da frequência é feito pela velocidade areolar (atração centrípeta) para chegar a oscilação fundamental.

6.1 Atração Centrípeta

Equações geodésicas para o estado virtual de estabilidade em trajetória circular. O equacionamento inicia-se ao fazer $\dot{\gamma}_v = 0$, pela simetria central da métrica, a direção da velocidade é ortogonal ao campo, $\gamma_v = cte$ e a velocidade radial é nula. Consequentemente, γ_r também é constante, e a trajetória escolhida é o movimento circular uniforme.

A trajetória descrita é conhecida, mesmo antes da resolução diferencial, pelo conhecimento prévio das taxas de variação, o que é oportuno para investigar as relações mecânicas que conduzem ao processo de radiação.

As equações de índice temporal possuem solução trivial decorrente das restrições $\dot{\gamma}_v = 0$. Soluções onde o raio é constante, a velocidade radial é nula e a velocidade angular é constante.

$$\mathcal{A}^0 = \mathcal{F}^0 \tag{6.3}$$

As componentes espaciais da geodésica equacionam:

$$\frac{\gamma_v^2}{\gamma_r^4}\left(\mathbf{f} + \frac{\mathbf{v}\otimes(\mathbf{v}\otimes\mathbf{f})}{c^2}\right) = \gamma_v^4\,\mathbf{a} + \gamma_v^4\,\frac{\mathbf{v}\otimes(\mathbf{v}\otimes\mathbf{a})}{c^2} \tag{6.4}$$

A componentes espaciais estabelecem a vinculação entre coordenadas e métrica no estímulo primário de vis-radix, e a ação induzida por reação da velocidade ao espaço em vis-redux.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^k\hat{\mathbf{e}}_k =& \mathcal{F}^1\hat{\mathbf{e}}_1 + 0\hat{\mathbf{e}}_2 + 0\hat{\mathbf{e}}_3 \\ =& (f^1 + v^k\otimes(v^k\otimes f^1))\hat{\mathbf{e}}_1 + 0\hat{\mathbf{e}}_2 + 0\hat{\mathbf{e}}_3 \end{aligned} \tag{6.5}$$

O equacionamento espacial pode-se segmentar em dois grupos: a componente radial e as componentes angulares. Para o índice radial, a solução deve convergir para a expressão obtida em campo fraco, associa-se a igualdade termo-a-termo, e resulta em:

$$\mathcal{A}^1 = \mathcal{F}^1 \tag{6.6}$$

A expansão da equação desse índice apresenta como todas as vinculações espaciais são satisfeitas apenas pela coordenada radial.

$$\begin{cases} \gamma^4 a^1 = \frac{\gamma^2}{\gamma_r^4} f^1 \\ \gamma^4 v^k\otimes(v^k\otimes a^1) = \frac{\gamma^2}{\gamma_r^4} v^k\otimes(v^k\otimes f^1) \end{cases} \tag{6.7}$$

A equação também atesta como os índices angulares não se vinculam ao espaço e orientação depende de como o problema é arbitrado. A solução oferecida para um plano orbital implica uma direção fixa e o movimento circular permite encontra período angular constante, que torna trivial as equações angulares.

$$\mathcal{A}^2 = \mathcal{F}^2 = 0 \qquad\qquad \mathcal{A}^3 = \mathcal{F}^3 = 0 \tag{6.8}$$

Pelo que possa ser esperado do decaimento, não há expectativa que haja conservação do momento angular. O destaque está na ocorrência do momento angular constante no estado de estabilidade virtual acontecer pelo fato da trajetória ser circular, não por uma propriedade intrínseca do movimento. Em conclusão, a propriedade é conjuntural e por ser particular dessa trajetória não deve ser aplicada de forma geral. A falta é suprida por um invariante obtido da velocidade angular.

6.2 Terceira de Kepler

Iniciando pela trajetória circular, a restrição $\dot{\gamma} = 0$ sustentar a condição de ortogonalidade entre a velocidade e a direção radial, o valor também implica em velocidade constante com $\dot{\rho} = 0$. Entretanto, deixa aberto grau de liberdade nas componentes angulares $\dot{\theta}$ e $\dot{\varphi}$ expresso pela composição dessas variáveis.

$$\omega^2 = \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta \tag{6.9}$$

Qualquer valor é válido desde que:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \tag{6.10}$$

Considere, provisoriamente, que o movimento é restrito a um plano. O sistema de equações se resume a $\mathcal{A}^1 = \mathcal{F}^1$, que substituindo os termos, é simplificada para:

$$\gamma_v^4 \left(\rho\omega^2\right) \hat{\boldsymbol{\rho}} = \frac{\gamma_v^2}{\gamma_r^4} \left(\frac{kq^2}{mr^2}\right) \hat{\boldsymbol{\rho}} \tag{6.11}$$

A equação expressa, na forma de aceleração, a atração imposta em uma determinada posição para manter a taxa de variação da velocidade do movimento circular.

Pela restrição em $\dot{\gamma}$, a atração é sempre ortogonal ao movimento, ou seja, $v^2 = (\rho\omega)^2$, com $g_{22} = g_{33} = 1$. Essa velocidade relaciona se com a aceleração $a = \rho\omega^2$ de forma peculiar, e nessa condição o termo entre parêntesis no lado esquerdo da equação pode ser escrito como:

$$\frac{v^2}{r} = \|\omega \otimes (\omega \otimes r)\| \tag{6.12}$$

A validade condicionada ao movimento circular. Tal qual ocorre em visredux, há decomposição em projeção e rejeição do movimento em relação à curvatura espacial, em que rejeição é denotada por operador ternário. A condição de ortogonalidade e paralelismo são as únicas em que se permite fazer a igualdade $a \otimes (b \otimes c) = a \times (b \times c)$ no espaço curvo.

Pela manipulação, chega-se à atração centrípeta: velocidade com intensidade relacionada à atração:

$$\left(\gamma_v \gamma_r^2 \rho\omega\right)^2 = \frac{kq^2}{mr} \tag{6.13}$$

Pelo que foi intencionado anteriormente, deve-se prosseguir encontrando uma relação de periodicidade que possa ser expressa pelo tempo de órbita.

A manutenção da trajetória inercial não admite ação de força, portanto não há surpresa na objeção aos fundamentos da mecânica newtoniana. Ao preterir o momento angular, o cálculo discretização é feito pela atração centrípeta, que relaciona o período orbital com a frequência relativa ao comprimento de oscilação proposta para estabilidade orbital.

A atração centrípeta apresenta um fundamento que só pode ser expressa pela lei terceira lei de Kepler[34]. O período orbital é obtido fazendo $\gamma_v \gamma_r^2 \omega = 2\pi/T$.

$$r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left(\frac{kq^2}{mr^2}\right) \tag{6.14}$$

Tal qual ocorre em Kepler, há proporcionalidade entre o quadrado do período com o cubo da distância.

$$\frac{r^3}{T^2} = cte \tag{6.15}$$

Perceba que o período T empregado é dilatado em relação ao tempo coordenado, mas não se trata da dilatação convencional.

$$\widetilde{T} = \gamma_v \gamma_r^2 T \tag{6.16}$$

Ou seja, o período encontrado não é o período orbital em tempo próprio, mas um período de oscilação independente. Há regularidade periódica orbital pela atração centrípeta, mas a medida kepleriana pelo passagem convencional do tempo, próprio ou coordenada, regula ou é regulada por outro fenômeno. A penalidade para dissonância entre os períodos é que não se estabelece o equilíbrio perfeito.

Aponta-se que o fenômeno periódico intrínseco estranho à órbita é a frequência de oscilação prevista por efeito retardado. A frequência extrema desse fenômeno está relacionada, em tempo próprio, com a energia que a massa de repouso que um corpo pode carregar ao ser exposta à velocidade limite sobre o campo, o que para um campo de natureza eletromagnética seria a frequência Compton.

As ponderações encaminham a análise para encontrar a frequência natural do sistema, obtido da própria órbita em condições extremas. Para demonstrar a relação com o comprimento de oscilação, considere o cálculo do perímetro orbital:

$$\ell = 2\pi \frac{GM}{c^2\left(\gamma_v \gamma_r^2 \beta\right)^2} \tag{6.17}$$

Uma única variável pode ser associada ao lado direito da expressão (6.17) ao aplicar uma transformação, denominada binormalizada, pelos mesmos fatores de dilatação aplicados ao período:

$$\alpha = \gamma_v \gamma_r^2 \beta \tag{6.18}$$

A substituição da velocidade binormalizada em (6.13) torna essa equação em uma expressão de atração centrípeta, entretanto regulada pelo período orbital igualmente binormalizado. A familiaridade com a forma kepleriana é proveitosa e a interpretação da transformação dessa velocidade é vista adiante.

Ainda que a força central de um-corpo e sem dissipação não seja uma realização, os valores denotam o que seria obtido se houvesse equilíbrio idealizado.

Dessa predisposição, um valor notório é obtido quando $\alpha_0 = 1$. O valor, tido como velocidade limite, demarca o menor raio possível na atração centrípeta, e recebe o índice zero. Nessa condição o período orbital torna-se oscilação fundamental, e fazendo esse perímetro condizer com um comprimento, denotando por ℓ_0, temos:

$$\frac{\ell_0}{2\pi} = \frac{GM}{c^2} \tag{6.19}$$

O comprimento ℓ_0 é o análogo gravitacional do comprimento Compton λ_0. Também corresponde ao período orbital fundamental.

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{r_0^3}{T_0^2} = r_0^3 f_0^2 = r_0^3 \frac{c^2}{\lambda_0^2} \tag{6.20}$$

A atração centrípeta pode ser reescrita como:

$$\alpha_n^2 = \frac{r_0}{r_n} \tag{6.21}$$

A seguir, procura-se traçar no movimento orbital a oscilação que seja condizente tempo de exposição ao período orbital, o que consiste em uma oscilação relacionada a fundamental que tenha o um comprimento medido por alfa, em resumo quer-se a expressão λ_n para α_n

Como $\alpha_n \leq 1$, deve haver algum valor de alfa, denotado por α_1, em que haja um raio correspondente, denotado por r_1, tal que seja possível a seguinte progressão geométrica:

$$\alpha_1^2 r_1 < \alpha_1 r_1 < r_1 \tag{6.22}$$

A média geométrica $\alpha_1 r_1 = \sqrt{r_0 r_1}$ condiz com o obtido da centrípeta $\alpha_1 = \sqrt{r_0/r_1}$.

Para esse valor, a relação com kepleriana com a velocidade areolar, segunda de Kepler[33][32]. A medida faz-se com o fator 2π é para relacionar-se com o comprimento oscilação.

$$mc\alpha_1\rho_1 = \frac{H_1}{2\pi} \tag{6.23}$$

Seguindo o que é equacionado pela centrípeta, se $\alpha_n = \alpha_1/n$, então $r_n = n^2 r_1$, com isso temos que $H_n = nH_1$

O especial é que a formulação de H_1 para semi-velocidade areolar coincide de ser numericamente igual ao que seria H_0, a oscilação fundamental do campo, com $\alpha_0 = 1$ e $r_0 = GM/c^2$. Com isso podemos relacionar o comprimento do período orbital com o comprimento de onda.

$$mc\alpha_0\frac{\ell_0}{2\pi} = \frac{GMm}{2\pi c} \tag{6.24}$$

O que permite reescrever a progressão (6.22) para:

$$2\pi r_0 < \frac{H_1}{mc} < 2\pi r_1 \tag{6.25}$$

Na transcrição para comprimentos, para o correto valor da média geométrica, considera-se $\lambda_n = n\lambda_1$, com isso pode se escrever o comprimento associado a cada velocidade (Comprimento de Broglie gravitacional).

$$\ell_n = 2\pi \frac{\ell_0}{\alpha_n} \tag{6.26}$$

Pode-se associar a cada órbita a frequência natural de auto-oscilação provocada pelo atraso de propagação. Entretanto, essas são as frequências produzidas pelo sistema de atração. Os corpos possuem frequência natural pelo qual estão propensos a oscilar sem emissão de radiação, que é o comprimento necessário para equilíbrio em ressonância. Há analogia:

$$\ell_0 \to \lambda_0 \tag{6.27a}$$

$$\frac{H_1}{2\pi} \to \hbar \tag{6.27b}$$

6.3 Velocidade Centrípeta Binormalizada

A seção anterior apresenta a velocidade $\alpha = \gamma_v \gamma_r^2 \beta$ relacionada à atração centrípeta e frequência natural da partícula.

A vinculação da velocidade com o espaço-tempo pela intensidade de campo, na hipótese de emprego contínuo, possui o mesmo fundamento relativístico que velocidade coordenada. Demonstra-se que $\max(\alpha^2) = 1$, consequentemente, a velocidade corresponde a uma transformação de unidade natural, pois é sempre subluminal.

Equação atração centrípeta, a velocidade binormalizada depende apenas do fator métrico. A equação pode ser escrita como:

$$\alpha^2 = \gamma_r - 1 \tag{6.28}$$

O fator métrico assume valores no intervalo $\gamma_r = [1, \infty)$, e se avaliado somente por esse fator, alfa cresceria indefinidamente. Por outro lado, a velocidade β não pode crescer indefinidamente, pois:

$$1 = \gamma_v^2 (\gamma_r^{-2} - \beta^2) \tag{6.29}$$

Um valor máximo de α é limitado pelo valor que β pode assumir. Equacionando as dois anteriores:

$$\gamma_v^2 = \frac{\gamma_r^4 + \gamma_r^2 - 1}{\gamma_r^2} \tag{6.30}$$

Podemos achar a velocidade em função do campo.

$$\beta^2 = \frac{1}{\gamma_r^2} - \frac{\gamma_r^2}{\gamma_r^4 + \gamma_r^2 - 1} \tag{6.31}$$

com $\gamma_r^2 \neq \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)$.

Caminhando em direção ao centro, a velocidade cresce até um valor máximo $\beta^2 \approx 0.1216$, ponto em que $\gamma_r^2 \approx 1.4516$ e $\alpha^2 \approx 0.4516$. Entretanto, além desse ponto, a velocidade α continua a crescer por conta de γ_r^2 e γ_v^2.

O termo velocidade relativística do invariante de Lorentz.

$$\beta^2 \gamma_v^2 = \frac{1}{\gamma_r^2} - \frac{1}{\gamma_r^4} \tag{6.32}$$

Possui um máximo $\beta^2 \gamma_v^2 = 0.25$ quando $\gamma_r^2 = 2$, com $\beta^2 = 0.1$ e $\gamma_v^2 = 2.5$. Nesse ponto $\alpha = 1$, ainda com possibilidade de crescimento, entretanto a velocidade relativística $\beta^2 \gamma_v^2$ está relacionada com a aceleração pela sua taxa de variação. Regredindo à equação da atração centrípeta, a atração produz desaceleração nas variáveis coordenadas. Em aversão, as coordenadas rejeitam o campo a partir desse ponto. A existência de um raio de confinamento não é novidade para métrica regular, mas a investigação foge ao propósito do texto.

A velocidade centrípeta binormalizada do movimento circular $\alpha = [0, 1]$ é sempre subluminal.

6.4 Escala Energética

A energia do movimento de um corpo pode ser decomposta em parcela de repouso e parcela cinética. Ambas estão vinculadas à posição espaço-tempo, pela presença da métrica em sua formulação.

$$E = \gamma_v m c^0 c^0 g_{00} \tag{6.33}$$

Além da particularidade da métrica, implícita em γ_v, há as especificidades da transformação do espaço produzida por essa métrica na propagação. Uma emissão radiante sofre declinação para o vermelho na propagação diante da métrica.

$$\frac{f_\infty}{f} = \frac{\sqrt{g_{00}}}{\sqrt{\eta_{00}}} \tag{6.34}$$

Essas especificidades são úteis no contexto mecânico da determinação do movimento, mas indesejáveis a medição da emissão ou nas comparações em uma forma geral.

Metodologia de medição consiste na definição de uma escala comum, em que a conversão estabeleça a correlação entre a medição direta do fóton com a cinética calculada.

6.4.1 Energia Relativística: Unidade Natural

Idealmente, a comparação de uma medida entre dois referenciais é feita em uma escala absoluta.

A velocidade da luz, além de ser o limite da maior velocidade possível, é considerada absoluta, pois não depende de qualquer referencial. Qualquer outra velocidade é normalizável pela razão que faz com a luz, assim a velocidade β é a unidade natural.

A velocidade binormalizada α comporta-se como uma velocidade em unidade natural, pois é subluminal, o que permite empregar como uma referência em escala normalizada.

Definimos um fator subluminal pela razão:

$$\gamma_\alpha = \frac{\mathbb{E}_\alpha}{\mathbb{E}_0} \tag{6.35}$$

A razão expressa o ganho que a energia de repouso adquire com a velocidade binormalizada por escala do fator subluminal. Repare a generalidade, assim como β é a unidade natural de velocidade, γ é a unidade natural de energia.

$$\gamma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} \tag{6.36}$$

Com isso, pode-se estabelecer uma nova escala energética que independe da métrica, ou normalizada com relação à métrica.

Entendido de outra forma, equipolência da magnitude da velocidade diante da metrificação da luz, define-se escala de energia pela elevação da energia de repouso pela velocidade no fator subluminal.

6.5 *Spira Mirabilis*

As trajetórias de decaimento dos corpos de um sistema binário, partindo-se da referência circular, formam espiral dupla. Ainda que um traçado mais realístico inclua uma leve ondulação, por efeito do campo retardado, a amplitude somente torna-se relevante quando a distância entre os corpos forem da a ordem de grandeza do comprimento do raio fundamental.

Outra componente que, apesar de ínfima, não deve ser negligenciada na representação do decaimento, é o ângulo de desvio. O ângulo de desvio, ou decaimento, é anomalia que se forma pela aberração entre a linha de visada do observador próprio e um observador coordenado. Em outra perspectiva, é ângulo de atraso da propagação das posições de um corpo móvel, e a relação temporal com período orbital e velocidade angular torna importante para as, ainda que omitidas, frequências de oscilação.

A disposição dos corpos em relação às direções de movimento e troca de referenciais, o processo de formação do ângulo determina a manutenção do valor constante durante todo em todo o percurso. O fundamento no ângulo constante pode ser resumido na observação da propagação: quanto maior a distância entre os corpos, maior o tempo de propagação das posições, logo maior será o desvio linear.

A medida geométrica é intuitiva para das medidas espaciais, entretanto os valores ínfimos dificultam tanto a observação quanto manipulação trigonométrica. Acrescenta-se a isso que a localização das posições que descrevem o ângulo requerem tratamento de simultaneidade. Torna-se relevante que as diversas grandezas são correlacionadas pela razão de decaimento. Tornam-se importante relações temporais cruzadas, em que o período orbital pela velocidade areolar e frequência de oscilação relacionam os comprimentos com as distâncias.

A espiral logarítmica é curva algébrica apresentada para o traçado da trajetória de decaimento de uma posição circular.

Espiral equiangular também define a propriedade de autossimilaridade que, entre outras consequências, resulta em velocidade radial proporcional a velocidade angular, progredindo geometricamente, o que, em geral, é proveitosa nos cálculos.

Em uma perspectiva astrodinâmica, o processo assemelha-se manobra transferência de órbita por propulsão contínua [72][74], que ajuda na análise do decaimento.

6.5.1 Curva Paramétrica

As propriedades pretendidas no decaimento são observadas espiral logarítmica[42]. A curva é reconhecida em diversos sistemas físicos e suas propriedades amplamente estudadas. A seção apresenta convenções e nomenclatura empregados nesse documento e referenciar os seus parâmetros com relação ao movimento.

Descrição da trajetória no plano orbital pela equação paramétrica, em coordenadas esféricas, da espira logarítmica:

$$\rho = B \cdot e^{k\theta} \tag{6.37}$$

Onde: ρ é a distância radial do ponto central, também não apresenta dificuldades em representar distância entre dois corpos. O coeficiente B representa um raio de referência. A escolha entre um raio inicial para observação do movimento, ou raio fundamenta é conversível por autossimilaridade, com atenção a mudança de sentido no ângulo. O adimensional k é a razão de decaimento. O ângulo θ é parâmetro de posição coordenado medido a partir do ponto que a curva alcança a radial B.

Ao desenvolver a trajetória, com a evolução do parâmetro θ, a curva apresenta um ângulo característico por efeito que o expoente k tem ao modular o passo de evolução radial por unidade angular percorrida.

Ângulo de inclinação ψ de uma espiral é formado pela abertura entre a direção radial e a direção tangente à curva. Com referência ao movimento resultante do processo estudado, será denominado por ângulo de declinação ou decaimento. Estabelece a relação com a razão de decaimento:

$$\psi = \arctan\left(\frac{1}{k}\right) = \operatorname{arccot}(k) \tag{6.38}$$

O ângulo de decaimento também é medido pela relação trigonométrica que o raio de curvatura de um ponto da curva, aqui denotado por R_k, possui com o raio de posição desse mesmo ponto.

$$R_k = \frac{\rho}{\sin\psi} \tag{6.39}$$

Outra medida comum para curva é tomar o ângulo formado pelo desvio que a direção tangente de um ponto da curva possui em relação à tangente de círculo que passa pelo mesmo ponto.

$$R_k = \frac{\rho}{\cos\xi} \tag{6.40}$$

A taxa de variação do radial, e consequente velocidade de radial, é, pela propriedade de autossimilaridade, proporcional à taxa angular, o que conclui proporção entre velocidades:

$$\frac{d\rho}{dt} = k\dot{\theta}\, Be^{k\theta} = k\dot{\theta}\rho \tag{6.41}$$

Autossimilaridade, versão escalada de si mesma, também convém uma série de congruências com as curvas involutas, evolutas e pedal. É especialmente útil na análise do movimento para arbitrar o raio de referência independentemente do parâmetro angular.

$$\rho = B \cdot e^{k(\theta-\theta_0)} = B \cdot e^{-k\theta_0} e^{k\theta} \tag{6.42}$$

Entre as possibilidades estão especificar a colisão de corpos, ou medir pelo raio fundamental, ao reduzir ou mudar sinal do parâmetro angular.

$$B_0 = \frac{B}{e^{k\theta_0}} \tag{6.43}$$

6.5.2 Cinemática no Plano

Na aplicação orbital da espiral logarítmica, duas resoluções são possíveis para uma mesma trajetória. A explanação é simplificada pelo analogia com aplicação astrodinâmica de manobra orbital.

A transferência entre duas órbitas por um artefato autopropulsado pode ser realizada por mais de uma manobra, a depender da energia e da duração especificada. Uma classe de manobra também depende da viabilidade diante da complexidade de controle e orientação [72][74].

A resolução da aceleração para espiral logarítmica conduz a dois modelos de transferência de órbita por propulsão contínua.

Em ambos os casos a velocidade é a mesma.

$$\mathbf{v} = \dot{\rho}\ \hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho\dot{\theta}\ \hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.44a}$$

$$= k\rho\dot{\theta}\ \hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho\dot{\theta}\ \hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.44b}$$

A velocidade radial é proporcional à velocidade angular, com a magnitude total dada por:

$$v^2 = (k^2+1)(\rho\dot{\theta})^2 \tag{6.45}$$

No primeiro modelo, há conservação do momento angular pela aplicação exclusiva de força na direção radial. Sem importância ao estudo, consta por referência pela necessidade de distinção.

$$\mathbf{a} = -\rho\dot{\theta}^2(k^2+1)\hat{\boldsymbol{\rho}} + 0\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{$*$}$$

No segundo modelo de transferência contínua de órbita, a força atua exclusivamente para promover a variação do momento angular.

$$\mathbf{a} = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left(\frac{\dot{H}}{\rho}\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.46}$$

O momento angular é desenvolvido na especificação de atração central. Para as variáveis do movimento, a expressão é:

$$\frac{\dot{H}}{\rho} = k\rho\dot{\theta}^2 + \frac{\ddot{\rho}}{k} \tag{6.47}$$

6.5.3 Atração Central

Formulário das resoluções relevantes para aplicação de atração de simetria central.

$$\begin{cases} \rho\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{GM}{\rho}} & \text{V.Centrípeta} \\ \dot{\rho} = k\dot{\theta}\rho & \text{Autossimilaridade} \\ \rho = Be^{k\theta} & \text{Spira Mirabilis} \end{cases} \tag{6.48}$$

Com a substituição em (6.46), a atração radial torna-se maior que a atração centrípeta enquanto a expressão da aceleração passa apresentar frenagem angular proporcional à força centrípeta.

$$\mathbf{a} = -\rho\dot{\theta}^2\left(\frac{k^2}{2}+1\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \left(\frac{1}{2}k\rho\dot{\theta}^2\right)\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.49}$$

$$\rho\dot{\theta}^2 = \frac{GM}{\rho^2}$$

Uma relação particularmente interessante é dada pelas derivadas $\dot{\theta}^2$, uma pela definição e outra pela expressão de substituição equacionada. O equacionamento resultante permite expressar a razão do decaimento k pelas variáveis do movimento, especialmente nas variáveis angulares.

$$
\begin{cases}
(\dot{\theta}^2)' = 2\dot{\theta}\ddot{\theta} \\
(\dot{\theta}^2)' = -3GM\dot{\rho}/\rho^4 = -3\dot{\theta}^2\dot{\rho}/\rho
\end{cases}
$$

$$
\implies 2\dot{\theta}\ddot{\theta} = -3\dot{\theta}^2\dot{\rho}/\rho \quad (= -3k\dot{\theta}^3) \tag{6.50}
$$

A discussão sobre energia recai diretamente na definição de potência específica, uma vez que relatividade não tem o esquema conservativo de energia total. A expressão de potência é aproveitável na forma relativística $E' = \dot{\gamma}mc^2$.

$$
P = \mathbf{a}\cdot\mathbf{v} = -\rho^2\dot{\theta}^3 k\left(\frac{k^2}{2}+1\right)\eta_{11} + \left(\frac{1}{2}k\rho^2\dot{\theta}^3\right)\eta_{22} \tag{6.51a}
$$

$$
= -\rho^2\dot{\theta}^3 k\left(\frac{k^2+1}{2}\right) \tag{6.51b}
$$

O comentário para (6.51a) é que torna explícito a métrica η_{kk} para os nomear os fluxos de energia acordo com a direção. No resultado em (6.51b), o valor da potência é o mesmo que seria obtido na expressão da aceleração dispensado $(*)$. Esse valor de potência é aparente, em que se computar a toda a variação de velocidade como aceleração. O que motiva a separação dos fluxos é que haverá potência do estímulo, que induz o decaimento; potência induzida, referente ao desvio do equilíbrio; e potencia de trabalho da métrica campo regenerada na forma de contração espaço-tempo.

6.5.4 Curvatura Gravitacional

Apesar da curvatura, a dinâmica gravitacional é melhor representada no espaço feito sobre a velocidade α, que opera sobre um espaço plano. As relações de curvatura são mapeáveis pelas variáveis do período orbital e operáveis na cinemática kepleriana. Simples posto, o decaimento por curvatura pode ser feito sem necessidade de representar a curvatura, pela atração estar correlata com o período orbital.

Conveniente no aproveitamento das equações, entretanto a similaridade formal perde analogia quando é necessária a interpretação de força e de atração.

Velocidade α foi apresentada em seu estado virtual de estabilidade em que apresenta trajetória geodésico circular em (6.18) e posteriormente associada a uma unidade natural por equipolência luminífera (Sec. 6.3).

O estado virtual de estabilidade, foi admitido como pressuposto do decaimento. Subsequente, se a causa do decaimento puder ser abstraída na razão k, então a consequência pode ser expressa pela espiral logarítmica.

$$
c\boldsymbol{\alpha} = c\alpha_\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + c\alpha_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.52a}
$$

$$
= kc\alpha_\theta\hat{\boldsymbol{\rho}} + c\alpha_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.52b}
$$

A velocidade centrípeta é mantida na forma:

$$
c\alpha_\theta = \dot{\theta}\rho = \sqrt{\frac{GM}{\rho}} \tag{6.53}
$$

Com isso, a velocidade angular torna-se $\dot{\theta} = c\alpha_\theta/\rho$

Havendo uma razão de decaimento não nula, $k \neq 0$, então haverá velocidade radial proporcional à velocidade centrípeta pela razão do decaimento.

$$c\alpha_r = \dot{\rho} = k\dot{\theta}\rho \tag{6.54}$$

Enquanto no movimento circular a velocidade é constante, com o decaimento a variação da velocidade é inevitável. A questão torna-se a escolha da variação temporal pela qual a variação é tomada.

A taxa de variação da velocidade $c\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ toma atenção em duas questões: esclarecimento sobre o parâmetro temporal; interpretação atração-força.

A taxa de variação da velocidade, $c\dot{\boldsymbol{\alpha}}$, é feita pela escala de tempo coordenado $\widetilde{T}$, e, no que diz respeito com a relação com a escala de temo em unidade de tempo orbital $\widetilde{T} = \gamma_v\gamma_r^2 T$, expressa originalmente em (6.16), as derivadas podem se compor pela regra da cadeia.

$$\frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial T}\frac{\partial}{\partial \widetilde{T}} \tag{6.55}$$

Faz-se a derivada em relação ao tempo coordenado para preservar as rotações dos vetores da base. Lembrando que alfa é uma transformação da velocidade que mapeia para um espaço plano de métrica η_{ij}.

$$\frac{\partial}{\partial t}\hat{\boldsymbol{\rho}} = \dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} \qquad\qquad \frac{\partial}{\partial t}\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\,\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\rho}} \tag{6.56}$$

A velocidade angular é $\dot{\theta} = c\alpha_\theta/\rho$. A relação pela qual a razão do comprimento pelo raio, 2π, é realizado na velocidade (ângulo é uma realização da métrica.)

$$c\dot{\alpha} = -\,\rho\dot{\theta}^2\left(\frac{k^2}{2}+1\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{2}k\rho\dot{\theta}^2\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.57a}$$

$$= -\,\frac{(c\alpha_\theta)^2}{\rho}\left(\frac{k^2}{2}+1\right)\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{2}k\frac{(c\alpha_\theta)^2}{\rho}\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6.57b}$$

A taxa de variação da velocidade $c\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ resultante da derivação por tempo coordenado compõem-se tanto de força quando de atração.

A parcela de atração é obtida fazendo $k = 0$. O que excede a atração é considerado força, o que pode ser remetido a (4.14). A subsequente decomposição resulta na força ação-reação entre os corpos na direção $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ consequência da autoforça na direção $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ induzida no processo de radiação.

A substituição da *spira mirabilis*, $\rho = Be^{k\theta}$, dependem escolha do raio inicial de medição e angulo, por autossimilariade (6.42)

A exposição da potência é apresentada na discussão de irradiação (Sec. 9.3.2), onde há mais elementos propositivos.

Um último tópico importante inicia-se observando a equação de razão do decaimento pela razão das variáveis do movimento (6.50).

$$k = -\frac{2}{3}\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}^2} \tag{6.58}$$

A equação (6.58) expressa evolução do decaimento da velocidade angular pelo quadrado dessa velocidade.

Se fizermos pelos períodos definidos:

$$\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T} \qquad \ddot{\theta} = -\frac{2\pi\dot{T}}{T^2} \tag{6.59}$$

Então:

$$-\frac{\ddot{\theta}}{\dot{\theta}} = \frac{\dot{T}}{T} \tag{6.60}$$

A razão do decaimento, é proporcional ao decaimento do período orbital.

$$k = \frac{2}{3}\frac{\dot{T}}{T}\frac{T}{2\pi} = \frac{\dot{T}}{3\pi} \tag{6.61}$$

7 Razão do Decaimento

A Razão de Decaimento regula diversas grandezas, como o efeito que o expoente k tem de modular o passo de evolução radial em proporção à unidade angular percorrida. Como a razão ocorre no mesmo intervalo de tempo, a razão entre os comprimentos se manifesta nas grandezas de movimento.

Embora seja possível calcular a razão quando a medição do par de variáveis correspondentes esteja disponível, o computo não revela a causa do decaimento, apenas a sua manifestação. Na prática a ordem de grandeza do decaimento é ínfima para razão entre as medições envolvidas, ou mesmo para a manipulação trigonométrica. O mesmo vale para o produto vetorial em (4.14).

As expressões, pelo movimento, em que pode se chegar ao valor, não são causas adversas ao equilíbrio. Também não são ocorrência de um fenômeno singular que: rompe com o estado de equilíbrio, transita para o decaimento, torna a debilidade permanente e redefine a órbita, como a curva que desenha a trajetória faz parecer.

O equilíbrio é constantemente combatido e resultado de uma ação contínuo, pois envolve o dreno constante de energia. Se a tendência é estabilizar, o decaimento é sustentado.

Nas expressões do movimento da Sec. 6.5.4, o decaimento é dado por razão razão entre duas grandezas. A quebra desse padrão, somente ocorre em (6.61), o que é indício do ponto de inserção do decaimento. O padrão de representar proporcionalidade é rompido, mas deve haver uma relação diferença ou desvio.

Se os períodos devem relacionar comprimento de onda, em generalidade ao visto em (6.19) para que se obtenha o equilíbrio, a ocorrência da diferença procurada aponta para o comprimento de onda, que seria afetado pelo efeito do retardo, conforme apresentado na Sec. 5.2

Em resumo, deve-se chegar a um adimensional independente das variáveis do movimento, invariante e relacione energia por comprimento de onda.

7.1 Potencial Emissivo por Dissonância

A equação (6.61) introduz uma noção temporal que, por ser correlato do período orbital e transferível à oscilação, se traduz em um por atraso permanente expresso em diferenças temporais. Eis a solução oferecida.

Seguindo a motivação temporal, obtém-se a latência entre os tempos produzidas na frequência natural do campo e frequência fundamental do corpo.

$$\Delta T = \left(\frac{1}{f_{campo}} - \frac{1}{f_{corpo}} \right) \tag{7.1}$$

A formulação evidencia defasagem temporal da oscilação. A expressão quantifica a dissonância de repouso: a lacuna entre a frequência o que o campo é capaz de produzir e a resposta natural do corpo para o equilíbrio (invariavelmente a frequência Compton). [1]

A possibilidade do valor nulo causa estranheza na relação funcional para o cálculo de energia, entretanto a diferença pode ser transcrita para os respectivos comprimentos. [2]

Para o campo gravitacional:

$$f_{campo} \ll f_{corpo} \tag{7.2}$$

Tem-se que $\Delta T = 1/f_{campo}$, a diferença reverte-se em frequência no cálculo de energia.

$$E_* = hf_{campo} \tag{7.3}$$

Introdução da constante k com razão Comprimento Dissonante de Repouso e Comprimento Rydberg.

$$E_* = \frac{Ry}{k} = \frac{hc}{\lambda_*} = \frac{hcR_\infty}{k} \tag{7.4}$$

A razão do decaimento relaciona a proporção do comprimento de onda com o comprimento de Rydberg:

$$\frac{R_\infty}{k} = \frac{1}{\lambda_*} \tag{7.5}$$

Energia E_* e o comprimento λ_* ilustram a formação do potencial emissivo de espectro contínuo de um corpo na vinculação ao campo.

$$U_e = -E_* \tag{7.6}$$

O potencial definitivo se realiza na diferença entre dois corpos, que requer uma ponderação harmônica.

[1] O pressuposto implícito é que para valores iguais corpo e campo seriam ressonantes por frequências discretas, portanto, quântico.

[2] Na intenção original, a manifestação energética tem causa nos comprimentos percorridos, entretanto, a motivação temporal simplifica a explanação, dado que conduzem aos mesmo resultados pelos valores que assumem na diferença de potencial.

7.2 Harmonização para dois Corpos

Na Sec. 6.2 chegou-se a uma constante de campo H_1 para o raio fundamental, na equação (6.23), análoga à constante de Planck.

Introduzindo as massas de dois corpos, M_1 e M_2, na relação direta entre H_1 e $\hbar$ pelo equacionamento que define a massa Planck:

$$\frac{M_1 M_2}{M_\hbar^2} = \frac{G M_1 M_2}{c\hbar} \tag{7.7}$$

Com isso é possível o comprimento de repouso da massa total $m = M_1 + M_2$.

$$\lambda_m = \frac{c\hbar}{G M_1 M_2} \mathcal{H}([\lambda_0^G]_1, [\lambda_0^G]_2) = \frac{h}{mc} \tag{7.8}$$

Onde $\mathcal{H}(a, b)$ é a média harmônica e os dois parâmetros λ_0^G são os comprimentos dado pelo campo gravitacional para cada um dos corpos.

Perceba que pela álgebra da média harmônica $\mathcal{H}(\lambda) = c\mathcal{H}(f^{-1})$.

$$\frac{hc}{\mathcal{H}(\lambda)} = \frac{h}{\mathcal{H}(f^{-1})} \tag{7.9}$$

Potencial emissivo tem origem no movimento de dois corpos e o comprimento de repouso da massa total λ_m é a referência do repouso que se quer chegar ao centro de massa.

Os dois corpos reproduzem a tendência harmônica na razão de decaimento:

$$k = -\mathcal{H}\left(\lambda_1, \lambda_2\right) R_\infty \tag{7.10}$$

Um potencial e estabelece em razão da energia por comprimento de onda.

$$E = \frac{Ry}{k} = -\frac{hcR_\infty}{k} \tag{7.11}$$

8 PSR J0737-3039 A/B

O objeto astronômico PSR J0737-3039 [6] é uma fonte de rádio pulsante dupla, em que as duas estrelas de nêutron são pulsares.

As duas estrelas de nêutron são objetos compactos que possuem massa considerável para que a curvatura seja relevante, o que se torna significativo pela contribuição da distância orbital atual. Os pulsos de rádio permitem a marcação de tempo de ambos os corpos, e o período orbital curto contribui com um alto número amostral de observações. O fato dos dois corpos serem pulsares permite a medição direta e independente do período orbital dos dois corpos.

Uma medição que caracteriza o decaimento é a declinação do período orbital, o que justifica ser o objeto de predição. Essa medição não depende de formulação teórica e produz maior confiabilidade à estimativa, uma vez que a declinação do período orbital sumariza diversas medições pela evolução do decaimento.

Todos os parâmetros o objeto de estudo contribuem para significância da predição, exceto a excentricidade. O formato da órbita, medido na excentricidade, não é o ideal para o equacionamento apresentado, mas a condição adversa pode ser oportuna para avaliar estimativas aproximadas.

8.1 Dados Observacionais

Reproduzimos os dados coletados e apresentados por Kramer e colaboradores em 2021 [37],

$$M_1 = 1,338\,185(+12/-14)\ M_\odot \quad {}^{(1)} \tag{8.1}$$
$$M_2 = 1,248\,868(+13/-11)\ M_\odot \quad {}^{(1)} \tag{8.2}$$
$$M = 2,587\,052(+9/-7)\ M_\odot \quad {}^{(1)} \tag{8.3}$$
$$T = 0,102\,251\,559\,2973(10)\ srp \quad {}^{(2)} \tag{8.4}$$
$$e = 0,087\,777\,023(61) \quad {}^{(4)} \tag{8.5}$$

Entre as medidas apresentadas, dá-se destaque ao adimensional que será objeto de predição

$$\boxed{\dot{T}_{\text{med}} = -1.247\,920(78) \times 10^{-12}} \tag{8.6}$$

Valores de tabelados CODATA2014 por recomendação da UAI.

$$GM_\odot = 1.327\,124\,4 \times 10^{20}\ m^3 s^{-2} \quad {}^{(3)} \tag{8.7}$$
$$G = 6.674\,08(31) \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}\ [54] \tag{8.8}$$
$$M_\odot = 1.988\,475\,416 \times 10^{30}\ kg\ [47] \tag{8.9}$$

Outros valores tabelados:

$$M_h = = 2.176\,470\,212\,98 \times 10^{-8} kg \tag{8.10}$$
$$R_\infty = 10\,973\,731.568\,508(65)\ m^{-1}\ [54] \tag{8.11}$$
$$Ry = 2.179\,872\,325(27) \times 10^{-18}\ J\ [54] \tag{8.12}$$

Onde:

$$Ry = hcR_\infty \qquad M_h = \sqrt{\frac{c\hbar}{G}} \tag{8.13}$$

[1] Massa determinada de parâmetros post-keplerianos
[2] srp: sidereal rotation period ($23,9344\,696\ hr/srp = 86164.09056\ s/srp$)
[3] Parâmetro massa solar definido pela Resolução UAI 2015 B3 [65]
[4] Excentricidade (equação de Kepler)

8.2 Cálculos de Predição

As medições obtidas para o corpo primário são:

$$M_1 = 2.660\,948\,0 \times 10^{30} kg \tag{8.14}$$
$$GM_1/c^2 = 1.975\,997\,5 \times 10^3\ m \tag{8.15}$$
$$[\lambda_0]_1 = 8.306\,134\,2 \times 10^{-73} m \tag{8.16}$$
$$[\lambda_0^G]_1 = 12.415\,558\,3 \times 10^3\ m \tag{8.17}$$

Onde:

$$[\lambda_0]_1 = \frac{h}{mc} \qquad [\lambda_0^G]_1 = 2\pi \frac{GM_1}{c^2} \tag{8.18}$$

As medições obtidas para o corpo companheiro são:

$$M_2 = 2.483\,343\,3 \times 10^{30} kg \tag{8.19}$$
$$GM_2/c^2 = 1.844\,109\,8 \times 10^3\ m \tag{8.20}$$
$$[\lambda_0]_2 = 8.900\,175\,3 \times 10^{-73}\ m \tag{8.21}$$
$$[\lambda_0^G]_2 = 11.586\,883\,3 \times 10^3\ m \tag{8.22}$$

O cômputo dos comprimentos Compton evidencia a defasagem (7.1), com o comprimento do campo dado por (6.19). A constatação da disparidade entre os valores atende (7.2), e justifica o emprego das equações deduzidas para o potencial.

Media harmônica dos comprimentos fundamentais de campo é:

$$\mathcal{H}\left([\lambda_0^G]_1, [\lambda_0^G]_2\right) = \frac{4\pi G M_1 M_2}{c^2\,(M_1 + M_2)} = 11.986\,915\,98 \times 10^3\ m \tag{8.23}$$

A razão do decaimento é obtida fazendo (7.10).

$$k = -\mathcal{H}\left([\lambda_0^G]_1, [\lambda_0^G]_2\right) R_\infty = \boxed{0.131\,541\,198 \times 10^{12}} \tag{8.24}$$

O decaimento do período orbital por (6.61):

$$\boxed{\dot{T}_{pred} = 1.239\,746\,7 \times 10^{12}} \tag{8.25}$$

Erro relativo na forma percentual entre o valor predito (8.25) e o valor medido (8.6):

$$\mathrm{Err}\,\%(\dot{T}_{pred},\ \dot{T}_{med}) = 0.654\,95\% \tag{8.26}$$

A ordem de grandeza do erro aproxima os valores na casa dos dígitos significativos das massas medidas para os corpos, ou da constante gravitacional.

É esperado que uma parcela de erro seja explicado pela excentricidade. Embora o período orbital não dependa de excentricidade, todo o processo depende das proximidade e velocidade. Para além do que foi predito, pode-se especular sobre o efeito da excentricidade no decaimento.

$$(1+e^2) = 1.007\,704\,806 \tag{8.27}$$

Presumindo que o fator atue linearmente em pequena excentricidade, o computo do decaimento do período orbital é ajustado para:

$$\boxed{\dot{T}_{corr} = 1.249\,298\,7 \times 10^{12}} \tag{8.28}$$

$$\mathrm{Err}\,\%(\dot{T}_{corr},\ \dot{T}_{med}) = 0.110\,48\% \tag{8.29}$$

Para o mesmo sistema, todas medições subsequentes serão da mesma ordem, dado que seja constante as condições de integridade dos corpos. Uma vez conhecida a razão de decaimento, a predição de valores cumulativos, (6.58), ou o estudo de outras variáveis do sistema torna-se pertinente.

$$\ddot{\theta} = -\frac{3}{2}k\dot{\theta}^2 \tag{8.30}$$

9 Oscilações, Ondas e Correlatos

A mecânica da parte corpuscular é estudada pelas equações do movimento. Tem consequência que o movimento da parte imaterial torna-se igualmente importante nas relações de causa e efeito pelo transporte de campo.

Em um cenário de dois corpos, um observador constata latência entre a posição e a métrica que toma efeito. Rastreio do movimento pregresso permite conciliar o acoplamento. Ação reflete e reação sucessiva, em que é possível traçar um transporte imaterial caracterizado por uma velocidade definida.

Toma efeito que a flutuação da contração espacial e a flutuação dilatação temporal deve percorrer o alinhamento. Em bom termo, o equilíbrio de atrações torna-se coincidente na linha de visada que os corpos fazem entre si, denominado como osculatório, ou algo que é realizado mutuamente.

Ações progressivas refletem em reações sucessivas e um padrão cíclico. Flutuação convergem em padrão rítmica isocrônico, o que em última instância se transfiguraria em ressonância.

O transporte de um padrão rítmico permite antecipar a sincronia necessária para realização osculatória, autorreforçando o padrão de antecipação até o limite das frequências naturais o permitirem.

Faze-se o transporte de campo simples, concentrar-se no estudo do sinal de posição, transporte de duas vicissitudes: atração e força.

Adiante, a perspectiva conjuntural oscilação torna-se um elemento estrutural, e antecipação do padrão retardado permite representação por sintonia de frequências.

9.1 Velocidade da Gravidade

A velocidade relativa entre dois corpos não excede a imposição do invariante de velocidade (3.7).

A limitação introduz a noção de que o corpo não pode ser impulsionada para velocidade além daquela que os estímulos de impulso que o campo podem produzir. Complementar ao valor assintótico que aceleração relativística deve produzir, a variação da velocidade não pode reagir mais rápido do que o campo está disposta a agir.

Implícito ao que foi dito Sec. 3.2, o transporte de campo se produz em velocidade finita e constante e, pela invariância, igual em todos os casos. Se tomado como premissa, não faz sentido deduzir um pressuposto, apenas demonstrar a não contradição. Nesse entendimento, também não faz sentido que a velocidade de onda seja diferente da velocidade de transporte da métrica. Propagação da gravidade não depende de qualquer ondulação, mas é válido o contrário.

Coordenadas não possuem significado físico, implica que não entram na composição do movimento, como visto no caso da base esférica não-normalizada [51] para o caso da origem da métrica em repouso. A situação em que a origem da métrica não faça repouso exige composição movimento relativo, de tal forma que seja computado pela própria métrica. Condizente com necessidade de normalidade: métrica não varia no tempo, toda variação se deve ao movimento. O transporte de campo, enuncia a mesma sentença na perspectiva da continuidade, que é expressa pela derivada material (3.9).

Considerando duas curvaturas principais, a variação espacial ocorre na direção radial, $X^0 = ct$ $X^1 = \rho$

$$\left(\frac{\partial}{\partial X^0} - \frac{\partial}{\partial X^1}\right) g_{00} = 0 \tag{9.1}$$

Tomando a derivada segunda e, fazendo as devidas substituições, chega-se à equação:

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) g_{00} = 0 \tag{9.2}$$

Enfatizando que a soma de velocidade relativística é preocupação da emissão de energia, e que a simultaneidade é tema do retardo.

A constatação que transporte da métrica é feito da velocidade limite vem da própria necessidade de normalidade, ou então, por continuidade, transporta-se nas suas coordenadas metrificadas em taxas lumínicas.

O significado que os tensores de curvatura possuem na massa pontual da Sec. 3.1 é feito na análise da resolução para a métrica.

$$R_{00} = \frac{g^{11}}{2}(\partial_0\partial_0 g_{11} + \partial_1\partial_1 g_{00}) \tag{9.3}$$

$$R_{11} = \frac{g^{00}}{2}(\partial_1\partial_1 g_{00} + \partial_0\partial_0 g_{11}) \tag{9.4}$$

A leitura que se faz é que a curvatura comprova uma propriedade esperada: a componente espacial acompanha a componente temporal.

Nas equações de Maxwell, a velocidade é obtido da força. Embora no caso gravitacional a velocidade possa ser obtida da estrutura de equações, não pode ser obtida das propriedades gravitacionais, o que significa que não fixa constantes de campo $\varepsilon_0\mu_0$ que sejam independente da massa dos corpos: a força depende da massa corpo para as acelerações serem a mesma. Eletromagnetismo, a força independe da massa, depende somente da natureza elétrica, e a velocidade da luz pode ser fixada em constantes.

9.2 Onda Material

A natureza ondulatória da matéria é a conclusão da tese do sétimo duque de Broglie[11], que argumenta sobre a simultaneidade da extensão de um corpo que possui quando possui oscilação natural. A escolha de referencial afeta a percepção, por uma diferença de fase.

Embora a comprovação seja quântica, a natureza ondulatória é relacionada a um fenômeno puramente relativístico.

Pressupondo que a ondulatória seja necessária, mas não suficiente para o processo tornar-se quântico, a oscilação gravitacional de um corpo uma condiz com uma caracterização semelhante. Entretanto, a oscilação em um corpo, abstraído por massa pontual, opera, em realidade, sobre um corpo com contorno e superfície de contato definidos, e com integridade estrutural diferente [68] de uma partícula subatômica. A concordância ao modelo será tanto mais acertada quando maior for o a coesão e dimensão do corpo em preservar um comportamento unitário.

Descartado comportamento partícula-onda, a discussão que se torna relevante está nas propriedades ondulatórias que o campo possui correlato ao corpo. O campo oscila indiretamente pelo corpo, pela natureza ondulatória da matéria quer-se chegar à ondulatória do campo. O interesse das propriedades ondulatórias do corpo está no processo de radiação.

Da Sec. 5.2, a oscilação do corpo é contingente em produzir atração ou força, o que, pela correlação, o mesmo deve ocorrer na oscilação do campo. Em condição de equilíbrio, o estado estacionário ocorre diante da oscilação do campo. Por outro lado, a possibilidade da ocorrência de força será em proporção à frequência de dissonância. Sendo assim, não se pode associar força, e o consequente emissivo, diretamente à oscilação do campo. Nessa situação a análise de frequência da Sec. 7.1 torna-se mais simples que a forma vetorial proposta na seção referida no início do parágrafo.

A razão decaimento (7.10) tem causa na dissonância. Uma primeira medida é apontar que a ocorrência atração ou força é questão de sintonia, e que a flutuação do campo é transporte de sinal.

Em um princípio não aditivo, se o corpo possui uma frequência, ela será única, e as frequências impostas pelo campo gravitacional são distintas das obtidas fundamentais Compton, o que em motiva a razão de decaimento. Essas frequências são medidas no referencial próprio, enquanto as de Broglie são na mudança de referencial.

Confrontar corpo e seu processo de radiação, considere:

$$\lambda f = \begin{cases} c & \text{luz} \\ c/\alpha & \text{matéria} \end{cases} \tag{9.5}$$

Na primeira linha, frequência e comprimento do fóton determinam a velocidade que essa partícula possui. Em um corpo, os mesmos parâmetros foram equiparados a um fator pela velocidade binormalizada do corpo sobre gravidade. Se substituído $\alpha \to \beta$, tem-se o espaço plano e a expressão que seria obtida por de Broglie, considerando que a expressão em α seja generalização para o espaço curvo. Por fim, se o corpo pudesse chegar à $\alpha = 1$, tornar-se-ia equivalente a um fóton, o que está relacionado ao obtido pela (6.19).

A segunda linha de 9.5 é indiferente à natureza da oscilação, e, pelo princípio não aditivo do parágrafo acima, sobre campo gravitacional a frequência da massa de repouso não é dada por Compton, mas pela frequência associada ao comprimento (6.19). Associado a essa frequência de repouso, a frequência de movimento é dada por (6.26):

$$\lambda_n = 2\pi \frac{\lambda_0}{\alpha_n} \tag{9.6}$$

A relação com a emissão do campo pela Energia de repouso é obtida considerando:

$$E_0 = \begin{cases} hf & \text{luz} \\ mc^2 & \text{matéria} \end{cases} \tag{9.7}$$

Para a luz, a primeira linha de (9.7), ignorando que ocorre em pacotes quânticos, expressa a energia na forma radiante. Por outro lado, gravitacionalmente, $E_0 = h/H(f^{-1})$ é um potencial da frequência gravitacional em (7.4) para uma emissão contínua. A transmutação energética entre corpo e campo encontra um comprimento de emissão, o que é observado substituindo-se E_0 em:

$$\lambda = \frac{h}{(E_0/c^2)c\alpha} \tag{9.8}$$

O potencial é em relação frequência Compton, um estado de estabilidade, o que faz notar que E_0 possui frequência de campo.

Completa o quadro a expressão geral de energia, somente disponível para matéria, dado em unidade natural (Sec. 6.4.1)

$$E_\alpha = \gamma_\alpha mc^2 \tag{9.9}$$

9.3 Energia Irradiada

Radiação é o processo de eliminação de energia para preservar o invariante de velocidade no deslocamento relativo pela métrica. Pela natureza ondulatória que os corpos apresentam, envolve estabilizar o movimento pela sintonia com sinal de posição da contraparte.

A especificação do processo pela associação que possui com o movimento requer algumas distinções sobre as vicissitudes da métrica.

Diante da natureza oscilatória do corpo, e consequentemente do campo, o transporte da métrica (9.2) formam-se ondas de contração espaço, ondas de dilatação tempo. Em consequência, formam-se ondas onde o padrão periódico conforma-se com a atração geodésica, ou que, em caso contrário, resultam em força. Ainda podem ocorrer ambos.

Ainda que haja oscilação, a distinção entre atração e força está em como o estímulo é absorvido, o que diz respeito ao acoplamento entre os corpos. Separando a parcela oscilatória do movimento orbital principal, pela natureza periódica, essa última parcela do movimento também produz variação da métrica. Entretanto, pelo padrão de acoplamento, atração orbital é estudado para equilíbrio de n-corpos (possível ao desconsiderar a parcela oscilatória, também eliminamos o efeito retardado e o campo é imediato e conforme com Sec. 5.1).

Somente a parte oscilatória é propensa a causar dissonância, que tem origem no invariante de velocidade. Assim, somente essa parcela é onda de força.

9.3.1 Deslocamento de Força

A oscilação no decaimento circular ocorre somente em relação à direção radial, e, segundo (9.2), o formato de onda da dilatação temporal para essa variação é longitudinal. Somente perceptível em posição que se alinhe com os dois corpos.

Cabe o esclarecimento que uma onda temporal também é produzida da parcela do movimento orbital, o que é percebido de todas as posições que o corpo ocupa. A parcela de movimento oscilatória ocorre na direção radial que se há alinhamento.

Prosseguindo, dadas as condições de decaimento do corpo, a desaceleração angular corresponde a produção de força, e, por condição de equilíbrio, faz-se a hipótese emissão de força, em que a onda seria o portador. A confirmação dessa hipótese seria a absorção, entretanto, pode-se oferecer somente o cálculo da força que deixa o corpo emissor, mas não o efeito em um corpo que seja, porventura, interceptador. O assunto é abordado posteriormente.

A força do decaimento, obtida das equações orbitais, deve balancear com uma força que deixa o corpo pelo transporte métrica. O entendimento sistêmico é decomposto em perspectivas algébrica e fenomenológica.

Algebricamente, a força deslocada se equilibra com a força produzida no decaimento, entretanto o equilíbrio não encontra um corpo que se identifique a reação imediata. Embora a falta de reação imediata também ocorra no efeito retardado, é conciliável com os referenciais de simultaneidade. O balanço é obtido considerando que a força prossegue em transporte indefinidamente.

Fenomenologicamente, a variação métrica produzida pela oscilação é longitudinal. Pelo retardo estarão defasados de forma que, se houvesse ressonância perfeita, cancelar-se-iam e não haveria decaimento. A parcela que escapa ao cancelamento é emitido radialmente na linha de alinhamento do binário.

Pela geometria da espiral, a direção de oscilação não é exatamente alinhada com a direção de propagação, que implica em uma consequência importante: embora a onda métrica seja longitudinal, a força a recuperável pela métrica manifesta-se na transversal, denominado transposição longitudinal-transversal.

A mudança de direção decorre de como o gradiente é atravessado por efeito da direção do ângulo de decaimento da espiral, visto em (6.38).

A direção e velocidade de propagação são conhecidas para um receptor inercial. Entretanto, a natureza rotacional da órbita gera um fluxo intermitente. Além disso, o ângulo de abertura, ou largura da onda, não é conhecido. Embora se pudesse especular das dimensões dos corpos, é dado por satisfatório uma medida instantânea.

Pico do pulso de força que ocorre no instante que há alinhamento perfeito entre o corpo receptor fixo e os dois corpos do binário. A soma das forças com relação à direção de projeção é:

$$2F = \frac{1}{\sin\psi}\frac{\partial}{\partial X^0}g_{11} = \frac{1}{\sin\psi}c\ \mathbf{v}\cdot\nabla g_{11} \tag{9.10}$$

A componente espacial comporta-se similar ao é equacionado em (9.1). No transporte da métrica, a variação temporal, corresponde à advecção do gradiente da métrica.

O gradiente é atravessado por $\mathbf{v}\cdot\nabla g_{11} = v\ \nabla g_{11}\cos\psi$ para um receptor fixo, em que se computa apenas a velocidade da onda por (9.2). Como nesse caso $v = c$, a expressão iguala-se a parte angular de (6.57b)

$$F = \frac{1}{2}\ \cot\psi\ c^2\frac{GM}{c^2 r} = \frac{1}{2}k\frac{GM}{r} \tag{9.11}$$

Pelo movimento relativo, a propagação da métrica sobre um ponto fixo é equivalente ao movimento do ponto sobre a métrica. No entanto, a potência será calculada com base no movimento que o corpo emite produz, ao invés de um hipotético receptor.

Condizente com o apresentado até então, força depende de ressonância e o fenômeno de absorção, se possível, deverá seguir o mesmo princípio. Em explanação mais ampla, um corpo, ao interceptar onda, poderia obstruir total ou parcialmente, ou ainda refletir, o que faz analogia sinal-sintonia. A investigação das diversas possibilidades fogem ao propósito do texto e o fenômeno de absorção da onda não é descrito aqui. Observacionalmente, os efeitos da emissão contínua afetaria toda uma vizinhança, o que poderia diferenciar se ocorre absorção total ou parcial.

9.3.2 Potência Irradiada

Na emissão contínua, caracterização energética apropriada é potência, o que é obtido da derivada da expressão (9.9).

Para as equações de movimento da Sec. 6.5.4, a taxa de variação da energia é feita em unidade natural, Sec. 6.4.1 , em relação ao tempo coordenado.

$$\frac{dE}{dt} = \dot{\gamma}_\alpha mc^2 = \gamma_\alpha^3(\dot{\alpha}_r + \dot{\alpha}_\theta)\cdot(\alpha_r + \alpha_\theta)mc^2 \tag{9.12}$$

Para o caso órbita espiral, as variáveis de movimento vem das equações (6.52b) e (6.57b)

$$P = c^2\boldsymbol{\alpha}\cdot\dot{\boldsymbol{\alpha}} = -\frac{(c\alpha_\theta)^3}{\rho}k\left(\frac{k^2}{2}+1\right)\eta_{11} + \frac{1}{2}k\frac{(c\alpha_\theta)^3}{\rho}\eta_{22} \tag{9.13}$$

É possível reconhecer, tanto pela direção quanto pela expressão, que somente a parcela η_{22} tem correlação com a força irradiada (9.11).

A parcela η_{11} realiza trabalho sobre a métrica, efeito da energia de repouso pela distorção espaço-tempo, e origina-se na força de atração entre os corpos do binário pelo decaimento induzido.

A expressão dá continuidade ao que foi apresentado a Sec. 6.5.4, o que é específico para a espira equiangular. Algumas considerações para caso mais geral.

A separação da potência pelas "forças" tributárias realiza-se entre: as que conservam-se no movimento, e as que se transmutam em uma forma irreversível pela trajetória. A primeira separação é entre o que é geodésico e o que é desvio, ou separação atração-força. A segunda separação é entre as forças induzidas que trabalham o campo e as forças irradiadas.

Para um mesmo movimento, avalia-se duas situações: quando $k = 0$, potência de atração P_0, que será potência de referência; enquanto $k \neq 0$ tem-se potencia aparente P_k. Obtém-se uma potência efetiva da diferença entre potência aparente e de referência.

$$P_k - P_0 \tag{9.14}$$

Na potência resultante, haverá parte irradiada e parte induzida, e a decomposição subsequente segue as forças internas.

10 Considerações Finais

A solução encontrada para decaimento orbital pelo tensor métrico regular normalizado descreve a natureza emissiva do corpo em um campo que, pela instabilidade mecânica, permite a predição do decaimento energético em razão do desvio geodésico. Também é equacionado para descrição de fenômenos oscilatórios.

A apresentação formalismo geral que representa qualidades essenciais e disposição espontânea dos fenômenos gravitacionais ao decaimento como consequência necessária da covariância geral.

A exposição não esgota o assunto e deixa aberta a discussão aspectos conceituais. Algumas considerações são feitas sobre a limitações da abrangência teórica e sobre relação com as teorias consolidadas.

Muito do formalismo não tem precedente direto na literatura. É mister destacar as contribuições inéditas ser dispensado estudo e avaliação apropriados. Em atenção a essa demanda, pareceu apropriado que estivessem contemplados em sua menção no sumário.

O texto se encerra com a seção de conclusão.

10.1 Abrangência e Limitações Teóricas

A caracterização mais adequada para descrever a abrangência e as limitações da mecânica empregada está no propósito astrodinâmico, que faz um bom contraste com relatividade geral enquanto em seu propósito cosmológico.

A parte comum, geometrização da gravitação, diverge no transporte de campo e na diversidade de métricas, o que evidencia a especificidade.

A intensidade de curvatura da métrica regular é compatível em magnitude com a métrica de Schwarzschild em condição de campo fraco para as curvaturas principais. Com isso, a região do espaço em que há concordância entre as duas métricas, é esperado os mesmos efeitos: deflexão luz pelo sol, precessão do periélio da órbita de mercúrio, desvio para o vermelho gravitacional, lente gravitacional, atraso de Shapiro.

A maior diferenciação em medidas experimentais ocorre em testes em campo forte, pela natureza das métricas. Entretanto, a qualidade astrodinâmica dos experimentos faz pouco para tornas as diferenças pronunciadas, exceto em eventos extremos. Como não se habilita a medidas cosmológicas, o diferencial está no transporte de campo, relacionado a massa pontual e a especificidade da métrica.

Por ser massa pontal, não modela rotação de corpos (nem carga), deixa de fora efeito que corpos rotacionando produzem ao arrastar o espaço-tempo.

A métrica é deduzida para condições específicas de energia em que é presumido um universo estacionário. Reforça esse aspecto não-cosmológico o fato de não possuir previsão métrica para curvatura e/ou expansão do universo.

Um aspecto positivo é que a métrica regular normalizada permite equacionamento geodésico reduzido. Embora apenas uma forma analítica tenha sido apresentada, o tratamento numérico pode apresentar proveito em vários aspectos.

Numericamente, beneficia-se da redução das equações e da introdução dos parâmetros para o processo de radiação. Exibe ausência de singularidade, que permite o tratamento homogêneo para algoritmos independentes da intensidade da curvatura, favorável em métodos interativos em que se busca a convergência numérica.

10.2 Sumário

Formalizar o decaimento gravitacional que decorre do desvio geodésico, e que esse é motivado pela condição de instabilidade natural, representável por ondulatória ou efeito retardado. A principal demostração consiste em descrever o processo de radiação e predição decaimento período orbital do objeto astronômico PSR J0737-3039. A emissão de ondas gravitacionais, em que haja transporte de força, também é analisada.

Um breve introdutório ao tema assinala marcos históricos relevantes na Sec. 2 . A geometrização da gravitação é propiciada pelo cálculo Ricci e o fundamento covariante da métrica regular normalizada é visto na Sec. 3 . O maior rigor da covariância é correlacionado com questões energéticas, o que é implícito a falta de expressão geral de balanço energético e simetria, é suprido por primitivas de equilíbrio e continuidade pela covariância.

A Sec. 3.1 apresenta condição específica de energia que independe da distribuição de massa. A consequente simplificação do transporte de campo também afeta potenciais e impõem mecânica corpuscular ao invés de equações de campo.

A solução para métrica que satisfaça a geodésica por função lagrangiana é possibilitada por condições energéticas conhecidas, na Sec. 3.2 . Uma breve discussão sobre a regularidade e a importância energética é feita na Sec. 3.3 , enquanto o tensor normalizado e relevância à invariância geométrica é feito na Sec. 3.4 .

O decaimento orbital conjuga a ação da atração gravitacional pela curvatura e da força que motiva a queda. A distinção entre atração e força no equacionamento geodésico é feita na Sec. 4 . Uma formulação reduzida do equacionamento geodésico é apresentado 4.1 , onde a resolução das vinculações implícitas de valores funcionais e acoplamento de taxas de variação diferencial permite a segmentação das variáveis coordenados em correspondência com as respectivas posições de campo. Coloca em evidência os efeitos induzidos, quer de forma geometricamente isotrópica ou não, competem na preservação do invariante, a autoforça do campo.

O transporte paralelo é generalizado em invariante de ortogonalidade Sec. 4.2 . As relações de desvio em ação de força e atração por curvatura formam o balanço no processo dissipativo. Emissividade diante de um campo, a dissipação ocorre no extremo em que as formas induzidas são superadas, em que o excesso eliminado para manutenção do invariante gerando força de reação à radiação,

O estudo da estabilidade orbital no equilíbrio de dois corpos inicia-se na Sec. 5 , onde toma relevância a simultaneidade do evento posição de equilíbrio. A exposição é por comparativo entre equilíbrio em campo retardado e campo imediato (instantâneo). Condição de equilíbrio em campo imediato facilita o estudo das parcelas induzidas na ação, na Sec. 5.1 . Condição de equilíbrio em forma retardada da Sec. 5.2 produz dinâmica de equilíbrio oscilatório. O processo alcança estabilidade em condição extrema caracterizando uma frequência natural. Auto-oscilação torna-se a origem relativística do estado ondulatório do campo e da matéria.

A proposição de estabilidade deve encontrar a causa do desequilíbrio. A descrição do processo de decaimento para um binário em movimento circular é tema da Sec. 6 . O decaimento por uma posição de estabilidade que se inicia em um movimento circular encontra a razão mecânica pela qual é induzindo espontaneamente, o desequilíbrio é o que desencadeia o desvio geodésico.

Equacionamento tensorial no plano orbital concentra-se nas duas curvaturas principais, simplificado na equação de atração centrípeta da Sec. 6.1 .

A regularidade periódica do equilíbrio não encontra escala no tempo próprio ou coordenado, é dada em unidade de tempo orbital. Embora centrípeto, não é regido pelas leis newtonianas, e a regressão à terceira de Kepler se faz necessária na Sec. 6.2 . O equilíbrio centrípeto é dado consoante a regularidade intrínseca que a órbita possui com a frequência natural da interação entre campo e corpo.

Autorregulado pela unidade de tempo orbital, a periodicidade gera novas caracterização do movimento: velocidade areolar, velocidade angular e frequências. As novas variáveis do movimento são, resumidamente, associadas ao comprimento natural.

A investigação do caráter subluminal da velocidade centrípeta binormalizada, na Sec. 6.3 , viabiliza estabelecer nova escala energética, Sec.6.4 , medida pela equipolência lumínica. A ponderação conduz a proposição de uma escala absoluta de unidade natural de conversão e comparação da energia gravitacional.

O equacionamento anterior torna possível, para um casso elementar, conhecer a trajetória sem que seja necessário resolver o equacionamento diferencial. O retardo na propagação do campo gera condição de ângulo declinação constante que é explorado por curva algébrica, Sec. 6.5 . resultando em velocidade radial proporcional à velocidade angular. A Sec. 6.5.1 descreve a forma paramétrica da curva algébrica, seguida da cinemática no plano da Sec. 6.5.2 .

Na Sec.6.5.3 , atração central, em que há frenagem e queda proporcionais à força centrípeta, fazem-se caracterizações do movimento e analogia à manobra orbital.

Projetado em Curvatura Gravitacional, a Sec. 6.5.4 quantifica a grandeza pela qual a atração radial torna-se maior que contraparte centrípeta, em correspondência com força angular proporcional a atração centrípeta.

Ainda que a oscilação seja insignificante para ser representada na curva algébrica, a trajetória decaimento é influenciada por fator de sua frequência. A razão de decaimento regula diversas grandezas, e a origem do desequilíbrio é encontrada na relação que possui com a frequência natural, Sec. 7 . A proporção entre comprimento de onda e Rydberg encontra medida energética pela formação de um potencial emissivo originado na defasagem temporal, Sec 7.1 , que toma efeito no decaimento pela harmonização entre os corpos 7.2

A predição decaimento do período orbital do objeto PSR J0737-3039 é feita na Sec. 8 . Os dados observacionais são apresentados na Sec. 8.1 , seguidos dos cálculos de predição na Sec. 8.2 .

Na natureza ondulatória do corpo e do campo abordadas na Sec. 9 , que busca o entendimento que a distinção entre atração e força está na sintonia.

A Sec. 9.1 aborda a velocidade da gravidade no entendimento do transporte de campo, relações sistêmicas de coordenadas para simultaneidade, o que condiz ao obtido pela derivada material e continuidade. A propagação do sinal de posição existe como um atributo coordenado no espaço-tempo e, embora no deslocamento do campo seja onde de faça perceber, não é necessário ou dependente da vicissitude do campo.

Onda Material, Sec. 9.2 , destaca a natureza ondulatória corpo pela frequência natural do campo em sua participação no processo de radiação como fator de emissividade. Há dualidade, desequilíbrio dos corpo e dissintonia de frequência no acoplamento entre os corpos, e uma medida de energia irradiada é oferecida na Sec. 9.3 .

Embora o transporte de campo tenha sido naturalizado, a decorrência de força no decaimento é relacionada à forma específica propagação do campo, e a hipótese de deslocamento é feita na Sec. 9.3.1 , destacando como o gradiente atravessado pelo ângulo decaimento produz a transposição da orientação longitudinal-transversal. A condição hipotética refere-se ao equilíbrio em que emissão é conjugado a absorção pelas mesmas condições de ressonância.

Caracterização energética para natureza contínua do trabalho realizado pelas forças no decaimento e feita para potência da Sec. 9.3.2 , e as decomposições pertinentes.

10.3 Conclusão

A exposição torna conhecida causa da instabilidade e decaimento consequente do fenômeno gravitacional, o primeiro por desequilíbrio com origem oscilatória e o último por eliminação de energia para preservar o invariante de velocidade de deslocamento relativo.

A descrição do decaimento é conjunção diversos fenômenos, correlatos pela forma sistêmica. Ainda que se queira apontar um único fator, é melhor descrito com causa na conjuntura sistêmica e apontar os princípios que regulam o processo.

Propensão do corpo a irradiar, pode ser enunciado com um princípio emissivo. É conjugado ao campo, uma vez que a energia vem do campo e sua forma de transporte. Fundamenta-se no invariante de velocidade e assume importância na trajetória geodésica, ou seu desvio.

A formação de um padrão oscilatório. Princípio ondulatório denomina interação relativística no equilíbrio de corpos mediado por campo. A natureza estrutural das propriedades oscilatórias tornam fator de distinção entre atração-força pela frequência.

Os corpos competem para convergir em um estado de equilíbrio de forças e reciprocidade dos momentos a custa da perda de energia. Uma vez atingindo, o equilíbrio é o estado estacionário e perene.

O que se torna obstáculo ao esforço contínuo da busca do equilíbrio, também torna-se contínuo. Instabilidade primária na natureza do campo advém da forma intrínseca de interação corpo-campo, resumido na diferença com a medida Compton. Se os dois primeiros princípios são propensões, então o princípio de instabilidade é o que desencadeia, ou melhor, sustenta o decaimento.

11 Agradecimentos

Agradecemos aos apoiadores do autor pela chave Pix: **samelo**

12 Referências

Referências

[1] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari, V. B. Adya, C. Affeldt, M. Agathos, K. Agatsuma, N. Aggarwal, O. D. Aguiar, L. Aiello, A. Ain, P. Ajith, B. Allen, A. Allocca, P. A. Altin, S. B. Anderson, W. G. Anderson, K. Arai, M. A. Arain, M. C. Araya, C. C. Arceneaux, J. S. Areeda, N. Arnaud, K. G. Arun, S. Ascenzi, G. Ashton, M. Ast, S. M. Aston, P. Astone, P. Aufmuth, C. Aulbert, S. Babak, P. Bacon, M. K. M. Bader, P. T. Baker, F. Baldaccini, G. Ballardin, S. W. Ballmer, J. C. Barayoga, S. E. Barclay, B. C. Barish, D. Barker, F. Barone, B. Barr, L. Barsotti, M. Barsuglia, D. Barta, J. Bartlett, M. A. Barton, I. Bartos, R. Bassiri, A. Basti, J. C. Batch, C. Baune, V. Bavigadda, M. Bazzan, B. Behnke, M. Bejger, C. Belczynski, A. S. Bell, C. J. Bell, B. K. Berger, J. Bergman, G. Bergmann, C. P. L. Berry, D. Bersanetti, A. Bertolini, J. Betzwieser, S. Bhagwat, R. Bhandare, I. A. Bilenko, G. Billingsley, J. Birch, I. A. Birney, O. Birnholtz, S. Biscans, A. Bisht, M. Bitossi, C. Biwer, M. A. Bizouard, J. K. Blackburn, C. D. Blair, D. G. Blair, R. M. Blair, S. Bloemen, O. Bock, T. P. Bodiya, M. Boer, G. Bogaert, C. Bogan, A. Bohe, P. Bojtos, C. Bond, F. Bondu, R. Bonnand, B. A.

Boom, R. Bork, V. Boschi, S. Bose, Y. Bouffanais, A. Bozzi, C. Bradaschia, P. R. Brady, V. B. Braginsky, M. Branchesi, J. E. Brau, T. Briant, A. Brillet, M. Brinkmann, V. Brisson, P. Brockill, A. F. Brooks, D. A. Brown, D. D. Brown, N. M. Brown, C. C. Buchanan, A. Buikema, T. Bulik, H. J. Bulten, A. Buonanno, D. Buskulic, C. Buy, R. L. Byer, M. Cabero, L. Cadonati, G. Cagnoli, C. Cahillane, J. Calderón Bustillo, T. Callister, E. Calloni, J. B. Camp, K. C. Cannon, J. Cao, C. D. Capano, E. Capocasa, F. Carbognani, S. Caride, J. Casanueva Diaz, C. Casentini, S. Caudill, M. Cavaglià, F. Cavalier, R. Cavalieri, G. Cella, C. B. Cepeda, L. Cerboni Baiardi, G. Cerretani, E. Cesarini, R. Chakraborty, T. Chalermsongsak, S. J. Chamberlin, M. Chan, S. Chao, P. Charlton, E. Chassande-Mottin, H. Y. Chen, Y. Chen, C. Cheng, A. Chincarini, A. Chiummo, H. S. Cho, M. Cho, J. H. Chow, N. Christensen, Q. Chu, S. Chua, S. Chung, G. Ciani, F. Clara, J. A. Clark, F. Cleva, E. Coccia, P.-F. Cohadon, A. Colla, C. G. Collette, L. Cominsky, M. Constancio, A. Conte, L. Conti, D. Cook, T. R. Corbitt, N. Cornish, A. Corsi, S. Cortese, C. A. Costa, M. W. Coughlin, S. B. Coughlin, J.-P. Coulon, S. T. Countryman, P. Couvares, E. E. Cowan, D. M. Coward, M. J. Cowart, D. C. Coyne, R. Coyne, K. Craig, J. D. E. Creighton, T. D. Creighton, J. Cripe, S. G. Crowder, A. M. Cruise, A. Cumming, L. Cunningham, E. Cuoco, T. Dal Canton, S. L. Danilishin, S. D'Antonio, K. Danzmann, N. S. Darman, C. F. Da Silva Costa, V. Dattilo, I. Dave, H. P. Daveloza, M. Davier, G. S. Davies, E. J. Daw, R. Day, S. De, D. DeBra, G. Debreczeni, J. Degallaix, M. De Laurentis, S. Deléglise, W. Del Pozzo, T. Denker, T. Dent, H. Dereli, V. Dergachev, R. T. DeRosa, R. De Rosa, R. DeSalvo, S. Dhurandhar, M. C. Díaz, L. Di Fiore, M. Di Giovanni, A. Di Lieto, S. Di Pace, I. Di Palma, A. Di Virgilio, G. Dojcinoski, V. Dolique, F. Donovan, K. L. Dooley, S. Doravari, R. Douglas, T. P. Downes, M. Drago, R. W. P. Drever, J. C. Driggers, Z. Du, M. Ducrot, S. E. Dwyer, T. B. Edo, M. C. Edwards, A. Effler, H.-B. Eggenstein, P. Ehrens, J. Eichholz, S. S. Eikenberry, W. Engels, R. C. Essick, T. Etzel, M. Evans, T. M. Evans, R. Everett, M. Factourovich, V. Fafone, H. Fair, S. Fairhurst, X. Fan, Q. Fang, S. Farinon, B. Farr, W. M. Farr, M. Favata, M. Fays, H. Fehrmann, M. M. Fejer, D. Feldbaum, I. Ferrante, E. C. Ferreira, F. Ferrini, F. Fidecaro, L. S. Finn, I. Fiori, D. Fiorucci, R. P. Fisher, R. Flaminio, M. Fletcher, H. Fong, J.-D. Fournier, S. Franco, S. Frasca, F. Frasconi, M. Frede, Z. Frei, A. Freise, R. Frey, V. Frey, T. T. Fricke, P. Fritschel, V. V. Frolov, P. Fulda, M. Fyffe, H. A. G. Gabbard, J. R. Gair, L. Gammaitoni, S. G. Gaonkar, F. Garufi, A. Gatto, G. Gaur, N. Gehrels, G. Gemme, B. Gendre, E. Genin, A. Gennai, J. George, L. Gergely, V. Germain, Abhirup Ghosh, Archisman Ghosh, S. Ghosh, J. A. Giaime, K. D. Giardina, A. Giazotto, K. Gill, A. Glaefke, J. R. Gleason, E. Goetz, R. Goetz, L. Gondan, G. González, J. M. Gonzalez Castro, A. Gopakumar, N. A. Gordon, M. L. Gorodetsky, S. E. Gossan, M. Gosselin, R. Gouaty, C. Graef, P. B. Graff, M. Granata, A. Grant, S. Gras, C. Gray, G. Greco, A. C. Green, R. J. S. Greenhalgh, P. Groot, H. Grote, S. Grunewald, G. M. Guidi, X. Guo, A. Gupta, M. K. Gupta, K. E. Gushwa, E. K. Gustafson, R. Gustafson, J. J. Hacker, B. R. Hall, E. D. Hall, G. Hammond, M. Haney, M. M. Hanke, J. Hanks, C. Hanna, M. D. Hannam, J. Hanson, T. Hardwick, J. Harms, G. M. Harry, I. W. Harry, M. J. Hart, M. T. Hartman, C.-J. Haster, K. Haughian, J. Healy, J. Heefner, A. Heidmann,

M. C. Heintze, G. Heinzel, H. Heitmann, P. Hello, G. Hemming, M. Hendry, I. S. Heng, J. Hennig, A. W. Heptonstall, M. Heurs, S. Hild, D. Hoak, K. A. Hodge, D. Hofman, S. E. Hollitt, K. Holt, D. E. Holz, P. Hopkins, D. J. Hosken, J. Hough, E. A. Houston, E. J. Howell, Y. M. Hu, S. Huang, E. A. Huerta, D. Huet, B. Hughey, S. Husa, S. H. Huttner, T. Huynh-Dinh, A. Idrisy, N. Indik, D. R. Ingram, R. Inta, H. N. Isa, J.-M. Isac, M. Isi, G. Islas, T. Isogai, B. R. Iyer, K. Izumi, M. B. Jacobson, T. Jacqmin, H. Jang, K. Jani, P. Jaranowski, S. Jawahar, F. Jiménez-Forteza, W. W. Johnson, N. K. Johnson-McDaniel, D. I. Jones, R. Jones, R. J. G. Jonker, L. Ju, K. Haris, C. V. Kalaghatgi, V. Kalogera, S. Kandhasamy, G. Kang, J. B. Kanner, S. Karki, M. Kasprzack, E. Katsavounidis, W. Katzman, S. Kaufer, T. Kaur, K. Kawabe, F. Kawazoe, F. Kéfélian, M. S. Kehl, D. Keitel, D. B. Kelley, W. Kells, R. Kennedy, D. G. Keppel, J. S. Key, A. Khalaidovski, F. Y. Khalili, I. Khan, S. Khan, Z. Khan, E. A. Khazanov, N. Kijbunchoo, C. Kim, J. Kim, K. Kim, Nam-Gyu Kim, Namjun Kim, Y.-M. Kim, E. J. King, P. J. King, D. L. Kinzel, J. S. Kissel, L. Kleybolte, S. Klimenko, S. M. Koehlenbeck, K. Kokeyama, S. Koley, V. Kondrashov, A. Kontos, S. Koranda, M. Korobko, W. Z. Korth, I. Kowalska, D. B. Kozak, V. Kringel, B. Krishnan, A. Królak, C. Krueger, G. Kuehn, P. Kumar, R. Kumar, L. Kuo, A. Kutynia, P. Kwee, B. D. Lackey, M. Landry, J. Lange, B. Lantz, P. D. Lasky, A. Lazzarini, C. Lazzaro, P. Leaci, S. Leavey, E. O. Lebigot, C. H. Lee, H. K. Lee, H. M. Lee, K. Lee, A. Lenon, M. Leonardi, J. R. Leong, N. Leroy, N. Letendre, Y. Levin, B. M. Levine, T. G. F. Li, A. Libson, T. B. Littenberg, N. A. Lockerbie, J. Logue, A. L. Lombardi, L. T. London, J. E. Lord, M. Lorenzini, V. Loriette, M. Lormand, G. Losurdo, J. D. Lough, C. O. Lousto, G. Lovelace, H. Lück, A. P. Lundgren, J. Luo, R. Lynch, Y. Ma, T. MacDonald, B. Machenschalk, M. MacInnis, D. M. Macleod, F. Magaña-Sandoval, R. M. Magee, M. Mageswaran, E. Majorana, I. Maksimovic, V. Malvezzi, N. Man, I. Mandel, V. Mandic, V. Mangano, G. L. Mansell, M. Manske, M. Mantovani, F. Marchesoni, F. Marion, S. Márka, Z. Márka, A. S. Markosyan, E. Maros, F. Martelli, L. Martellini, I. W. Martin, R. M. Martin, D. V. Martynov, J. N. Marx, K. Mason, A. Masserot, T. J. Massinger, M. Masso-Reid, F. Matichard, L. Matone, N. Mavalvala, N. Mazumder, G. Mazzolo, R. McCarthy, D. E. McClelland, S. McCormick, S. C. McGuire, G. McIntyre, J. McIver, D. J. McManus, S. T. McWilliams, D. Meacher, G. D. Meadors, J. Meidam, A. Melatos, G. Mendell, D. Mendoza-Gandara, R. A. Mercer, E. Merilh, M. Merzougui, S. Meshkov, C. Messenger, C. Messick, P. M. Meyers, F. Mezzani, H. Miao, C. Michel, H. Middleton, E. E. Mikhailov, L. Milano, J. Miller, M. Millhouse, Y. Minenkov, J. Ming, S. Mirshekari, C. Mishra, S. Mitra, V. P. Mitrofanov, G. Mitselmakher, R. Mittleman, A. Moggi, M. Mohan, S. R. P. Mohapatra, M. Montani, B. C. Moore, C. J. Moore, D. Moraru, G. Moreno, S. R. Morriss, K. Mossavi, B. Mours, C. M. Mow-Lowry, C. L. Mueller, G. Mueller, A. W. Muir, Arunava Mukherjee, D. Mukherjee, S. Mukherjee, N. Mukund, A. Mullavey, J. Munch, D. J. Murphy, P. G. Murray, A. Mytidis, I. Nardecchia, L. Naticchioni, R. K. Nayak, V. Necula, K. Nedkova, G. Nelemans, M. Neri, A. Neunzert, G. Newton, T. T. Nguyen, A. B. Nielsen, S. Nissanke, A. Nitz, F. Nocera, D. Nolting, M. E. N. Normandin, L. K. Nuttall, J. Oberling, E. Ochsner, J. O'Dell, E. Oelker, G. H. Ogin, J. J. Oh, S. H. Oh, F. Ohme, M. Oliver,

P. Oppermann, Richard J. Oram, B. O'Reilly, R. O'Shaughnessy, C. D. Ott, D. J. Ottaway, R. S. Ottens, H. Overmier, B. J. Owen, A. Pai, S. A. Pai, J. R. Palamos, O. Palashov, C. Palomba, A. Pal-Singh, H. Pan, Y. Pan, C. Pankow, F. Pannarale, B. C. Pant, F. Paoletti, A. Paoli, M. A. Papa, H. R. Paris, W. Parker, D. Pascucci, A. Pasqualetti, R. Passaquieti, D. Passuello, B. Patricelli, Z. Patrick, B. L. Pearlstone, M. Pedraza, R. Pedurand, L. Pekowsky, A. Pele, S. Penn, A. Perreca, H. P. Pfeiffer, M. Phelps, O. Piccinni, M. Pichot, M. Pickenpack, F. Piergiovanni, V. Pierro, G. Pillant, L. Pinard, I. M. Pinto, M. Pitkin, J. H. Poeld, R. Poggiani, P. Popolizio, A. Post, J. Powell, J. Prasad, V. Predoi, S. S. Premachandra, T. Prestegard, L. R. Price, M. Prijatelj, M. Principe, S. Privitera, R. Prix, G. A. Prodi, L. Prokhorov, O. Puncken, M. Punturo, P. Puppo, M. Pürrer, H. Qi, J. Qin, V. Quetschke, E. A. Quintero, R. Quitzow-James, F. J. Raab, D. S. Rabeling, H. Radkins, P. Raffai, S. Raja, M. Rakhmanov, C. R. Ramet, P. Rapagnani, V. Raymond, M. Razzano, V. Re, J. Read, C. M. Reed, T. Regimbau, L. Rei, S. Reid, D. H. Reitze, H. Rew, S. D. Reyes, F. Ricci, K. Riles, N. A. Robertson, R. Robie, F. Robinet, A. Rocchi, L. Rolland, J. G. Rollins, V. J. Roma, J. D. Romano, R. Romano, G. Romanov, J. H. Romie, D. Rosińska, S. Rowan, A. Rüdiger, P. Ruggi, K. Ryan, S. Sachdev, T. Sadecki, L. Sadeghian, L. Salconi, M. Saleem, F. Salemi, A. Samajdar, L. Sammut, L. M. Sampson, E. J. Sanchez, V. Sandberg, B. Sandeen, G. H. Sanders, J. R. Sanders, B. Sassolas, B. S. Sathyaprakash, P. R. Saulson, O. Sauter, R. L. Savage, A. Sawadsky, P. Schale, R. Schilling, J. Schmidt, P. Schmidt, R. Schnabel, R. M. S. Schofield, A. Schönbeck, E. Schreiber, D. Schuette, B. F. Schutz, J. Scott, S. M. Scott, D. Sellers, A. S. Sengupta, D. Sentenac, V. Sequino, A. Sergeev, G. Serna, Y. Setyawati, A. Sevigny, D. A. Shaddock, T. Shaffer, S. Shah, M. S. Shahriar, M. Shaltev, Z. Shao, B. Shapiro, P. Shawhan, A. Sheperd, D. H. Shoemaker, D. M. Shoemaker, K. Siellez, X. Siemens, D. Sigg, A. D. Silva, D. Simakov, A. Singer, L. P. Singer, A. Singh, R. Singh, A. Singhal, A. M. Sintes, B. J. J. Slagmolen, J. R. Smith, M. R. Smith, N. D. Smith, R. J. E. Smith, E. J. Son, B. Sorazu, F. Sorrentino, T. Souradeep, A. K. Srivastava, A. Staley, M. Steinke, J. Steinlechner, S. Steinlechner, D. Steinmeyer, B. C. Stephens, S. P. Stevenson, R. Stone, K. A. Strain, N. Straniero, G. Stratta, N. A. Strauss, S. Strigin, R. Sturani, A. L. Stuver, T. Z. Summerscales, L. Sun, P. J. Sutton, B. L. Swinkels, M. J. Szczepańczyk, M. Tacca, D. Talukder, D. B. Tanner, M. Tápai, S. P. Tarabrin, A. Taracchini, R. Taylor, T. Theeg, M. P. Thirugnanasambandam, E. G. Thomas, M. Thomas, P. Thomas, K. A. Thorne, K. S. Thorne, E. Thrane, S. Tiwari, V. Tiwari, K. V. Tokmakov, C. Tomlinson, M. Tonelli, C. V. Torres, C. I. Torrie, D. Töyrä, F. Travasso, G. Traylor, D. Trifirò, M. C. Tringali, L. Trozzo, M. Tse, M. Turconi, D. Tuyenbayev, D. Ugolini, C. S. Unnikrishnan, A. L. Urban, S. A. Usman, H. Vahlbruch, G. Vajente, G. Valdes, M. Vallisneri, N. van Bakel, M. van Beuzekom, J. F. J. van den Brand, C. Van Den Broeck, D. C. Vander-Hyde, L. van der Schaaf, J. V. van Heijningen, A. A. van Veggel, M. Vardaro, S. Vass, M. Vasúth, R. Vaulin, A. Vecchio, G. Vedovato, J. Veitch, P. J. Veitch, K. Venkateswara, D. Verkindt, F. Vetrano, A. Viceré, S. Vinciguerra, D. J. Vine, J.-Y. Vinet, S. Vitale, T. Vo, H. Vocca, C. Vorvick, D. Voss, W. D. Vousden, S. P. Vyatchanin, A. R. Wade, L. E. Wade, M. Wade, S. J. Waldman, M. Walker, L. Wallace, S. Walsh, G. Wang,

H. Wang, M. Wang, X. Wang, Y. Wang, H. Ward, R. L. Ward, J. Warner, M. Was, B. Weaver, L.-W. Wei, M. Weinert, A. J. Weinstein, R. Weiss, T. Welborn, L. Wen, P. Weßels, T. Westphal, K. Wette, J. T. Whelan, S. E. Whitcomb, D. J. White, B. F. Whiting, K. Wiesner, C. Wilkinson, P. A. Willems, L. Williams, R. D. Williams, A. R. Williamson, J. L. Willis, B. Willke, M. H. Wimmer, L. Winkelmann, W. Winkler, C. C. Wipf, A. G. Wiseman, H. Wittel, G. Woan, J. Worden, J. L. Wright, G. Wu, J. Yablon, I. Yakushin, W. Yam, H. Yamamoto, C. C. Yancey, M. J. Yap, H. Yu, M. Yvert, A. Zadrożny, L. Zangrando, M. Zanolin, J.-P. Zendri, M. Zevin, F. Zhang, L. Zhang, M. Zhang, Y. Zhang, C. Zhao, M. Zhou, Z. Zhou, X. J. Zhu, M. E. Zucker, S. E. Zuraw, and J. Zweizig. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Physical Review Letters*, 116(6), feb 2016.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.03837.

[2] Ronald Adler, Maurice Bazin, Menahem Schiffer, and Jacques E Romain. *Introduction to general relativity.* American Institute of Physics, 1965.

[3] Lydia Bieri, David Garfinkle, and Nicolás Yunes. Gravitational waves and their mathematics. 2017.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1710.03272.

[4] Alfred Morton Bork. The “FitzGerald” Contraction. *Isis*, 57(2):199–207, 1966.
https://doi.org/10.1086/350113.

[5] Alessandra Buonanno and Thibault Damour. Effective one-body approach to general relativistic two-body dynamics. *Physical Review D*, 59(8), mar 1999.
https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/9811091.

[6] M. Burgay, N. D’Amico, A. Possenti, R. N. Manchester, A. G. Lyne, B. C. Joshi, M. A. McLaughlin, M. Kramer, J. M. Sarkissian, F. Camilo, V. Kalogera, C. Kim, and D. R. Lorimer. An increased estimate of the merger rate of double neutron stars from observations of a highly relativistic system. *Nature*, 426(6966):531–533, dec 2003.
https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0312071.

[7] Steven Jonathan Carlip. Aberration and the speed of gravity. *Physics Letters A*, 267(2–3):81–87, mar 2000.
https://doi.org/10.48550/arXiv.gr-qc/9909087.

[8] Jorge Cervantes-Cota, Salvador Galindo-Uribarri, and George Smoot. A brief history of gravitational waves. *Universe*, 2(3):22, September 2016.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1609.09400.

[9] Arthur Holly Compton. A quantum theory of the scattering of X-rays by light elements. *Physical review*, 21:483–502, May 1923.
https://doi.org/10.1103/PhysRev.21.483.

[10] Thibault Damour and Alessandro Nagar. The effective one body description of the two-body problem, 2009.
https://arxiv.org/abs/0906.1769.

[11] Louis de Broglie. *Recherches sur la théorie des Quanta*. Theses, Migration - université en cours d'affectation, November 1924.
https://theses.hal.science/tel-00006807.

[12] Gaspard-Gustave de Coriolis. *Du calcul de l'effet des machines, ou considerations sur l'emploi des moteurs et sur leur évaluation, pour servir d'introduction a l'étude spéciale des machines*. Carilian-Goeury, 1829.
https://books.google.com.br/books?id=mTJeAAAAcAAJ.

[13] Joseph Louis de Lagrange. Sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques. *Nouv. Mém. Acad. royale Berlin année*, pages 619–649, 1773.
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k229222d/f620.

[14] Cécile M DeWitt and Dean Rickles. *The role of gravitation in physics: report from the 1957 Chapel Hill Conference*. Edition Open Access, 2011.
https://doi.org/10.34663/9783945561294-00.

[15] A. Einstein and A.M. Hentschel. *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 8 (English): The Berlin Years: Correspondence, 1914-1918. (English Supplement Translation.)*. The Collected Papers of Albert Einstein. Princeton University Press, 1998.
https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8-trans/.

[16] A. Einstein, R. Schulmann, A.J. Kox, M. Janssen, and J. Illy. *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 8: The Berlin Years: Correspondence, 1914-1918*. The Collected Papers of Albert Einstein. Princeton University Press, 1998.
https://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol8a-doc/.

[17] Albert Einstein. Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften*, pages 688–696, 1916.
https://doi.org/10.34663/9783945561317-04.

[18] Michael Faraday. Faraday's notebooks: Electromagnetic Induction, Aug 1831.
https://web.archive.org/web/20210830003053/https://www.rigb.org/docs/faraday_notebooks__induction_0.pdf.

[19] George Francis FitzGerald. The ether and the Earth's atmosphere. *Science*, (328):390–390, 1889.
https://www.jstor.org/stable/1764802.

[20] Андронов, Александр Александрович and Витт, Александр Адольфович and Хайкин, Семён Эммануилович. Теория колебаний, 2 изд. *М.: физматгиз*, 1959.
https://publ.lib.ru/ARCHIVES/A/ANDRONOV_Aleksandr_Aleksandrovich,_starshiy_(fizik)/.

[21] Блохинцев, Дмитрий Иванович and Гальперин, Фёдор Матвеевич. Гипотеза нейтрино и закон сохранения энергии. *Под знаменем марксизма*, 6:147–157, 1934.

[22] Ландау, Лев Давидович and Лифшиц, Евгений Михайлович. *Теория поля («Теоретическая физика», том II). Издание 6-е, исправленное и дополненное.* Наука, Москва 1973.
http://www.physics.gov.az/book_T/Landau_II.pdf.

[23] S. Galindo and Jorge L. Cervantes-Cota. Clifford's attempt to test his gravitation hypothesis, 2018.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.09230.

[24] Carolo Friderico Gauss. *Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum homogeneorum methodo nova tractata*. Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1813.
https://books.google.com.br/books?id=0TxeAAAAcAAJ&pg=PA3.

[25] Pavel Grinfeld. *Introduction to tensor analysis and the calculus of moving surfaces*. Springer, jan 2013.
http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-7867-6.

[26] Oliver Heaviside. Electromagnetic theory: Theory of relative motion of electric currents and the medium. *The Electrician*, 31(Part. I):281–282., 1893.
https://archive.org/details/electromagnetic00heavgoog/page/n481/mode/2up.

[27] David Hilbert. Die Grundlagen der Physik. (Erste Mitteilung). *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1915:vol. 3 pp. 395–407., November 1915.
https://eudml.org/doc/58946.

[28] David Hilbert. Die Grundlagen der Physik. (Zweite Mitteilung). *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, pages 53–76, 1917.
http://eudml.org/doc/58973.

[29] C Denson Hill and Pawel Nurowski. How the green light was given for gravitational wave search. 2016.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1608.08673.

[30] Alejandro Jenkins. Self-oscillation. *Physics Reports*, 525(2):167–222, April 2013.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1109.6640.

[31] Daniel Kennefick. Einstein versus the physical review. *Physics Today*, 58(9):43–48, 2005.
https://doi.org/10.1063/1.2117822.

[32] Johannes Kepler. *New astronomy. Translated by William H. Donahue Cambridge*, volume 62. Cambridge University Press, 1992.
https://doi.org/10.1086/289846.

[33] Joannus Keplerus. *Astronomia nova ..., seu physica coelestis, tradita commentariis de motibus stellae martis*. Heidelberg : Voegelin, 1609.
https://dx.doi.org/10.3931/e-rara-558.

[34] Ioannis Keppleri. *Harmonices mundi libri V* . Lincii Austriae [Linz] : sumptibus Godofredi Tampachii ... excudebat Ioannes Plancus, 1619. `https://doi.org/10.3931/e-rara-11132`.

[35] Sergei Kopeikin, Michael Efroimsky, and George Kaplan. *Relativistic celestial mechanics of the solar system.* John Wiley & Sons, 09 2011. `http://dx.doi.org/10.1002/9783527634569`.

[36] Sergei Mikhailovich Kopeikin and Edward B. Fomalont. Aberration and the fundamental speed of gravity in the jovian deflection experiment. *Foundations of Physics*, 36(8):1244–1285, may 2006. `https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0311063`.

[37] Michael Kramer, Ingrid H Stairs, Richard N Manchester, Norbert Wex, Adam T Deller, William A Coles, M Ali, MARTA Burgay, Fernando Camilo, Ismael Cognard, et al. Strong-field gravity tests with the double pulsar. *Physical Review X*, 11(4):041050, 2021. `https://doi.org/10.1103/PhysRevX.11.041050`.

[38] Joseph Louis Lagrange. *Méchanique Analitique.* Desaint, 1788. `http://eudml.org/doc/204580`.

[39] Pierre-Simon de Laplace. *Traité de mecanique céleste, Tome IV. Livre X: Sur différens points relatifs au système du monde. Chapitre VII: Sur les altérations que le mouvement des planètes et des comètes peut éprouver par la résistance des milieux qu'elles traversent et par la transmission successive de la pesanteur* . 1802. `https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k77592z/f348`.

[40] Joseph Larmor. IX. A dynamical theory of the electric and luminiferous medium.— Part III. relations with material media. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 190:205–300, 1897. `https://doi.org/10.1098/rsta.1897.0020`.

[41] Joseph Larmor. LXIII. On the theory of the magnetic influence on spectra; and on the radiation from moving ions . *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 44(271):503–512, 1897. `https://doi.org/10.1080/14786449708621095`.

[42] J Dennis Lawrence. *A Catalog of Special Plane Curves.* Courier Corporation, 1972.

[43] Evgeny Mikhailovich Lifshitz Lev Davidovich Landau. *The Classical Theory of Fields*, volume 2. Butterworth-Heinemann, 1975.

[44] Anatoly Alekseyevich Logunov. *Sur les articles de Henri Poincaré: "sur la dynamique de l'électron"* . ONERA, 2000. `https://www.annales.org/archives/x/Poincare-Logunov.pdf`.

[45] Hendrik Antoon Lorentz. De relatieve beweging van de aarde en den aether. *Verslagen der Afdeeling Natuurkunde van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen*, 1:74–79, 1892.

https://www.lorentz.leidenuniv.nl/IL-publications/sources/Lorentz_KNAW_1892b.pdf.

[46] Hendrik Antoon Lorentz. Considerations on gravitation. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen Proceedings Series B Physical Sciences*, vol. 2:559–574, 1899.
https://dwc.knaw.nl/DL/publications/PU00014508.pdf.

[47] E. E. Mamajek, A. Prsa, G. Torres, P. Harmanec, M. Asplund, P. D. Bennett, N. Capitaine, J. Christensen-Dalsgaard, E. Depagne, W. M. Folkner, M. Haberreiter, S. Hekker, J. L. Hilton, V. Kostov, D. W. Kurtz, J. Laskar, B. D. Mason, E. F. Milone, M. M. Montgomery, M. T. Richards, J. Schou, and S. G. Stewart. IAU 2015 Resolution B3 on Recommended Nominal Conversion Constants for Selected Solar and Planetary Properties, 2015.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1510.07674.

[48] James Clerk Maxwell. VIII. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, (155):459–512, 1865.
https://doi.org/10.1098/rstl.1865.0008.

[49] Kirk T McDonald. Laplace and the speed of gravity. *Joseph Henry Laboratories, Princeton University, Princeton, NJ*, 8544, 2018.
http://kirkmcd.princeton.edu/examples/laplace.pdf.

[50] Sergio de Azevedo Melo. Tensor métrico regular para campo gravitacional relativístico. 2025.
https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.14750315.

[51] Sergio de Azevedo Melo. Transcriçãão mecânica da geodésica canônica do tensor métrico regular. 2025.
https://zenodo.org/doi/10.5281/zenodo.14838459.

[52] Albert Abraham Michelson and Edward Williams Morley. On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether. *American journal of science*, 3(203):333–345, 1887.
https://doi.org/10.2475/ajs.s3-34.203.333.

[53] Hermann Minkowski. Raum und Zeit. *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 18:75–88, 1909.
http://eudml.org/doc/145167.

[54] Peter J. Mohr, David B. Newell, and Barry N. Taylor. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014. *Reviews of Modern Physics*, 88(3), sep 2016.
https://arxiv.org/abs/1507.07956.

[55] Isaac Newton. *PhilosophiœNaturalis Principia Mathematica (Editio Secunda Auctior Et Emendatior)*. Cantabrigiæ: [Cornelius Crownfield], MDCCXIII.
https://doi.org/10.3931/e-rara-84300.

[56] Emmy Noether. Invariante Variationsprobleme. *Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* , page 235–257, 1918.
https://eudml.org/doc/59024.

[57] John D Norton. General covariance and the foundations of general relativity: eight decades of dispute. *Reports on Progress in Physics*, 56(7):791–858, jul 1993.
https://doi.org/10.1088/0034-4885/56/7/001.

[58] Philip C Peters and Jon Mathews. Gravitational radiation from point masses in a Keplerian orbit. *Physical Review*, 131(1):435, 1963.
https://thesis.library.caltech.edu/4296/1/Peters_pc_1964.pdf
ver p.92 da tese.

[59] Philip Carl Peters. *Gravitational radiation and the motion of two point masses*. Thesis, California Institute of Technology, Feb 1964.
https://doi.org/10.7907/RRA4-1W07.

[60] Max Planck. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3):553–563, 1901.
https://doi.org/10.1002/andp.19013090310.

[61] Jules Henri Poincaré. La théorie de Lorentz et le principe de réaction. *Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles*, 5:252–278, 1900.
http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/hp-pdf/hp1900an.pdf.

[62] Jules Henri Poincaré. Sur la dynamique de l'électron. In Abraham, Henri and Langevin, Paul, editor, *Ions, électrons, corpuscules, Volume 2*, pages 576–580. Gauthier-Villars, Paris, 1905.
https://henripoincarepapers.univ-nantes.fr/chp/hp-pdf/hp1905ie.pdf.

[63] Jules Henri Poincaré. Sur la dynamique de l'électron. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, 140:1504–1508, 1905.
http://henripoincarepapers.univ-lorraine.fr/chp/hp-pdf/hp1905crc.pdf.

[64] Siméon-Denis Poisson. *Mémoire sur la théorie du magnétisme en movement*. Académie royale des sciences (France), 1826.
https://www.biodiversitylibrary.org/page/16364138.

[65] Andrej Prša, Petr Harmanec, Guillermo Torres, Eric Mamajek, Martin Asplund, Nicole Capitaine, Jørgen Christensen-Dalsgaard, ÉÉric Depagne, Margit Haberreiter, Saskia Hekker, James Hilton, Greg Kopp, Veselin Kostov, Donald W. Kurtz, Jacques Laskar, Brian D. Mason, Eugene F. Milone, Michele Montgomery, Mercedes Richards, Werner Schmutz, Jesper Schou, and Susan G. Stewart. Nominal values for selected solar and planetary quantities: IAU 2015 Resolution B3*†. *The Astronomical Journal*, 152(2):41, aug 2016.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1605.09788.

[66] William John Macquorn Rankine. *On the general law of the transformation of energy.* 1853.

[67] T. Levi-Civita Ricci, M.M.G. Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. *Mathematische Annalen*, 54:125–201, 1901. https://eudml.org/doc/157997.

[68] Édouard Roche. *Mémoires de la section des sciences.:Mémoire sur la figure d'une masse fluide, soumise á l'attraction d'un point éloigné (Publié en trois parties)* . typ. Boehm, Tome Premier (p. 243) 1849; Tome Second (p. 333) 1850; Troisiéme partie (p. 21) 1851.
https://books.google.fr/books?id=UmoVAAAAQAAJ&pg=PA243,
https://books.google.fr/books?id=UmoVAAAAQAAJ&pg=PA333,
https://books.google.fr/books?id=x3gVAAAAQAAJ&pg=PA21.

[69] Ole Rømer. 1676. Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Académie Royale des Sciences. *Journal des Sçavans*, 7:223–236.
http://www-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/ama09/pages_jdsc/pages/jdsc_1676_lumiere.pdf.

[70] David E. Rowe. Emmy Noether on energy conservation in general relativity, 2019.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1912.03269.

[71] Karl Schwarzschild. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der einsteinschen Theorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pages 189–196, 1916.
https://archive.org/stream/sitzungsberichte1916deutsch#page/188/mode/2up.

[72] Yuri Ulybyshev. Continuous thrust orbit transfer optimization using large-scale linear programming. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 30(2):427–436, 2007.
https://doi.org/10.2514/1.22642.

[73] J. M. Weisberg, D. J. Nice, and J. H. Taylor. Timing Measurements of the Relativistic Binary Pulsar PSR B1913+16. *The Astrophysical Journal*, 722(2):1030–1034, sep 2010.
https://doi.org/10.48550/arXiv.1011.0718.

[74] Gao Yang and Li Weiqi. Systematic direct approach for optimizing continuous-thrust earth-orbit transfers. *Chinese Journal of Aeronautics*, 22(1):56–69, 2009.
https://doi.org/10.1016/S1000-9361(08)60069-2.